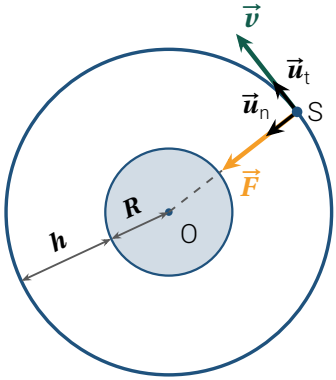
Satellites et lois de Kepler

Force gravitationnelle et repère de Frenet



orbite de rayon $r = R + h$

Satellite S (masse m), astre attracteur de centre O (masse M, rayon R), altitude h.

$$\vec{F} = G\frac{m\,M}{r^2}\vec{u}_n \qquad r = R + h$$

Force **attractive**, dirigée de S vers O.

$\vec{u}_t$: **tangent**, dans le sens du mouvement.

$\vec{u}_n$: **normal**, dirigé vers le centre O.

$$\vec{v} = v\,\vec{u}_t \qquad \vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{r}\vec{u}_n$$

Orbite circulaire : mouvement uniforme, vitesse

Référentiel **géocentrique** (Terre) ou **héliocentrique** (Soleil), supposé **galiléen**. Système : le satellite, soumis à la seule force $\vec{F}$.

2e loi de Newton → **$\vec{a}$ dans le repère de Frenet** → **identification**

2e loi $\quad m\,\vec{a} = \vec{F}$ donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M}{r^2}\vec{u}_n$ (indépendante de m)

selon $\vec{u}_t$ $\quad \dfrac{dv}{dt} = 0$ $\quad v$ constante : mouvement **uniforme**

selon $\vec{u}_n$ $\quad \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{G\,M}{r^2}$ donc $\quad v = \sqrt{\dfrac{G\,M}{R+h}}$

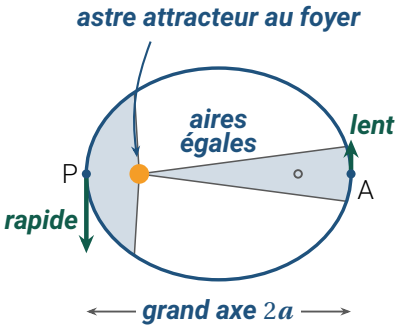
Plus l'orbite est **haute**, plus le satellite est **lent**. L'accélération est **centripète**.

Période de révolution T

Durée d'**un tour** : le satellite parcourt la longueur $2\pi\,r$ à la vitesse v.

$$T = \frac{2\pi\,r}{v} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M}}$$

Les trois lois de Kepler



1. Loi des orbites. L'orbite d'un satellite est une **ellipse** dont le centre de l'astre attracteur occupe l'un des **foyers**.

2. Loi des aires. Le segment astre–satellite balaie des **aires égales** pendant des **durées égales**.

Satellite plus **rapide** près de l'astre (P).

3. Loi des périodes. $\dfrac{T^2}{a^3} = \text{constante}$

a : demi-grand axe. Constante **identique** pour tous les satellites d'un même astre. **Cercle** : ellipse aux foyers confondus, $a = r$ et mouvement **uniforme**.

Troisième loi : l'établir, l'exploiter

Orbite circulaire : $T = \dfrac{2\pi r}{v}$ et $v^2 = \dfrac{GM}{r}$ donnent $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM}$

Masse de l'astre attracteur $M = \dfrac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$ (T en s, r en m)

Deux satellites d'un même astre $\dfrac{T_1^2}{r_1^3} = \dfrac{T_2^2}{r_2^3}$

Graphique $T^2 = f(a^3)$ droite par l'origine, de pente $\dfrac{4\pi^2}{GM}$

Satellite géostationnaire

Il reste **immobile** par rapport au sol : toujours à la verticale du même point.

orbite **circulaire**, dans le plan de l'**équateur**

sens celui de la rotation de la Terre

période T = période de rotation de la Terre

Altitude (3e loi) : $h = \sqrt[3]{\dfrac{G M_T T^2}{4\pi^2}} - R_T$