Deuxième loi de Newton

La deuxième loi de Newton

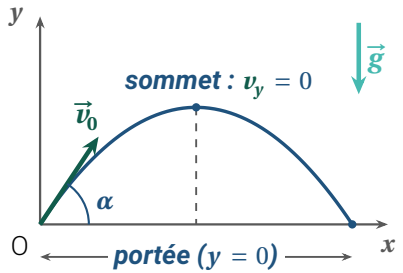
Dans un **référentiel galiléen**, système de masse m constante :

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a} \qquad \vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \qquad \vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$$

système → référentiel → bilan des forces → 2e loi → projection

Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

Chute libre : seul le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ agit, donc $\vec{a} = \vec{g}$



$\vec{a}$ $\quad a_x = 0$, $\quad a_y = -g$

$\vec{v}$ $\quad v_x = v_0 \cos\alpha$, $\quad v_y = -g\,t + v_0 \sin\alpha$

$\overrightarrow{OM}$ $\quad x = v_0 \cos\alpha \times t$, $\quad y = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 \sin\alpha \times t$

Équations horaires : deux **primitives** successives ; après chacune, la constante est fixée par les **conditions initiales** ($\vec{v_0}$, puis la position à $t = 0$).

Chute libre verticale (axe Oz vers le haut) :

$$a_z = -g \qquad v_z = -g\,t + v_{0z} \qquad z = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_{0z}\,t + z_0$$

Équation de la trajectoire

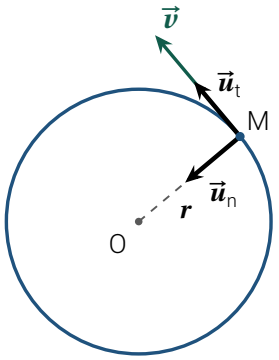
On isole t dans $x(t)$, puis on le reporte dans $y(t)$: la trajectoire est une **parabole**.

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha} \rightarrow y = -\frac{g}{2\,{v_0}^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \tan\alpha$$

Énergie mécanique

$$E_m = E_c + E_{pp} \qquad E_c = \frac{1}{2} m\,v^2 \qquad E_{pp} = m\,g\,z$$

Repère de Frenet



$\vec{u}_t$: **tangent** à la trajectoire, dans le sens du mouvement.

$\vec{u}_n$: **normal**, dirigé vers le centre O.

$$\vec{v} = v\,\vec{u}_t$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u}_t + \frac{v^2}{r}\vec{u}_n$$

Mouvement circulaire uniforme : v constante, donc $\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{u}_n$, **centripète**.

Satellite ou planète en orbite circulaire

Astre attracteur de masse M, au centre O. Seule force : $\vec{F} = G\frac{m\,M}{r^2}\vec{u}_n$

2e loi $\quad m\,\vec{a} = \vec{F}$ $\quad$ donc $\quad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u}_t + \frac{v^2}{r}\vec{u}_n = \frac{G\,M}{r^2}\vec{u}_n$

selon $\vec{u}_t$ $\quad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ $\quad$ le mouvement est **uniforme**

selon $\vec{u}_n$ $\quad \frac{v^2}{r} = \frac{G\,M}{r^2}$ $\quad$ donc $\quad v = \sqrt{\frac{G\,M}{r}}$

Troisième loi de Kepler

$$T = \frac{2\pi\,r}{v} \rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M}$$

T : période de révolution. Le rapport T^2/r^3 est le **même** pour tous les satellites d'un même astre.