Exercice 1 obligatoire (10 points) ; deux exercices au choix parmi A, B et C (5 points chacun).

Exercice 1 (commun) : quatre acides

10 points

Partie 1 : l'acide iodhydrique

A. Préparer une solution d'acide iodhydrique

1) HI cède un ion H^+ à l'eau, qui joue le rôle de base ; la réaction est totale :

$$\mathrm{HI\,(aq) + H_2O\,(l) \longrightarrow I^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)}$$

2) Par définition de la concentration en quantité de matière :

$$n(\mathrm{HI}) = C \times V = 1{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}} \times 0{,}500\,\mathrm{L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{n(\mathrm{HI}) = 5{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol}}$$

3) Loi des gaz parfaits, avec $P = 1\,013\,\mathrm{hPa} = 1{,}013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$ et $T = 25 + 273 = 298\,\mathrm{K}$:

$$P\,V_{\mathrm{gaz}} = n\,R\,T \quad \Rightarrow \quad V_{\mathrm{gaz}} = \frac{n\,R\,T}{P} = \frac{5{,}0 \times 10^{-3} \times 8{,}314 \times 298}{1{,}013 \times 10^5} = 1{,}2 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^3}$$

soit $\boxed{V_{\mathrm{gaz}} = 0{,}12\,\mathrm{L}}$, environ $120\,\mathrm{mL}$.

B. Suivre l'oxydation des ions iodure par spectrophotométrie

4) La solution de diiode est jaune : elle absorbe surtout la couleur complémentaire du jaune, diamétralement opposée sur le cercle chromatique, c'est-à-dire le bleu. On règle donc le spectrophotomètre à $\boxed{\lambda = 470\,\mathrm{nm}}$, longueur d'onde où l'absorbance du diiode, donc la sensibilité de la mesure, est la plus grande.

5) a. La vitesse volumique d'apparition du diiode est la dérivée par rapport au temps de sa concentration : $v_{\mathrm{app}}(t) = \dfrac{\mathrm{d}[\mathrm{I_2}]}{\mathrm{d}t}$. Graphiquement, c'est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $[\mathrm{I_2}] = f(t)$ à la date t.

b. La tangente à l'origine passe par $(0\,;\,0)$ et, par exemple, par le point $(13\,\mathrm{min}\,;\,2{,}0\,\mathrm{mmol{\cdot}L^{-1}})$:

$$v_{\mathrm{app}}(0) = \frac{2{,}0 - 0}{13 - 0} = 0{,}15\,\mathrm{mmol{\cdot}L^{-1}{\cdot}min^{-1}} = \frac{0{,}15 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}}{60\,\mathrm{s}}$$

En conservant la valeur exacte (0,154) : $\boxed{v_{\mathrm{app}}(0) \approx 2{,}6 \times 10^{-6}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}{\cdot}s^{-1}}}$.

Tolérance de lecture : de $2{,}3 \times 10^{-6}$ *à* $2{,}9 \times 10^{-6}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}{\cdot}s^{-1}}$ *(coefficient directeur lu entre* $0{,}14$ *et* $0{,}17\,\mathrm{mmol{\cdot}L^{-1}{\cdot}min^{-1}}$*).*

c. Les tangentes à $0\,\mathrm{min}$, $20\,\mathrm{min}$ puis $40\,\mathrm{min}$ sont de moins en moins inclinées : leur coefficient directeur diminue. La vitesse volumique d'apparition du diiode **diminue au cours du temps** (et tend vers zéro quand la courbe atteint son palier).

d. La concentration des réactifs est un facteur cinétique : plus elle est grande, plus la réaction est rapide. Au fil de la transformation, H_2O_2, H_3O^+ et I^- sont consommés : leurs concentrations diminuent, donc la vitesse diminue.

6) a. Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale.

b. Ici l'avancement est proportionnel à $[I_2]$: on cherche la date où $[I_2] = \dfrac{[I_2]_f}{2} = \dfrac{2{,}00}{2} = 1{,}00\,\text{mmol·L}^{-1}$. On lit $\boxed{t_{1/2} \approx 9\,\text{min}}$ (lecture acceptée entre $8{,}5$ et $9{,}5\,\text{min}$).

7) Quantité initiale de peroxyde d'hydrogène : $n_0(H_2O_2) = 0{,}10\,\text{mol·L}^{-1} \times 4{,}0 \times 10^{-3}\,\text{L} = 4{,}0 \times 10^{-4}\,\text{mol}$.
En fin de réaction, $[I_2]_f = 2{,}0\,\text{mmol·L}^{-1}$ dans un volume total $V_{tot} = 196 + 4{,}0 = 200\,\text{mL}$: $n_f(I_2) = 2{,}0 \times 10^{-3}\,\text{mol·L}^{-1} \times 0{,}200\,\text{L} = 4{,}0 \times 10^{-4}\,\text{mol}$.
D'après l'équation (1), une mole de H_2O_2 donne une mole de I_2 : $x_f = n_f(I_2) = 4{,}0 \times 10^{-4}\,\text{mol} = n_0(H_2O_2)$. Le peroxyde d'hydrogène a été entièrement consommé : c'est bien **le réactif limitant** (si c'était un autre réactif, il resterait du H_2O_2 et l'on obtiendrait moins de diiode).

Partie 2 : deux acides carboxyliques à identifier

1) $\text{pH} = -\log\left(\dfrac{[H_3O^+]}{c^\circ}\right) = -\log\left(1{,}3 \times 10^{-3}\right)$, soit $\boxed{\text{pH} = 2{,}9}$.

2) Avec $n_0 = C\,V = 2{,}5 \times 10^{-3}\,\text{mol}$ d'acide apporté (l'eau est le solvant, en excès) :

	AH (aq)	H_2O (l)	A^- (aq)	H_3O^+ (aq)
État initial ($x = 0$)	n_0	solvant	0	0
En cours (x)	$n_0 - x$	solvant	x	x
État final (x_f)	$n_0 - x_f$	solvant	x_f	x_f

(On néglige les ions H_3O^+ apportés par l'autoprotolyse de l'eau.)

3) $K_A = \dfrac{[A^-]_f\,[H_3O^+]_f}{[AH]_f\,c^\circ}$. D'après le tableau, $[A^-]_f = [H_3O^+]_f = \dfrac{x_f}{V}$ et $[AH]_f = \dfrac{n_0 - x_f}{V} = C - [H_3O^+]_f$.
En remplaçant :

$$K_A = \frac{[H_3O^+]^2}{\left(C - [H_3O^+]\right)c^\circ}.$$

4) $K_A = \dfrac{(1{,}3 \times 10^{-3})^2}{1{,}0 \times 10^{-2} - 1{,}3 \times 10^{-3}} = 1{,}9 \times 10^{-4}$, d'où $\text{p}K_A = -\log K_A = 3{,}7$.
La valeur la plus proche est celle du couple HCO_2H/HCO_2^- $(3{,}75)$: le flacon contient de l'**acide méthanoïque** $\boxed{HCO_2H}$.

5) a. Dans la solution, l'électroneutralité (ou le tableau d'avancement) donne $[A^-] = [H_3O^+]$.
La loi de Kohlrausch devient $\sigma = \left(\lambda(H_3O^+) + \lambda(A^-)\right)[H_3O^+]$, d'où $\dfrac{\sigma}{[H_3O^+]} = \lambda(H_3O^+) + \lambda(A^-)$, puis $\lambda(A^-) = \dfrac{\sigma}{[H_3O^+]} - \lambda(H_3O^+)$.

b. Avec les unités imposées (σ en $\mathrm{mS{\cdot}m^{-1}}$, concentration en $\mathrm{mol{\cdot}m^{-3}}$) :

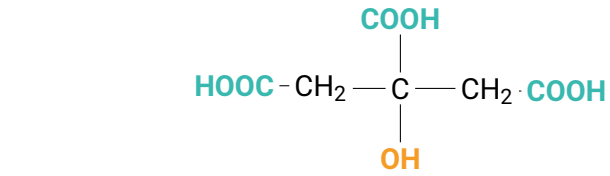
$$\lambda(\mathrm{A^-}) = \frac{15{,}6}{0{,}40} - 35{,}0 = 39 - 35{,}0 = 4{,}0\ \mathrm{mS{\cdot}m^2{\cdot}mol^{-1}}$$

Valeur la plus proche : $4{,}1\ \mathrm{mS{\cdot}m^2{\cdot}mol^{-1}}$, celle de l'ion éthanoate. Le second acide est l'**acide éthanoïque** $\boxed{\mathrm{CH_3CO_2H}}$. (Remarque : les $\mathrm{p}K_\mathrm{A}$ $4{,}75$ et $4{,}87$ étaient trop proches pour trancher par la première méthode ; les conductivités $4{,}1$ et $3{,}6$ le permettent.)

Partie 3 : l'acide citrique

A. L'acide citrique d'un citron vert

1) L'acide citrique possède **trois groupes carboxyle** COOH (famille des **acides carboxyliques**) et **un groupe hydroxyle** OH, porté par un carbone tétragonal (famille des **alcools**).



2) On compte 6 atomes de carbone, 8 d'hydrogène et 7 d'oxygène : $\boxed{\mathrm{C_6H_8O_7}}$.

3) L'acide citrique possède des liaisons O–H d'acide carboxylique, C=O d'acide carboxylique et O–H d'alcool. Le **spectre 1** présente :

- une bande forte et très large entre $2\,500$ et $3\,500\ \mathrm{cm^{-1}}$: superposition de la bande O–H d'acide carboxylique ($2\,500$ à $3\,200\ \mathrm{cm^{-1}}$) et de la bande O–H d'alcool ($3\,200$ à $3\,400\ \mathrm{cm^{-1}}$) ;
- une bande forte et fine vers $1\,700\ \mathrm{cm^{-1}}$: liaison C=O d'acide carboxylique, attendue entre $1\,680$ et $1\,710\ \mathrm{cm^{-1}}$.

Le spectre 2 n'a aucune bande au-delà de $3\,000\ \mathrm{cm^{-1}}$ (pas de liaison O–H) ; sa bande C=O vers $1\,735\ \mathrm{cm^{-1}}$ et sa bande C–H moyenne vers $2\,980\ \mathrm{cm^{-1}}$ évoquent plutôt un ester. L'acide citrique correspond donc au $\boxed{\text{spectre 1}}$.

4) En milieu très acide, c'est la forme portant le plus d'hydrogènes acides qui l'emporte. Quand le pH augmente, l'acide cède successivement ses trois ions $\mathrm{H^+}$: les espèces apparaissent dans l'ordre $\mathrm{AH_3}$, $\mathrm{AH_2^-}$, $\mathrm{AH^{2-}}$, $\mathrm{A^{3-}}$. D'où : courbe 1 : $\mathrm{AH_3}$; courbe 2 : $\mathrm{AH_2^-}$; courbe 3 : $\mathrm{AH^{2-}}$; courbe 4 : $\mathrm{A^{3-}}$.

5) Pour le couple $\mathrm{AH_3/AH_2^-}$, $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{\mathrm{A}1} + \log\dfrac{[\mathrm{AH_2^-}]}{[\mathrm{AH_3}]}$. Au croisement des courbes 1 et 2, $[\mathrm{AH_3}] = [\mathrm{AH_2^-}]$, donc $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{\mathrm{A}1}$. On lit $\boxed{\mathrm{p}K_{\mathrm{A}1} \approx 3{,}1}$ (lecture acceptée de $3{,}0$ à $3{,}2$).

6) Une espèce amphotère est à la fois l'acide d'un couple et la base d'un autre couple. Ici : $\mathrm{AH_2^-}$ (base du couple $\mathrm{AH_3/AH_2^-}$, acide du couple $\mathrm{AH_2^-/AH^{2-}}$) et $\mathrm{AH^{2-}}$ (base de $\mathrm{AH_2^-/AH^{2-}}$, acide de $\mathrm{AH^{2-}/A^{3-}}$), soit les espèces **2 et 3**.

7) À $\mathrm{pH} = 2{,}3$, le document 4 montre des pourcentages pratiquement nuls pour les espèces 3 et 4 (AH^{2-} et A^{3-}) : on peut les **négliger**. Seules AH_3 et AH_2^- sont présentes.

8) Avec $[3] \approx [4] \approx 0$: $C = [1] + [2]$. On lit à $\mathrm{pH} = 2{,}3$ environ $87\,\%$ de AH_3 et $13\,\%$ de AH_2^- (lecture acceptée à $\pm 3\,\%$) :

$$[\mathrm{AH_3}] = 0{,}87 \times 4{,}0 \times 10^{-2} \approx \boxed{3{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}}$$
$$[\mathrm{AH_2^-}] = 0{,}13 \times 4{,}0 \times 10^{-2} \approx \boxed{5{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}}$$

Vérification : la première acidité fournit autant d'ions H_3O^+ que d'ions AH_2^-, soit $[\mathrm{H_3O^+}] \approx 5 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$, ce qui correspond bien à $\mathrm{pH} \approx 2{,}3$.

B. Une pile au citron

9) Le voltmètre affiche $U = V_\mathrm{V} - V_\mathrm{COM} = V_\mathrm{clou} - V_\mathrm{cuivre} = -0{,}91\,\mathrm{V} < 0$, donc $V_\mathrm{cuivre} > V_\mathrm{clou}$: la **plaque de cuivre est le pôle positif**, le clou galvanisé le pôle négatif. (La tension à vide de la pile vaut $0{,}91\,\mathrm{V}$.)

10) a. Plaque de cuivre (pôle $+$) : les bulles de dihydrogène montrent que les ions H^+ y gagnent des électrons, c'est une **réduction** : $2\,\mathrm{H^+(aq)} + 2\,\mathrm{e^-} \longrightarrow \mathrm{H_2(g)}$.
Clou (pôle $-$) : le zinc perd des électrons, c'est une **oxydation** : $\mathrm{Zn\,(s)} \longrightarrow \mathrm{Zn^{2+}(aq)} + 2\,\mathrm{e^-}$.

b. La somme des deux demi-équations, où les électrons se simplifient (deux de chaque côté), donne :

$$\boxed{\mathrm{Zn\,(s)} + 2\,\mathrm{H^+(aq)} \longrightarrow \mathrm{Zn^{2+}(aq)} + \mathrm{H_2(g)}}$$

c. Les ions H^+(aq) sont fournis par l'acide du citron : l'acide citrique (partie A) cède des ions H^+. Le cuivre n'est pas transformé : la réduction se fait simplement à sa surface.

d. Il faut un électrolyte acide, qui apporte des ions H^+ et conduit le courant : le **vinaigre blanc** (acide éthanoïque) et le **jus de pamplemousse** (acide citrique) conviennent. L'eau sucrée (neutre et presque sans ions) et l'eau savonneuse (basique) ne conviennent pas.

e. On associe **deux piles en série** : un second citron muni d'une plaque de cuivre et d'un clou, la plaque de cuivre du premier citron reliée par un fil au clou du second. La tension à vide mesurée entre le clou du premier et la plaque de cuivre du second vaut alors environ $2 \times 0{,}91 \approx 1{,}8\,\mathrm{V}$.

11) a. $Q = I\,\Delta t = 0{,}20 \times 10^{-3}\,\mathrm{A} \times (3{,}0 \times 3600)\,\mathrm{s}$, soit $\boxed{Q = 2{,}2\,\mathrm{C}}$ ($2{,}16\,\mathrm{C}$ avant arrondi).

b. La quantité d'électrons échangés vérifie $Q = n(\mathrm{e^-})\,F$. D'après la demi-équation $\mathrm{Zn} \longrightarrow \mathrm{Zn^{2+}} + 2\,\mathrm{e^-}$, chaque atome de zinc oxydé libère deux électrons : $n(\mathrm{e^-}) = 2\,n$. Donc

$$n = \frac{Q}{2\,F} = \frac{2{,}16}{2 \times 9{,}65 \times 10^4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = 1{,}1 \times 10^{-5}\,\mathrm{mol}}$$

c. Le clou perd le zinc oxydé : $\Delta m = -\,n\,M(\mathrm{Zn}) = -\,1{,}119 \times 10^{-5} \times 65{,}4$ (valeur de n non arrondie), soit $\boxed{\Delta m = -7{,}3 \times 10^{-4}\,\mathrm{g}}$, une perte d'environ $0{,}73\,\mathrm{mg}$.

Exercice A : une cascade sans parachute

5 points

1. Premier modèle : la chute libre

1) Dans une chute libre, seul agit le **poids**, $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

2) a. On applique au cascadeur muni de son équipement (masse m invariable, centre de masse G), la **deuxième loi de Newton** dans le référentiel terrestre, galiléen par hypothèse ; le poids est l'unique force : $\vec{P} = m\,\vec{a}$, c'est-à-dire $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$. En simplifiant par m : $\boxed{\vec{a} = \vec{g}}$. Le vecteur accélération est égal au champ de pesanteur : vertical, dirigé vers le bas, de norme g ; sa valeur est la même quelle que soit la masse du cascadeur.

b. Sur l'axe (Oz), dirigé vers le bas, la coordonnée de l'accélération vaut $a_z = +g$. Puisque $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$, une primitive donne $v_z(t) = g\,t + C_1$; à $t = 0$, $v_z = 0$, donc $C_1 = 0$ et $v_z(t) = g\,t$. Comme $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$, une primitive donne $z(t) = \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + C_2$; à $t = 0$, G est en O, donc $z(0) = 0$ et $C_2 = 0$: $z(t) = \dfrac{1}{2}\,g\,t^2$.

3) Le cascadeur atteint le filet après une chute de hauteur $H = 3\,200 - 60 = 3\,140\,\mathrm{m}$, à la date t_F telle que $z(t_\mathrm{F}) = H$:

$$\frac{1}{2}\,g\,t_\mathrm{F}^2 = H \;\Rightarrow\; t_\mathrm{F} = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 3\,140}{9{,}8}} \;\Rightarrow\; \boxed{t_\mathrm{F} = 25\,\mathrm{s}}$$

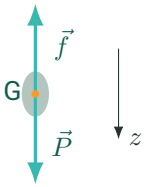
En gardant $t_\mathrm{F} = 25{,}3\,\mathrm{s}$, la vitesse à l'arrivée sur le filet vaut :

$$v_\mathrm{F} = g\,t_\mathrm{F} = 9{,}8 \times 25{,}3 \;\Rightarrow\; \boxed{v_\mathrm{F} = 2{,}5 \times 10^2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

4) $v_\mathrm{F} = 248 \times 3{,}6 \approx 8{,}9 \times 10^2\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$, plus de quatre fois la vitesse observée (environ $190\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$). **La chute libre décrit mal la cascade** : sur plus de $3\,\mathrm{km}$ de chute, l'action de l'air ne peut pas être négligée.

2. La vitesse limite

5) Une fois v_lim atteinte, G décrit une droite à vitesse constante. Le **principe d'inertie** (première loi de Newton) impose alors une somme des forces nulle : $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$, soit $\boxed{\vec{f} = -\vec{P}}$. Les deux forces ont même direction (verticale), même valeur et des sens opposés.



6) Projection de $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$ sur (Oz) (vers le bas) : $m\,g - f = 0$, soit $m\,g = \dfrac{1}{2}\,C_x\,\rho\,S\,v_\mathrm{lim}^2$. D'où $v_\mathrm{lim}^2 = \dfrac{2\,m\,g}{\rho\,S\,C_x}$ et, la vitesse étant positive, $v_\mathrm{lim} = \sqrt{\dfrac{2\,m\,g}{\rho\,S\,C_x}}$.

7) $v_\mathrm{lim} = \sqrt{\dfrac{2 \times 75 \times 9{,}8}{1{,}2 \times 0{,}75 \times 0{,}60}}$, soit $\boxed{v_\mathrm{lim} = 52\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$, c'est-à-dire $52{,}2 \times 3{,}6 \approx 1{,}9 \times 10^2\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$: la

valeur est **compatible** avec celle du texte (environ $190\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$).

3. La réception dans le filet

8) $E_c(\text{A}) = \dfrac{1}{2}\,m\,v_{\text{lim}}^2 = \dfrac{1}{2} \times 75 \times 52{,}2^2$ (valeur non arrondie), soit $\boxed{E_c(\text{A}) = 1{,}0 \times 10^5\,\text{J}}$.

9) En B le cascadeur est arrêté : $E_c(\text{B}) = 0$. On écrit $E_c(\text{B}) - E_c(\text{A}) = W_{\text{AB}}(\vec{F})$:

$$0 - \frac{1}{2}\,m\,v_{\text{lim}}^2 = -\,m\,a\,h \quad \Rightarrow \quad v_{\text{lim}}^2 = 2\,a\,h \quad \Rightarrow \quad \boxed{h = \frac{v_{\text{lim}}^2}{2\,a}}$$

10) Plus l'enfoncement h est petit, plus l'accélération $a = \dfrac{v_{\text{lim}}^2}{2h}$ est grande. La condition $a \leqslant 10\,g$ impose

$$h \geqslant \frac{v_{\text{lim}}^2}{2 \times 10\,g} = \frac{52{,}2^2}{20 \times 9{,}8} \quad \Rightarrow \quad \boxed{h_{\text{min}} \approx 14\,\text{m}}$$

Le filet doit pouvoir s'enfoncer d'au moins $14\,\text{m}$, ce qui reste compatible avec un filet tendu à $60\,\text{m}$ du sol.

Exercice B : voir une exoplanète

5 points

1. Une limite imposée par la diffraction

1) La diffraction met en évidence la **nature ondulatoire** de la lumière.

2) **Démarche.** D'après le critère de Rayleigh (document 3), le télescope sépare la planète de l'étoile si $\alpha \geqslant \theta_{\text{diff}}$, soit, avec les documents 1 et 2 :

$$\frac{r}{d_{\text{TE}}} \geqslant 1{,}22\,\frac{\lambda}{D} \quad \Rightarrow \quad D \geqslant 1{,}22\,\frac{\lambda\,d_{\text{TE}}}{r}.$$

Conversions : $r = 68 \times 1{,}496 \times 10^{11} = 1{,}017 \times 10^{13}\,\text{m}$; $d_{\text{TE}} = 160 \times 9{,}461 \times 10^{15} = 1{,}514 \times 10^{18}\,\text{m}$; d'où $\alpha = \dfrac{r}{d_{\text{TE}}} = 6{,}72 \times 10^{-6}\,\text{rad}$ (petit angle : l'approximation est justifiée). Alors

$$D \geqslant \frac{1{,}22 \times 1{,}6 \times 10^{-6}}{6{,}72 \times 10^{-6}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{D_{\text{min}} \approx 0{,}29\,\text{m}}$$

Un télescope d'au moins $29\,\text{cm}$ de diamètre suffit, en théorie, à séparer la planète de son étoile (en pratique, l'éclat de l'étoile reste le principal obstacle : c'est l'objet de la partie 2).

2. Éteindre l'étoile par interférences

3) Les télescopes visent l'étoile : sa lumière arrive parallèlement à leur axe, avec le même front d'onde sur les deux télescopes, puis parcourt des chemins de même longueur jusqu'à la recombinaison, située à égale distance des deux. Les deux faisceaux ont un retard nul l'un sur l'autre ($\tau = 0 = 0 \times T$) : ils se retrouvent **en phase** et donnent une interférence constructive.

4) Le retard du faisceau 2 sur le faisceau 1 devient $\frac{T}{2}$, multiple impair de la demi-période ($\frac{T}{2} = (2k+1)\frac{T}{2}$ avec $k = 0$) : les deux ondes se retrouvent **en opposition de phase** : l'interférence est destructive. Les deux faisceaux ayant la même amplitude (télescopes identiques), l'intensité lumineuse due à l'étoile est **nulle** (en pratique, très faible).

5) La lumière de la planète a déjà un retard $\tau = \frac{d\,\sin\alpha}{c}$ en arrivant sur le télescope 2; le dispositif retardateur lui ajoute $\frac{T}{2}$. Les retards s'additionnent : $\tau' = \tau + \frac{T}{2} = \frac{d\,\sin\alpha}{c} + \frac{T}{2}$.

6) Interférences constructives si le retard est un multiple entier de la période : $\tau' = k\,T$, avec k entier.

7) $\frac{d\,\sin\alpha}{c} + \frac{T}{2} = k\,T \;\Rightarrow\; d\,\sin\alpha = c\,T\left(k - \frac{1}{2}\right)$. Or $\lambda = c\,T$: $d\,\sin\alpha = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$. Comme $d > 0$ et $\sin\alpha > 0$, $k \geqslant 1$.

8) Avec $\sin\alpha \approx \frac{r}{d_{\text{TE}}} = \alpha$: $d = \left(k - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{\alpha}$. La distance est minimale pour $k = 1$:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2\,\alpha} = \frac{11 \times 10^{-6}}{2 \times 6{,}72 \times 10^{-6}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{d_{\min} \approx 0{,}82\,\text{m}}$$

Exercice C : une soirée d'observation de la Lune

5 points

1. La lunette

1) « 90/500 » : l'objectif a un **diamètre** de $90\,\text{mm}$ et une **distance focale** de $500\,\text{mm}$.

2) Pour un objet très éloigné, l'objectif donne une image située dans son propre plan focal image : A_1 est en F'_{obj}. Le rayon qui traverse O_1 garde sa direction et rencontre ce plan en B_1. Comme B_1 appartient aussi au plan focal objet de l'oculaire, tout rayon issu de B_1 sort de l'oculaire parallèlement à (B_1O_2), droite tracée en pointillés; θ' est l'angle que fait le rayon émergent avec l'axe optique.

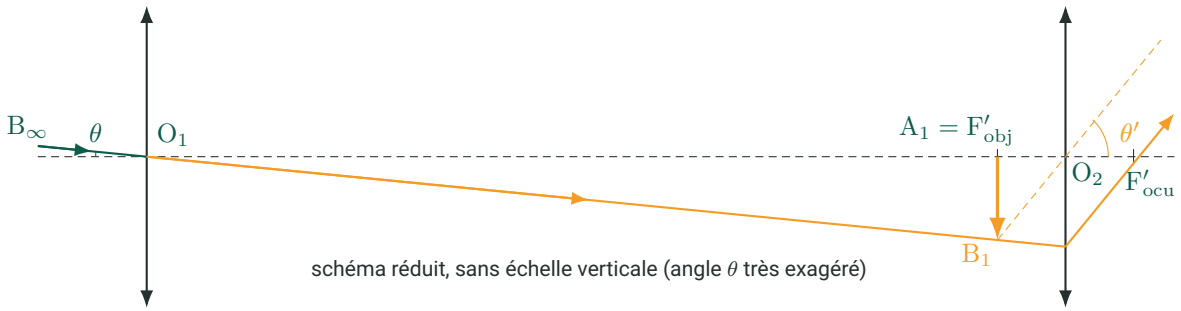


schéma réduit, sans échelle verticale (angle θ très exagéré)

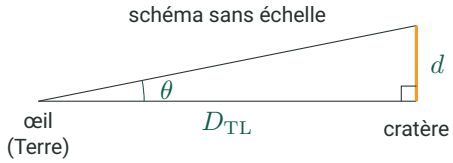
3) On dit qu'une lunette est afocale quand l'image d'un objet situé à l'infini est elle-même rejetée à l'infini (le foyer image de l'objectif coïncide avec le foyer objet de l'oculaire). L'œil observe alors

sans accommoder : l'observation est confortable et ne le fatigue pas.

4) Le grossissement est le rapport $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$, où θ' est l'angle sous lequel on voit l'image à travers la lunette et θ l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu.
Dans le triangle rectangle $\mathrm{O_1A_1B_1}$: $\tan\theta = \dfrac{\mathrm{A_1B_1}}{\mathrm{O_1A_1}} = \dfrac{\mathrm{A_1B_1}}{f'_{\mathrm{obj}}}$, donc $\theta \approx \dfrac{\mathrm{A_1B_1}}{f'_{\mathrm{obj}}}$.
Dans le triangle rectangle $\mathrm{O_2A_1B_1}$: $\tan\theta' = \dfrac{\mathrm{A_1B_1}}{\mathrm{O_2A_1}} = \dfrac{\mathrm{A_1B_1}}{f'_{\mathrm{ocu}}}$, donc $\theta' \approx \dfrac{\mathrm{A_1B_1}}{f'_{\mathrm{ocu}}}$.
Ainsi $G = \dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{\mathrm{A_1B_1}}{f'_{\mathrm{ocu}}} \times \dfrac{f'_{\mathrm{obj}}}{\mathrm{A_1B_1}} = \dfrac{f'_{\mathrm{obj}}}{f'_{\mathrm{ocu}}}$.

2. Le cratère est-il visible ?

5) On suppose la largeur d du cratère orthogonale à la ligne de visée et très petite devant D_{TL} : l'angle est alors petit et $\tan\theta \approx \theta$:



$$\theta \approx \tan\theta = \frac{d}{D_{\mathrm{TL}}} = \frac{6{,}00\,\mathrm{km}}{3{,}84 \times 10^5\,\mathrm{km}}$$

$$\boxed{\theta = 1{,}56 \times 10^{-5}\,\mathrm{rad}}$$

6) $\theta = 1{,}56 \times 10^{-5}\,\mathrm{rad} < \varepsilon = 3{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{rad}$: les deux bords du cratère ne sont pas vus séparés. Le cratère est **invisible à l'œil nu**.

7) D'après la question 4 : $\theta \approx \dfrac{\mathrm{A_1B_1}}{f'_{\mathrm{obj}}}$, donc

$$\mathrm{A_1B_1} = \theta \times f'_{\mathrm{obj}} = \frac{6{,}00}{3{,}84 \times 10^5} \times 0{,}500\,\mathrm{m} \;\Rightarrow\; \boxed{\mathrm{A_1B_1} = 7{,}81 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}}$$

soit environ $8\,\mu\mathrm{m}$ ($7{,}80 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}$ avec θ arrondi à $1{,}56 \times 10^{-5}$: accepté).

8) **Démarche.** Le cratère est distingué si l'angle θ' sous lequel on le voit dans la lunette atteint le pouvoir séparateur de l'œil : $\theta' \geqslant \varepsilon$. Or $\theta' = G\,\theta = \dfrac{f'_{\mathrm{obj}}}{f'_{\mathrm{ocu}}}\,\theta$.

- Oculaire de $40\,\mathrm{mm}$: $G = \dfrac{500}{40} = 12{,}5$; $\theta' = 12{,}5 \times 1{,}56 \times 10^{-5} \approx 2{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{rad} < \varepsilon$: cratère non distingué.
- Oculaire de $16\,\mathrm{mm}$: $G \approx 31$; $\theta' \approx 4{,}9 \times 10^{-4}\,\mathrm{rad} > \varepsilon$: cratère distingué.
- Oculaire de $8\,\mathrm{mm}$: $G \approx 63$; $\theta' \approx 9{,}8 \times 10^{-4}\,\mathrm{rad} > \varepsilon$: cratère distingué.

Autre méthode, acceptée : il faut $G \geqslant \dfrac{\varepsilon}{\theta} \approx 19$, *soit* $f'_{\mathrm{ocu}} \leqslant \dfrac{f'_{\mathrm{obj}}}{19} \approx 26\,\mathrm{mm}$.

Conclusion : la participante doit utiliser $\boxed{\text{l'oculaire de } 16\,\mathrm{mm} \text{ ou celui de } 8\,\mathrm{mm}}$; celui de $40\,\mathrm{mm}$ ne grossit pas assez.