Exercice 1 : Topographies de champs

7 points

Partie A : Champ électrostatique d'un condensateur plan

1) Le champ entre les armatures est uniforme, de valeur $E = \dfrac{U}{d}$, avec $d = 10\,\text{cm} = 0{,}10\,\text{m}$:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{5{,}0\,\text{V}}{0{,}10\,\text{m}} = \boxed{50\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}}$$

Caractéristiques du vecteur $\vec{E}$, les mêmes en tout point entre les armatures (champ uniforme) :

- **direction** : perpendiculaire aux armatures (verticale sur le schéma) ;
- **sens** : celui des flèches des lignes de champ, de l'armature du haut vers l'armature du bas, c'est-à-dire de l'armature positive vers l'armature négative ;
- **valeur** : $E = 50\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$.

2) Les constructions sont faites sur le schéma ci-dessous à droite.

Vecteur champ. À l'échelle $1{,}0\,\text{cm}$ pour $20\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$, la longueur du vecteur est

$$\ell_E = \frac{50}{20} \times 1{,}0\,\text{cm} = 2{,}5\,\text{cm}.$$

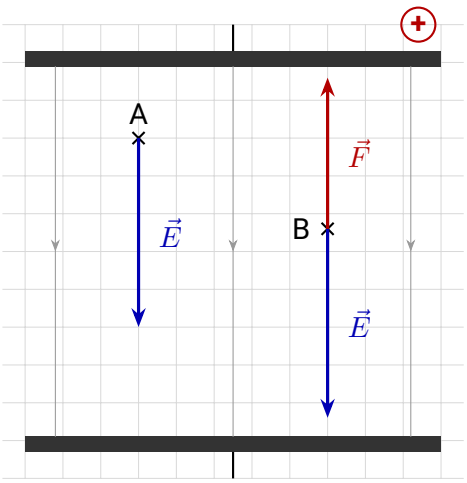
Le champ étant uniforme, $\vec{E}$ est le même en A et en B : une flèche verticale vers le bas, de $2{,}5\,\text{cm}$, qui part de chaque point.
Armature positive. Les lignes de champ partent des charges positives et vont vers les charges négatives : l'armature du **haut** est chargée positivement.
Force électrostatique. $\vec{F} = q\,\vec{E}$, donc

$$F = |q| \times E = 3{,}2 \times 10^{-19}\,\text{C} \times 50\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$$

$$\boxed{F = 1{,}6 \times 10^{-17}\,\text{N}}$$

Comme $q < 0$, $\vec{F}$ est de sens **opposé** à $\vec{E}$: verticale, vers le haut (vers l'armature positive). À l'échelle $1\,\text{cm}$ pour $8 \times 10^{-18}\,\text{N}$:

$$\ell_F = \frac{1{,}6 \times 10^{-17}}{8 \times 10^{-18}} \times 1\,\text{cm} = 2{,}0\,\text{cm}.$$



Vecteurs à l'échelle (vraie grandeur).

Partie B : Champ créé par deux charges

Les lignes de champ électrostatique sont orientées : elles **partent** des charges positives et **arrivent** sur les charges négatives.

- **Figure a** : les lignes partent de M et convergent vers N : **la charge en M est positive, la charge en N est négative**.

- **Figure b** : les lignes partent à la fois de M et de N, aucune n'y arrive : **les charges en M et en N sont toutes deux positives**.

Exercice 2 : Statique des fluides

13 points

Partie A : Un liquide inconnu

Démarche : d'après la loi fondamentale de la statique des fluides, $P_B - P_A = \rho \times g \times (z_A - z_B)$: la différence de pression est **proportionnelle** à la profondeur, ce que confirme le graphique (droite passant par l'origine). Le coefficient directeur k de la droite vaut $\rho \times g$: on le mesure, puis on en déduit ρ et on le compare à ρ_{eau}.

On lit un point de la droite, loin de l'origine : pour $z_A - z_B = 50\,\text{cm} = 0{,}50\,\text{m}$, $P_B - P_A \approx 3{,}9 \times 10^3\,\text{Pa}$.

$$k = \frac{P_B - P_A}{z_A - z_B} \approx \frac{3{,}9 \times 10^3\,\text{Pa}}{0{,}50\,\text{m}} \approx 7{,}8 \times 10^3\,\text{Pa·m}^{-1}$$

$$\rho = \frac{k}{g} \approx \frac{7{,}8 \times 10^3\,\text{Pa·m}^{-1}}{9{,}81\,\text{N·kg}^{-1}} \approx 795\,\text{kg·m}^{-3} \approx \boxed{8{,}0 \times 10^2\,\text{kg·m}^{-3}}$$

Une lecture entre $3{,}90 \times 10^3$ et $3{,}95 \times 10^3\,\text{Pa}$ donne ρ entre 795 et $805\,\text{kg·m}^{-3}$: même conclusion.

$\rho \approx 800\,\text{kg·m}^{-3}$ est nettement inférieure à $\rho_{eau} = 1\,000\,\text{kg·m}^{-3}$: **ce liquide n'est pas de l'eau**. (Autre démarche possible : pour de l'eau, à $0{,}50\,\text{m}$ de profondeur, on aurait $P_B - P_A = 1000 \times 9{,}81 \times 0{,}50 \approx 4{,}9 \times 10^3\,\text{Pa}$, et non $3{,}9 \times 10^3\,\text{Pa}$.)

Partie B : Le château d'eau d'un écoquartier

1) Pression de l'eau : $P_{eau} = P_{atm} + \Delta P = 1{,}0\,\text{bar} + 3{,}0\,\text{bar} = 4{,}0\,\text{bar}$, soit

$$P_{eau} = \boxed{4{,}0 \times 10^5\,\text{Pa}}$$

La force pressante exercée par un fluide à la pression P sur une surface plane S a pour valeur $F = P \times S$, avec $S = 1{,}0\,\text{cm}^2 = 1{,}0 \times 10^{-4}\,\text{m}^2$:

$$F = P_{eau} \times S = 4{,}0 \times 10^5\,\text{Pa} \times 1{,}0 \times 10^{-4}\,\text{m}^2 = \boxed{40\,\text{N}}$$

(soit $4{,}0 \times 10^1\,\text{N}$, avec deux chiffres significatifs). (L'air extérieur pousse la vanne en sens inverse avec $P_{atm} \times S = 10\,\text{N}$: la vanne doit donc résister à une force résultante de $\Delta P \times S = 30\,\text{N}$.)

2) On applique la loi fondamentale de la statique des fluides dans l'eau (fluide incompressible au repos, axe vertical vers le haut) entre :

- le point A, à la surface libre du château d'eau : $z_A = h_2$, $P_A = P_2 = P_{atm}$;
- le point B, au robinet du dernier étage : $z_B = h_1$, $P_B = P_{eau}$.

$$P_{eau} - P_{atm} = \rho_{eau} \times g \times (h_2 - h_1)$$

La distribution est correcte si $P_{eau} - P_{atm} \geq \Delta P$. La hauteur minimale correspond à l'égalité :

$$\Delta P = \rho_{eau} \times g \times (h_2 - h_1) \quad \text{donc} \quad h_2 = h_1 + \frac{\Delta P}{\rho_{eau} \times g}$$

$$h_2 = 10\,\text{m} + \frac{3{,}0 \times 10^5\,\text{Pa}}{1\,000\,\text{kg·m}^{-3} \times 9{,}81\,\text{N·kg}^{-1}} = 10\,\text{m} + 30{,}6\,\text{m} \approx \boxed{41\,\text{m}}$$

La surface de l'eau du château d'eau doit se trouver à au moins $41\,\text{m}$ au-dessus du sol (on garde $h_2 = 40{,}6\,\text{m}$ pour la suite).

3) *Pression de la bulle au dernier étage.* Avec la hauteur minimale, la pression de l'eau au robinet est $P_1 = P_{\text{atm}} + \Delta P = 4{,}0 \times 10^5\,\text{Pa}$; c'est aussi la pression de l'air de la bulle.

Pression de la bulle au rez-de-chaussée. Loi fondamentale de la statique des fluides entre le robinet ($z = h_1$, pression P_1) et le point de départ ($z_0 = 0$, pression P_0) :

$$P_0 - P_1 = \rho_{\text{eau}} \times g \times (h_1 - z_0) \quad \text{donc} \quad P_0 = P_1 + \rho_{\text{eau}} \times g \times h_1$$

$$P_0 = 4{,}0 \times 10^5\,\text{Pa} + 1\,000\,\text{kg·m}^{-3} \times 9{,}81\,\text{N·kg}^{-1} \times 10\,\text{m} \approx 5{,}0 \times 10^5\,\text{Pa}$$

(on garde la valeur non arrondie $P_0 = 4{,}98 \times 10^5\,\text{Pa}$; on trouve la même valeur avec $P_0 = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{eau}} \times g \times h_2$).

Volume au départ. La quantité d'air de la bulle et sa température ne changent pas : d'après la **loi de Mariotte**, $P \times V$ reste constant.

$$P_0 \times V_0 = P_1 \times V_1 \quad \text{donc} \quad V_0 = \frac{P_1 \times V_1}{P_0} = \frac{4{,}0 \times 10^5\,\text{Pa} \times 1{,}0\,\text{mL}}{4{,}98 \times 10^5\,\text{Pa}} \approx \boxed{0{,}80\,\text{mL}}$$

En remontant, la bulle passe d'une pression plus forte à une pression plus faible : son volume augmente, de $0{,}80\,\text{mL}$ à $1{,}0\,\text{mL}$, ce qui est cohérent.