Exercice 1 : La hauteur du jet d'eau de Genève

7 points

Partie 1 : modèle sans frottement

1) L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur (origine des altitudes à la surface du lac, axe Oz vers le haut) :

$$E_\mathrm{m} = E_\mathrm{c} + E_\mathrm{p} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,z$$

2) Au point A (sortie des pompes), la goutte est à l'altitude $z_\mathrm{A} = 0$, donc $E_\mathrm{p}(\mathrm{A}) = 0$; sa vitesse vaut v_0. Il reste :

$$\boxed{E_\mathrm{m}(\mathrm{A}) = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2}$$

3) En haut du jet (point B), la goutte s'arrête avant de redescendre : $v_\mathrm{B} = 0$, donc $E_\mathrm{c}(\mathrm{B}) = 0$; son altitude est $z_\mathrm{B} = h_1$. Il reste :

$$\boxed{E_\mathrm{m}(\mathrm{B}) = m\,g\,h_1}$$

4) Sans frottement, la goutte n'est soumise qu'à son poids, force conservative : l'énergie mécanique se conserve, $E_\mathrm{m}(\mathrm{A}) = E_\mathrm{m}(\mathrm{B})$.

$$\frac{1}{2}\,m\,v_0^2 = m\,g\,h_1 \quad \text{donc} \quad h_1 = \frac{v_0^2}{2\,g}$$

Avec $v_0 = 200\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}} = \dfrac{200}{3{,}6}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \approx 55{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$:

$$h_1 = \frac{(55{,}56\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2}{2 \times 9{,}81\,\mathrm{N{\cdot}kg^{-1}}} \approx \boxed{157\,\mathrm{m}}$$

(on garde $v_0 = 200/3{,}6$ non arrondie). Ce modèle donne une hauteur supérieure à la hauteur réelle ($140\,\mathrm{m}$). Les frottements de l'air, négligés ici, s'opposent au mouvement de la goutte : une partie de son énergie mécanique est dissipée (transférée à l'air sous forme thermique), et la goutte monte moins haut.

Partie 2 : modèle avec frottement

1) On traduit $E_\mathrm{c} = \frac{1}{2}\,m\,v^2$ et $E_\mathrm{p} = m\,g\,z$:

```
Ec = 0.5*m*v**2
Ep = m*g*z
```

2) Le programme donne $m = 34 \times 10^{-6}\,\mathrm{kg} = 3{,}4 \times 10^{-5}\,\mathrm{kg}$ et $v_0 = 55{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. À $t = 0$, la goutte est en A ($z = 0$) :

$$E_\mathrm{m}(0) = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 = \frac{1}{2} \times 3{,}4 \times 10^{-5}\,\mathrm{kg} \times (55{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2 \approx \boxed{5{,}3 \times 10^{-2}\,\mathrm{J}}$$

(valeur non arrondie : $0{,}0526\,\mathrm{J}$). Sur le graphique, la courbe E_m (trait plein), qui à $t = 0$ se confond avec E_c, part bien d'environ $0{,}053\,\mathrm{J}$: le résultat est cohérent.

3) Au sommet du jet, l'énergie potentielle est maximale (et l'énergie cinétique nulle). On lit $E_{\mathrm{p,max}} \approx 0{,}047\,\mathrm{J}$ à la fin de la courbe E_p. Comme $E_{\mathrm{p,max}} = m\,g\,h_2$:

$$h_2 = \frac{E_{\mathrm{p,max}}}{m\,g} = \frac{0{,}047\,\mathrm{J}}{3{,}4\times10^{-5}\,\mathrm{kg}\times 9{,}81\,\mathrm{N\cdot kg^{-1}}} \approx \boxed{1{,}4\times10^{2}\,\mathrm{m}}$$

(toute lecture entre $0{,}046\,\mathrm{J}$ et $0{,}047\,\mathrm{J}$, soit h_2 entre $138\,\mathrm{m}$ et $141\,\mathrm{m}$, est acceptée). C'est la hauteur moyenne réelle du jet ($140\,\mathrm{m}$), alors que le modèle sans frottement donnait $157\,\mathrm{m}$: ce modèle est plus en accord avec la réalité.

4) **a.** La grandeur responsable est `f` (ligne 19, $f = 1{,}24\,m$) : c'est la valeur de la **force de frottement de l'air** sur la goutte, supposée constante. Sans elle ($f = 0$), le programme retrouverait la chute libre et une énergie mécanique constante.

b. La goutte est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la force de frottement $\vec{f}$. **Théorème de l'énergie cinétique** entre A et B :

$$\Delta_{\mathrm{AB}}E_\mathrm{c} = W_{\mathrm{AB}}(\vec{P}) + W_{\mathrm{AB}}(\vec{f})$$

Le poids est une force conservative : $W_{\mathrm{AB}}(\vec{P}) = -\Delta_{\mathrm{AB}}E_\mathrm{p}$ (ici $W_{\mathrm{AB}}(\vec{P}) = -m\,g\,(z_\mathrm{B} - z_\mathrm{A})$). En remplaçant :

$$\Delta_{\mathrm{AB}}E_\mathrm{c} + \Delta_{\mathrm{AB}}E_\mathrm{p} = W_{\mathrm{AB}}(\vec{f}) \quad \text{soit} \quad \boxed{\Delta_{\mathrm{AB}}E_\mathrm{m} = W_{\mathrm{AB}}(\vec{f})}$$

c. La force de frottement est constante, verticale, opposée au déplacement $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ de longueur h_2 : $W_{\mathrm{AB}}(\vec{f}) = \vec{f}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}} = -f\,h_2$. D'après b. :

$$E_\mathrm{m}(\mathrm{B}) - E_\mathrm{m}(\mathrm{A}) = -f\,h_2 \quad \text{donc} \quad f = \frac{E_\mathrm{m}(\mathrm{A}) - E_\mathrm{m}(\mathrm{B})}{h_2}$$

avec $E_\mathrm{m}(\mathrm{A}) \approx 0{,}0526\,\mathrm{J}$ et $E_\mathrm{m}(\mathrm{B}) = E_{\mathrm{p,max}} \approx 0{,}0467\,\mathrm{J}$:

$$f = \frac{0{,}0526\,\mathrm{J} - 0{,}0467\,\mathrm{J}}{140\,\mathrm{m}} \approx \boxed{4{,}2\times10^{-5}\,\mathrm{N}}$$

Valeur théorique du programme : $f = 1{,}24\times m = 1{,}24\times 3{,}4\times10^{-5}\,\mathrm{kg} \approx 4{,}2\times10^{-5}\,\mathrm{N}$. Les deux valeurs concordent (aux erreurs de lecture graphique près). Avec des lectures à $\pm0{,}0005\,\mathrm{J}$ près, toute valeur entre $3{,}5\times10^{-5}\,\mathrm{N}$ et $5\times10^{-5}\,\mathrm{N}$ est acceptée : f est la différence de deux lectures proches.

Exercice 2 : Une attraction aquatique

3,5 points

1) Système S, dans le référentiel terrestre. Forces sur AB : le poids $\vec{P}$ (vertical, vers le bas) et la réaction $\vec{R}$ de la rampe, perpendiculaire à la rampe puisqu'il n'y a pas de frottement. $\vec{R}$ est perpendiculaire au déplacement à chaque instant : son travail est nul. Seul le poids, force conservative, travaille : l'énergie mécanique se conserve (on peut aussi appliquer le théorème de l'énergie cinétique avec $W_{\mathrm{AB}}(\vec{P}) = m\,g\,h$).

Origine des altitudes au sol ; en A : $v_\mathrm{A} = 0$, $z_\mathrm{A} = h$; en B : $z_\mathrm{B} = 0$.

$$E_\mathrm{m}(\mathrm{A}) = E_\mathrm{m}(\mathrm{B}) \;\Rightarrow\; m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v_\mathrm{B}^2 \;\Rightarrow\; v_\mathrm{B} = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2 \times 9{,}81\,\mathrm{N{\cdot}kg^{-1}} \times 8{,}5\,\mathrm{m}} \approx \boxed{13\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

(valeur non arrondie : $12{,}9\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$).

2) Sans frottement sur toute la rampe, l'énergie mécanique se conserverait tout au long du parcours. Au point le plus haut M, la vitesse est nulle : $E_\mathrm{m}(\mathrm{M}) = m\,g\,z_\mathrm{M} = E_\mathrm{m}(\mathrm{A}) = m\,g\,h$, donc $z_\mathrm{M} = h$. Le point M serait **à la même hauteur que le point de départ A**, soit $\boxed{z_\mathrm{M} = 8{,}5\,\mathrm{m}}$.

3) Sur BD, l'énergie mécanique n'est plus conservée ; sa variation est égale au travail de la force de frottement : $\Delta_\mathrm{BD}E_\mathrm{m} = W_\mathrm{BD}(\vec{f})$. En D, point le plus haut atteint, $v_\mathrm{D} = 0$:

$$E_\mathrm{m}(\mathrm{D}) - E_\mathrm{m}(\mathrm{B}) = m\,g\,h' - \frac{1}{2}\,m\,v_\mathrm{B}^2 = m\,g\,h' - m\,g\,h = m\,g\,(h' - h)$$

$$W_\mathrm{BD}(\vec{f}) = 60\,\mathrm{kg} \times 9{,}81\,\mathrm{N{\cdot}kg^{-1}} \times (5{,}0\,\mathrm{m} - 8{,}5\,\mathrm{m}) \approx -2{,}1 \times 10^3\,\mathrm{J}$$

La force de frottement, constante, est opposée au déplacement rectiligne BD : $W_\mathrm{BD}(\vec{f}) = -f \times \mathrm{BD}$. Donc :

$$f = \frac{m\,g\,(h - h')}{\mathrm{BD}} = \frac{2\,060\,\mathrm{J}}{7{,}0\,\mathrm{m}} \approx \boxed{2{,}9 \times 10^2\,\mathrm{N}}$$

Exercice 3 : Le décollage d'un avion

4,5 points

1) Système {avion}, référentiel terrestre. Sur la piste horizontale, le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$ du sol sont verticaux, donc perpendiculaires au déplacement : leur travail est nul. **Théorème de l'énergie cinétique** entre A ($v_\mathrm{A} = 0$) et B :

$$\frac{1}{2}\,m\,v_\mathrm{B}^2 - 0 = W_\mathrm{AB}(\vec{F}) \quad \text{donc} \quad v_\mathrm{B} = \sqrt{\frac{2\,W_\mathrm{AB}(\vec{F})}{m}}$$

avec $m = 50\,\mathrm{t} = 5{,}0 \times 10^4\,\mathrm{kg}$:

$$v_\mathrm{B} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}2 \times 10^8\,\mathrm{J}}{5{,}0 \times 10^4\,\mathrm{kg}}} \approx \boxed{69\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}} \quad \text{soit} \quad 69{,}3 \times 3{,}6 \approx \boxed{2{,}5 \times 10^2\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}}$$

2) $v'_\mathrm{B} = 0{,}90 \times v_\mathrm{B} \approx 62{,}4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit maintenant avec la force de frottement, constante et opposée au déplacement ($W_\mathrm{AB}(\vec{f}) = -f \times \mathrm{AB}$) :

$$\frac{1}{2}\,m\,v'^2_\mathrm{B} = W_\mathrm{AB}(\vec{F}) - f \times \mathrm{AB} \quad \text{donc} \quad f = \frac{W_\mathrm{AB}(\vec{F}) - \frac{1}{2}\,m\,v'^2_\mathrm{B}}{\mathrm{AB}}$$

$$f = \frac{1{,}2 \times 10^8\,\mathrm{J} - \frac{1}{2} \times 5{,}0 \times 10^4\,\mathrm{kg} \times (62{,}4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2}{200\,\mathrm{m}} \approx \boxed{1{,}1 \times 10^5\,\mathrm{N}}$$

(Remarque : $\frac{1}{2}\,m\,v'^2_\mathrm{B} = 0{,}81 \times W_\mathrm{AB}(\vec{F})$, d'où $f = \dfrac{0{,}19 \times 1{,}2 \times 10^8\,\mathrm{J}}{200\,\mathrm{m}} = 1{,}14 \times 10^5\,\mathrm{N}$.)

3) **a.** La poussée est constante et parallèle au déplacement : $W_{\mathrm{AB}}(\vec{F}) = F \times \mathrm{AB}$, donc

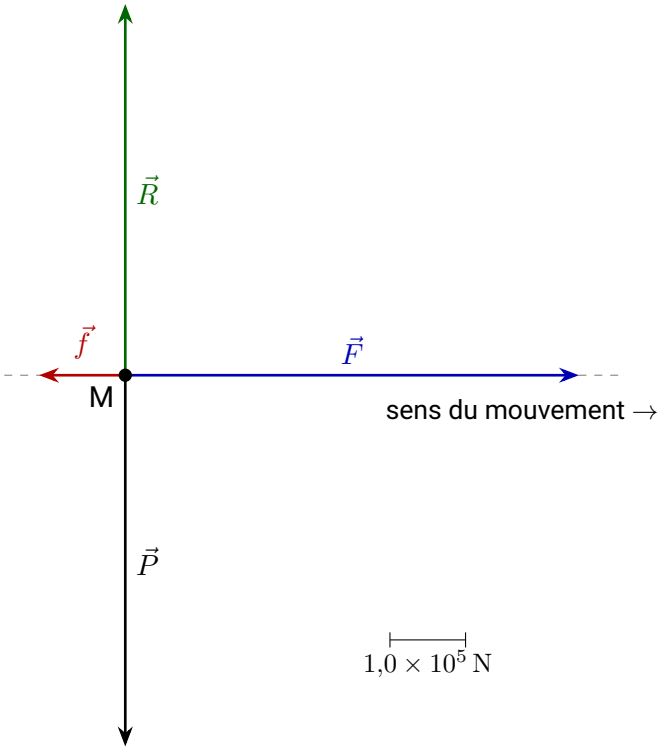
$$F = \frac{W_{\mathrm{AB}}(\vec{F})}{\mathrm{AB}} = \frac{1{,}2 \times 10^8\,\mathrm{J}}{200\,\mathrm{m}} = \boxed{6{,}0 \times 10^5\,\mathrm{N}}$$

$$P = m\,g = 5{,}0 \times 10^4\,\mathrm{kg} \times 9{,}81\,\mathrm{N{\cdot}kg^{-1}} \approx \boxed{4{,}9 \times 10^5\,\mathrm{N}}$$

Le mouvement est horizontal : il n'y a pas de mouvement vertical, donc les forces verticales se compensent : $\boxed{R = P \approx 4{,}9 \times 10^5\,\mathrm{N}}$.

b. Échelle choisie : $1\,\mathrm{cm}$ pour $1{,}0 \times 10^5\,\mathrm{N}$. Longueurs : F : $6{,}0\,\mathrm{cm}$; f : $1{,}1\,\mathrm{cm}$; P et R : $4{,}9\,\mathrm{cm}$.

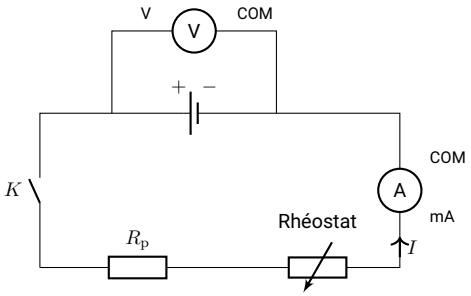
c. Sur la construction, $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent ; $\vec{F}$ est plus longue que $\vec{f}$. La somme des forces $\vec{F} + \vec{f} + \vec{P} + \vec{R}$ n'est donc pas nulle : elle est horizontale, dirigée dans le sens du mouvement, de valeur $F - f \approx 4{,}9 \times 10^5\,\mathrm{N}$ (environ $4{,}9\,\mathrm{cm}$ sur le schéma).
D'après le **principe d'inertie** (par contraposée), le mouvement n'est pas rectiligne uniforme. Comme la somme des forces a la direction et le sens du mouvement, la variation de vitesse aussi : la vitesse augmente. Le mouvement de l'avion sur AB est **rectiligne accéléré**.



Exercice 4 : Caractéristique d'une pile

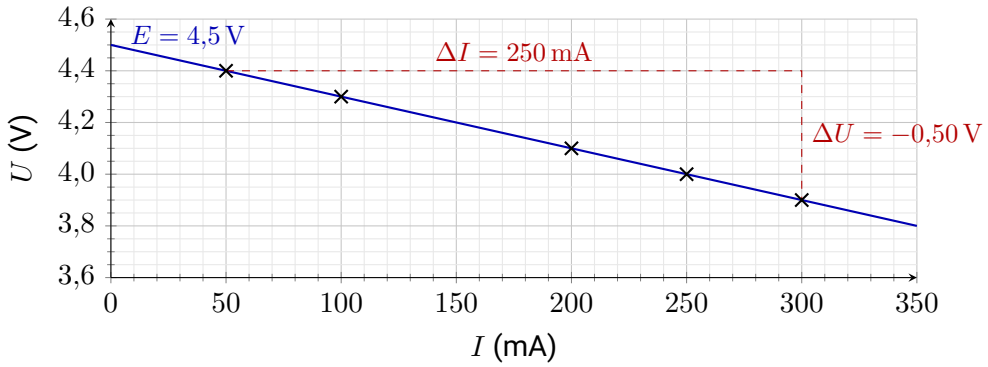
5 points

1) Le **voltmètre** se branche en dérivation aux bornes de la pile (borne V côté $+$, borne COM côté $-$) ; l'**ampèremètre** se branche en série (le courant, qui sort par la borne $+$ de la pile, entre par la borne mA et ressort par la borne COM).



2) Le rhéostat est une résistance réglable : en modifiant sa valeur, on fait varier l'intensité I du courant dans le circuit, ce qui permet de relever plusieurs points $(I\,;U)$ de la caractéristique. (La résistance R_p protège la pile en limitant l'intensité.)

3) On place les cinq points de mesure : ils sont alignés sur une droite décroissante qui ne passe pas par l'origine (tracés de lecture utiles à la question 4 en couleur).



4) La caractéristique est une droite d'équation $U = E - r\,I$ (modèle d'une source réelle : source idéale de tension E en série avec une résistance r).

- L'ordonnée à l'origine (pour $I = 0$) donne la force électromotrice : $\boxed{E = 4{,}5\,\text{V}}$.
- Le coefficient directeur vaut $\dfrac{\Delta U}{\Delta I} = \dfrac{3{,}9\,\text{V} - 4{,}4\,\text{V}}{0{,}300\,\text{A} - 0{,}050\,\text{A}} = -2{,}0\,\text{V}\cdot\text{A}^{-1}$, donc $\boxed{r = 2{,}0\,\Omega}$.

D'où : $\boxed{U = 4{,}5 - 2{,}0 \times I}$ (U en volts, I en ampères).

5) La pile convertit de l'énergie chimique en énergie électrique. Son rendement est le rapport de la puissance électrique fournie au circuit à la puissance chimique convertie :

$$\eta = \frac{P_\text{fournie}}{P_\text{chimique}} = \frac{U\,I}{E\,I} = \frac{U}{E}$$

Pour $I = 150\,\text{mA} = 0{,}150\,\text{A}$: $U = 4{,}5 - 2{,}0 \times 0{,}150 = 4{,}2\,\text{V}$, donc

$$\eta = \frac{4{,}2\,\text{V}}{4{,}5\,\text{V}} \approx \boxed{0{,}93 = 93\,\%}$$

(les $7\,\%$ restants sont dissipés par effet Joule dans la résistance interne).

6) La puissance chimique convertie est $P_\text{chimique} = E\,I$; pendant $\Delta t = 2\,\text{min} = 120\,\text{s}$:

$$E_\text{chimique} = E\,I\,\Delta t = 4{,}5\,\text{V} \times 0{,}150\,\text{A} \times 120\,\text{s} = \boxed{81\,\text{J}}$$

(Vérification : énergie électrique fournie $U\,I\,\Delta t = 75{,}6\,\text{J}$, plus effet Joule $r\,I^2\,\Delta t = 5{,}4\,\text{J}$: on retrouve $81\,\text{J}$.)