# Exercice 1 : Une chaîne du froid sans électricité

**6 points**

## Partie A : un récipient conçu pour isoler

**1)** Un transfert par contact entre deux solides est une **conduction** : l'énergie passe de particule à particule à travers la matière, qui ne se déplace pas. En suspendant le vase sur quelques cales élastiques et un petit support isolant, on réduit au minimum la surface de contact solide entre le vase et l'enveloppe, et ces pièces sont de mauvais conducteurs thermiques : c'est la conduction que l'on cherche à limiter.

**2)** Tout objet émet un rayonnement électromagnétique (dans l'infrarouge aux températures ordinaires) qui transporte de l'énergie et traverse même le vide. Une paroi réfléchissante renvoie la plus grande partie du rayonnement qu'elle reçoit et en émet elle-même très peu. Les deux parois polies limitent donc les échanges par **rayonnement**, dans un sens comme dans l'autre : ici, elles empêchent surtout le rayonnement venu de l'extérieur, plus chaud, de réchauffer l'eau.

**3)** À si faible pression, il ne reste presque plus de molécules entre les parois. Or la **convection** demande un fluide qui se déplace en emportant l'énergie, et la conduction dans un gaz se fait par les chocs entre molécules. Avec si peu de matière entre les deux parois, ces deux modes de transfert deviennent quasiment impossibles : seul subsiste le rayonnement, que limitent les surfaces réfléchissantes (question 2).

## Partie B : de quel métal le vase interne est-il fait ?

**4)** Le système $\Sigma$ est fermé et immobile à notre échelle : le premier principe de la thermodynamique s'écrit $\Delta U_\Sigma = W + Q$, où $W$ et $Q$ sont les énergies reçues de l'extérieur par travail et par transfert thermique.

- Hypothèse 1 : pas d'échange thermique avec le milieu extérieur, soit $Q = 0$.
- Hypothèse 2 : pas de travail reçu ni fourni, soit $W = 0$.

Il reste $\boxed{\Delta U_\Sigma = 0}$. Ce que perd l'eau chaude, gagné par l'eau froide et par le métal, reste interne à $\Sigma$ et n'entre donc pas dans $Q$.

**5)** On convertit les masses en kilogrammes, puisque $c_{\text{eau}}$ est en $\text{J·kg}^{-1}\text{·K}^{-1}$ ; on peut garder les degrés Celsius, car seules des différences interviennent (un écart de $1\,^\circ\text{C}$ vaut $1\,\text{K}$) :

$$C_\text{V} = \frac{0{,}150 \times 4{,}18 \times 10^3 \times (70{,}0 - 32{,}4)}{32{,}4 - 12{,}0} - 0{,}250 \times 4{,}18 \times 10^3 = 1\,155{,}6 - 1\,045 = 110{,}6\,\text{J·K}^{-1}$$

$$\boxed{C_\text{V} \approx 1{,}1 \times 10^2\,\text{J·K}^{-1}}$$

On obtient $C_\text{V}$ en retranchant deux nombres proches : une petite erreur sur les températures le modifie beaucoup (voir la question suivante).

**6)** Pour un objet homogène, $C_\text{V} = m_\text{V}\, c_\text{V}$, où $c_\text{V}$ caractérise le matériau. On garde la valeur non arrondie de $C_\text{V}$ :

$$c_\text{V} = \frac{C_\text{V}}{m_\text{V}} = \frac{110{,}6\,\text{J·K}^{-1}}{0{,}120\,\text{kg}} = \boxed{9{,}2 \times 10^2\,\text{J·kg}^{-1}\text{·K}^{-1}}$$

Parmi les métaux proposés, seul l'aluminium ($900\,\text{J·kg}^{-1}\text{·K}^{-1}$) a une valeur de cet ordre ; celles

des trois autres sont au plus égales à $520\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$. Le vase interne est vraisemblablement en **aluminium**.

Robustesse : avec $\theta_\mathrm{f} = 32{,}3\,^\circ\mathrm{C}$ ou $32{,}5\,^\circ\mathrm{C}$ (thermomètre au dixième de degré), on trouverait $c_\mathrm{V}$ entre 850 et $990\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ : la conclusion ne change pas.

**7)** L'énergie va spontanément du système, à $32{,}4\,^\circ\mathrm{C}$, vers l'air plus froid de la salle. Le flux thermique est l'écart de température divisé par la résistance thermique :

$$\Phi = \frac{\theta_\mathrm{f} - \theta_\mathrm{air}}{R_\mathrm{th}} = \frac{(32{,}4 - 20)\,\mathrm{K}}{18\,\mathrm{K{\cdot}W^{-1}}} = 0{,}69\,\mathrm{W} \qquad \boxed{\Phi \approx 0{,}7\,\mathrm{W}}$$

**8)** Le flux thermique est une énergie transférée par unité de temps : $Q = \Phi \times \Delta t$. En le supposant constant pendant la mesure (en réalité le système est moins chaud au début, le flux est donc un peu surestimé) :

$$Q = 0{,}69\,\mathrm{W} \times 240\,\mathrm{s} = 1{,}7 \times 10^2\,\mathrm{J}$$

L'énergie cédée à l'air pendant la mesure est de l'ordre de $\boxed{10^2\,\mathrm{J}}$ (environ $170\,\mathrm{J}$).

**9)** Pour l'eau chaude, qui passe de $70{,}0\,^\circ\mathrm{C}$ à $32{,}4\,^\circ\mathrm{C}$ :

$$\Delta U_\mathrm{C} = m_\mathrm{C}\, c_\mathrm{eau}\, (\theta_\mathrm{f} - \theta_\mathrm{C}) = 0{,}150 \times 4{,}18 \times 10^3 \times (32{,}4 - 70{,}0) = \boxed{-2{,}4 \times 10^4\,\mathrm{J}}$$

Le signe négatif traduit l'énergie cédée par l'eau chaude au reste du système. On compare les valeurs absolues par leur rapport :

$$\frac{|\Delta U_\mathrm{C}|}{Q} = \frac{2{,}36 \times 10^4}{1{,}7 \times 10^2} \approx 1{,}4 \times 10^2$$

Les pertes vers la salle ne dépassent pas $1\,\%$ de l'énergie cédée par l'eau chaude, et **l'hypothèse 1 est raisonnable**.

Remarque : comparée à l'énergie reçue par le vase seul, $C_\mathrm{V}\,(\theta_\mathrm{f} - \theta_\mathrm{F}) \approx 2{,}3 \times 10^3\,\mathrm{J}$, la perte n'est plus si petite (environ $7\,\%$). En la prenant en compte, on trouverait $C_\mathrm{V} \approx 1{,}0 \times 10^2\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$ et $c_\mathrm{V} \approx 8{,}5 \times 10^2\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ : c'est toujours l'aluminium.

## Partie C : une journée de tournée

**10)** On dérive la fonction proposée ($\theta_0$, $\theta_\mathrm{a}$ et $\tau$ sont des constantes) :

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = -\frac{\theta_0 - \theta_\mathrm{a}}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

On calcule séparément le second membre de l'équation différentielle :

$$\frac{1}{\tau}\big(\theta_\mathrm{a} - \theta(t)\big) = \frac{1}{\tau}\Big(\theta_\mathrm{a} - (\theta_0 - \theta_\mathrm{a})\,\mathrm{e}^{-t/\tau} - \theta_\mathrm{a}\Big) = -\frac{\theta_0 - \theta_\mathrm{a}}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

Les deux expressions sont identiques pour tout $t$ : la fonction est **solution** de l'équation. De plus, $\theta(0) = (\theta_0 - \theta_\mathrm{a}) \times 1 + \theta_\mathrm{a} = \theta_0$ : la condition initiale est respectée.

**11)** De 6 h 30 à 18 h 30, la durée écoulée est $t = 12\,\mathrm{h}$. Comme $t$ et $\tau$ sont dans la même unité, on

peut calculer directement :

$$\theta(12\,\text{h}) = (2{,}0 - 30)\,\text{e}^{-12/60} + 30 = -28 \times 0{,}819 + 30 = \boxed{7{,}1\,^\circ\text{C}}$$

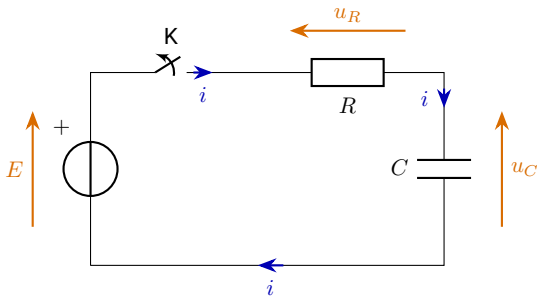
Cette température est comprise entre $2\,^\circ\text{C}$ et $8\,^\circ\text{C}$ : selon le modèle, **les vaccins arrivent encore dans le bon intervalle**. La marge est faible : la limite de $8\,^\circ\text{C}$ serait atteinte au bout de $t = \tau \ln\left(\dfrac{\theta_0 - \theta_\text{a}}{8 - \theta_\text{a}}\right) = 60 \times \ln\dfrac{28}{22} \approx 14{,}5\,\text{h}$, soit à 21 h : un retard de plus de deux heures et demie compromettrait les vaccins.

## Exercice 2 : Le condensateur d'un filtre d'enceinte

**4 points**

### Partie A : mesure de la capacité

**1)** Le courant sort par la borne $+$ du générateur et parcourt le circuit dans le sens des aiguilles d'une montre. $E$ est orientée vers le $+$ du générateur (convention générateur, même sens que $i$) ; celles de $u_R$ et de $u_C$ pointent à l'opposé du courant (convention récepteur).




**2)** **Loi des mailles** (orientations de la question 1) : $E = u_R + u_C$.

**Loi d'Ohm** : $u_R = R\,i$. La charge de l'armature par laquelle arrive le courant vaut $q = C\,u_C$ et $i = \dfrac{\text{d}q}{\text{d}t}$ ; $C$ étant constante, $i = C\,\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t}$.

On remplace $u_R$ par $R\,C\,\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t}$ dans la loi des mailles, puis on divise par le produit $R\,C$ :

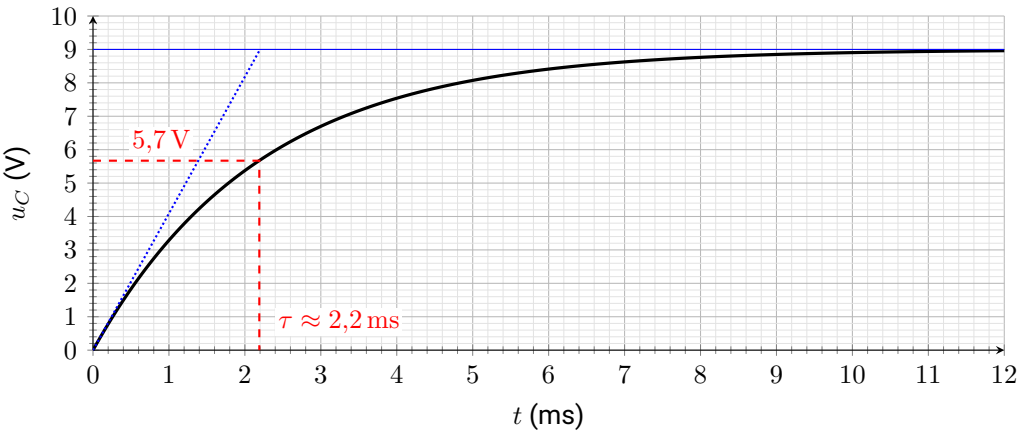
$$\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\tau = RC}$$

**3)** Une somme n'a de sens que si ses termes s'expriment dans la même unité. Or $\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t}$, quotient d'une tension par une durée, s'exprime en $\text{V}\cdot\text{s}^{-1}$. Le terme $\dfrac{u_C}{\tau}$ doit donc aussi s'exprimer en $\text{V}\cdot\text{s}^{-1}$ ; $u_C$ étant en volts, $\boxed{\tau \text{ s'exprime en secondes}}$ : c'est une durée, appelée constante de temps du circuit.

**4)** Quand la charge est terminée, $u_C = E = 9{,}0\,\text{V}$. La solution $u_C(t) = E\,(1 - \text{e}^{-t/\tau})$ donne, à la date $\tau$, $u_C(\tau) = E\,(1 - \text{e}^{-1}) \approx 0{,}63\,E$ :

$$u_C(\tau) = 0{,}63 \times 9{,}0\,\text{V} = 5{,}7\,\text{V}$$

On trace l'horizontale $u_C = 5{,}7\,\text{V}$ jusqu'à la courbe, puis la verticale qui descend sur l'axe des temps :




On lit $\boxed{\tau \approx 2{,}2\,\text{ms}}$ (une petite graduation vaut $0{,}2\,\text{ms}$ : toute valeur de 2,1 à $2{,}3\,\text{ms}$ est acceptée). Autre méthode (pointillés bleus) : la tangente tracée en $t = 0$ atteint la droite $u_C = E$ à la date $\tau$.

**5)** De $\tau = RC$ on tire, en unités du Système international :

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{2{,}2 \times 10^{-3}\,\text{s}}{100 \times 10^{3}\,\Omega} = 2{,}2 \times 10^{-8}\,\text{F} \qquad \boxed{C \approx 22\,\text{nF}}$$

(entre 21 et $23\,\text{nF}$ selon la lecture), ce qui correspond au modèle de $22{,}0\,\text{nF}$ du catalogue.

## Partie B : à l'intérieur du condensateur

**6)** À isolant fixé, $C_0 = \dfrac{\varepsilon S}{a}$ **croît proportionnellement à** $S$ et **varie comme l'inverse de** $a$ : on obtient une grande capacité avec de grandes armatures très rapprochées.

**7)** Les armatures de chaque condensateur élémentaire sont des rectangles $L \times h$ : $S = Lh$. Les $n$ couches d'isolant, toutes identiques, forment l'épaisseur totale (celle des armatures est négligée) : $e = n\,a$, donc $a = \dfrac{e}{n}$. Ainsi :

$$C = n\,C_0 = n \times \frac{\varepsilon L h}{e/n} \qquad \boxed{C = \frac{n^2\,\varepsilon\,L\,h}{e}}$$

**8)** On isole $n$ (nombre positif) et on convertit les longueurs en mètres :

$$n = \sqrt{\frac{C\,e}{\varepsilon\,L\,h}} = \sqrt{\frac{22{,}0 \times 10^{-9} \times 5{,}0 \times 10^{-3}}{1{,}95 \times 10^{-11} \times 12{,}0 \times 10^{-3} \times 8{,}0 \times 10^{-3}}} = 242 \qquad \boxed{n \approx 2{,}4 \times 10^{2}}$$

Chaque couche de polypropylène n'a alors qu'une épaisseur $a = e/n \approx 21\,\mu\text{m}$, un film bien plus fin qu'une feuille de papier.

**9)** Deux armatures voisines encadrent une couche d'isolant : 260 armatures empilées délimitent $260 - 1 = 259$ couches, soit 259 condensateurs élémentaires. L'écart avec notre calcul (242) est

d'environ $7\,\%$.

Les données du catalogue sont imprécises : $2\,\%$ sur $C$, et surtout $0{,}5\,\text{mm}$ sur des longueurs de quelques millimètres ($10\,\%$ sur $e$). En combinant les valeurs extrêmes :

- valeur basse de $n$ (plus petites valeurs de $C$ et $e$, plus grandes de $L$ et $h$) : $C = 21{,}56\,\text{nF}$, $e = 4{,}5\,\text{mm}$, $L = 12{,}5\,\text{mm}$, $h = 8{,}5\,\text{mm}$, d'où $n_{\text{min}} \approx 216$ ;
- valeur haute de $n$ (plus grandes valeurs de $C$ et $e$, plus petites de $L$ et $h$) : $C = 22{,}44\,\text{nF}$, $e = 5{,}5\,\text{mm}$, $L = 11{,}5\,\text{mm}$, $h = 7{,}5\,\text{mm}$, d'où $n_{\text{max}} \approx 271$.

Les 259 condensateurs annoncés tombent dans l'intervalle de 216 à 271 permis par les incertitudes : **pas de contradiction** entre le fabricant et notre modèle.

## Exercice 3 : Dater un ancien foyer

**4 points**

### Partie A : reconnaître une désintégration

**1)** La flèche part du radium 226 et arrive au radon 222. Appelons ${}^{A}_{Z}\text{X}$ la particule inconnue :

$$ {}^{226}_{88}\text{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^{A}_{Z}\text{X} $$

Les lois de Soddy imposent, au cours d'une réaction nucléaire :

- le nombre de nucléons se conserve : $226 = 222 + A$, soit $A = 4$ ;
- le nombre de charge se conserve aussi : $88 = 86 + Z$, soit $Z = 2$.

La particule est un noyau d'hélium 4 : $\boxed{{}^{226}_{88}\text{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^{4}_{2}\text{He}}$. Cette désintégration est de **type** $\alpha$.

### Partie B : le carbone 14

**2)** Deux noyaux isotopes possèdent **autant de protons** ($Z$ identique : même élément chimique) mais **pas autant de neutrons** ($N$ différent), donc pas le même nombre de masse $A$. Exemple : ${}^{12}_{6}\text{C}$ et ${}^{14}_{6}\text{C}$.

**3)** Sur la figure 6, le carbone 14 ($Z = 6$, $N = 8$) est indiqué « $\beta^-$ » : il émet un électron ${}^{0}_{-1}\text{e}$. Avec les lois de Soddy, le noyau fils a $A = 14 - 0 = 14$ et $Z = 6 - (-1) = 7$ : c'est de l'azote 14.

$$ \boxed{{}^{14}_{6}\text{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\text{N} + {}^{0}_{-1}\text{e}} $$

### Partie C : loi de décroissance radioactive

**4)** $\lambda$ est la **constante radioactive** du carbone 14 ; elle ne dépend que du type de noyau.

**5)** $t_{1/2}$ est le temps nécessaire pour que le nombre de noyaux de carbone 14 d'un échantillon soit divisé par deux : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

**6)** On écrit la loi de décroissance à la date $t_{1/2}$ et on utilise la définition précédente :

$$N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \quad\Longrightarrow\quad \mathrm{e}^{\lambda t_{1/2}} = 2 \quad\Longrightarrow\quad \lambda\,t_{1/2} = \ln 2 \quad\Longrightarrow\quad \boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$$

**7)** $\ln 2$ n'a pas d'unité et $t_{1/2}$ est un temps : $\lambda$ a la dimension de l'inverse d'une durée. Dans le Système international, $\boxed{\lambda \text{ s'exprime en } \mathrm{s}^{-1}}$. (Cohérence : l'exposant $\lambda t$ de l'exponentielle est bien sans unité.)

**8)** Pendant $\Delta t$, la population perd $-\Delta N$ noyaux : chacun d'eux correspond à une désintégration. Rapporté à la durée, il donne l'activité :

$$A = \frac{-\Delta N}{\Delta t} = \frac{\lambda\,N\,\Delta t}{\Delta t} \qquad \boxed{A = \lambda\,N}$$

Le signe « $-$ » est indispensable : $N$ décroît ($\Delta N < 0$) tandis que $A$ est un nombre positif.

**9)** L'échantillon contient $3{,}0\,\mathrm{g}$ de carbone, et chaque gramme donne 13,6 désintégrations par minute. Son activité, en becquerels (désintégrations par seconde), vaut :

$$A = \frac{3{,}0 \times 13{,}6}{60} = 0{,}68\,\mathrm{Bq}$$

La constante radioactive, en $\mathrm{s}^{-1}$ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5\,730 \times 3{,}16 \times 10^7\,\mathrm{s}} = 3{,}83 \times 10^{-12}\,\mathrm{s}^{-1}$$

D'où le nombre de noyaux de carbone 14 :

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{0{,}68\,\mathrm{Bq}}{3{,}83 \times 10^{-12}\,\mathrm{s}^{-1}} \qquad \boxed{N \approx 1{,}8 \times 10^{11} \text{ noyaux}}$$

Ce nombre paraît énorme, mais il ne représente qu'environ un atome de carbone sur mille milliards.

## Partie D : datation

**10)** De $A = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, on tire $\dfrac{A_0}{A} = \mathrm{e}^{\lambda t}$, puis, en prenant le logarithme népérien, $\lambda\,t = \ln\left(\dfrac{A_0}{A}\right)$. Avec $\dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{t_{1/2}}{\ln 2}$ (question 6) :

$$\boxed{t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\,\ln\left(\frac{A_0}{A}\right)}$$

**11)** Les deux activités sont exprimées dans la même unité : seul leur rapport intervient. L'âge sort dans l'unité de $t_{1/2}$, l'année :

$$t = \frac{5\,730}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{13{,}6}{4{,}25}\right) = 8\,267 \times \ln(3{,}20) = 9{,}6 \times 10^3 \qquad \boxed{t \approx 9{,}6 \times 10^3\,\text{ans}}$$

Contrôle : $A_0/A = 3{,}2$ est compris entre 2 et 4, donc l'âge est compris entre une et deux demi-

vies ($5\,730$ et $11\,460$ ans). Le foyer a été utilisé il y a environ $9\,600$ ans.

## Exercice 4 : Une coloration pour cheveux

**6 points**

### Partie A : la solution oxydante

**1)** À l'équivalence, le peroxyde d'hydrogène et les ions permanganate ont été mis en présence dans les proportions de l'équation (5 pour 2) ; chacun est entièrement consommé :

$$\frac{n_1}{5} = \frac{n_{2,\mathrm{E}}}{2} \qquad \boxed{n_1 = \frac{5}{2}\,n_{2,\mathrm{E}}}$$

**2)** Avec $n_1 = c_1\,V_1$ et $n_{2,\mathrm{E}} = c_2\,V_\mathrm{E}$ :

$$c_1 = \frac{5\,c_2\,V_\mathrm{E}}{2\,V_1} = \frac{5 \times 2{,}00 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}} \times 22{,}0\,\mathrm{mL}}{2 \times 10{,}0\,\mathrm{mL}} = \boxed{0{,}110\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}}$$

Inutile de convertir les volumes : ils figurent au numérateur et au dénominateur.

**3)** La dilution a divisé la concentration par 25 ; on remonte donc à S en multipliant :

$$c = 25 \times c_1 = 25 \times 0{,}110\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}} = \boxed{2{,}75\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}}$$

**4)** Pour une solution de pourcentage en masse $w$ et de masse volumique $\rho$, un litre de solution pèse $\rho \times 1\,\mathrm{L}$ et contient la masse $w\,\rho \times 1\,\mathrm{L}$ de peroxyde d'hydrogène, d'où $c = \dfrac{w\,\rho}{M(\mathrm{H_2O_2})}$. Pour chaque solution du tableau :

| Solution | n° 1 | n° 2 | n° 3 | n° 4 |
|---|---|---|---|---|
| $c = \dfrac{w\,\rho}{M}$ $(\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}})$ | $\dfrac{0{,}030 \times 1010}{34} = 0{,}89$ | $1{,}80$ | $\dfrac{0{,}090 \times 1031}{34} = 2{,}73$ | $3{,}68$ |

La valeur titrée, $2{,}75\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$, ne diffère que de $0{,}8\,\%$ de celle de la solution n° 3, alors que les autres en sont très éloignées : le flacon contient la **solution n° 3** ($9{,}0\,\%$, 30 volumes).

**5)** On raisonne sur $V = 1{,}00\,\mathrm{L}$ de solution n° 3, le volume qui sert à définir le titre.

- Masse de solution : $m_\mathrm{sol} = \rho\,V = 1\,031\,\mathrm{g}$ ; elle renferme $m = 0{,}090 \times 1\,031\,\mathrm{g} = 92{,}8\,\mathrm{g}$ de $H_2O_2$.
- Quantité de matière : $n(\mathrm{H_2O_2}) = \dfrac{m}{M(\mathrm{H_2O_2})} = \dfrac{92{,}8\,\mathrm{g}}{34\,\mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}} = 2{,}73\,\mathrm{mol}.$
- L'équation de décomposition (totale) montre qu'il faut deux $H_2O_2$ pour une molécule de $O_2$ : $n(\mathrm{O_2}) = \dfrac{n(\mathrm{H_2O_2})}{2} = 1{,}36\,\mathrm{mol}.$
- Volume de dioxygène dans les conditions normales : $V(\mathrm{O_2}) = n(\mathrm{O_2}) \times V_\mathrm{m} = 1{,}36\,\mathrm{mol} \times 22{,}4\,\mathrm{L{\cdot}mol^{-1}} \approx 31\,\mathrm{L}.$

Un litre de solution à $9{,}0\,\%$ libère environ $31\,\mathrm{L}$ de dioxygène : son titre vaut donc à peu près **30 volumes**, ce qu'indique le tableau (l'écart de $2\,\%$ vient des arrondis des données).

## Partie B : la crème colorante

**6)** L'ammoniac, base du couple $NH_4^+/NH_3$, reçoit un ion $H^+$ de la part d'une molécule d'eau, qui se comporte ici en acide (couple $H_2O/HO^-$) :

$$\boxed{NH_3(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons NH_4^+(aq) + HO^-(aq)}$$

**7)** Concentration des ions hydroxyde dans la solution, à partir du pH et du produit ionique de l'eau :

$$[H_3O^+] = c^\circ \times 10^{-\mathrm{pH}} = 1{,}0 \times 10^{-11}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$$

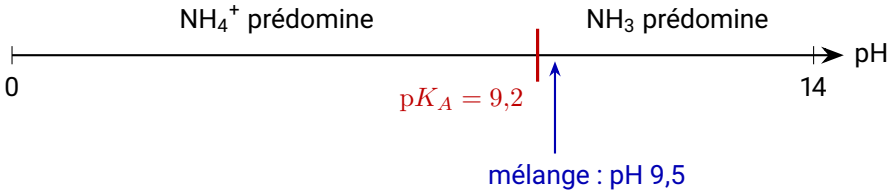
$$[HO^-] = \frac{K_e\,(c^\circ)^2}{[H_3O^+]} = \frac{1{,}0 \times 10^{-14}}{1{,}0 \times 10^{-11}}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}} = 1{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$$

Si la réaction avec l'eau était totale, chaque molécule d'ammoniac aurait produit un ion $HO^-$ : on aurait $[HO^-] = c_B = 5{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$. Le taux d'avancement final vaut

$$\tau_f = \frac{[HO^-]}{c_B} = \frac{1{,}0 \times 10^{-3}}{5{,}0 \times 10^{-2}} = \boxed{0{,}020} = 2{,}0\,\%$$

Seules 2 molécules d'ammoniac sur 100 ont réagi : la réaction est très limitée, **l'ammoniac est une base faible**. (Autre argument : une base forte de même concentration donnerait $\mathrm{pH} = 14 + \log(5{,}0 \times 10^{-2}) = 12{,}7$, bien plus que 11,0.)

**8)** En dessous du $pK_A$, c'est l'acide $NH_4^+$ qui l'emporte ; au-dessus, c'est la base $NH_3$ ; les deux formes ont la même concentration à $\mathrm{pH} = pK_A = 9{,}2$.




(graduation régulière de 0 à 14). Le mélange prêt à l'application, à $\mathrm{pH} = 9{,}5 > pK_A$, est dans le domaine où **l'ammoniac prédomine**, de peu : $\dfrac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 10^{\mathrm{pH}-pK_A} = 10^{0{,}3} \approx 2$.

## Partie C : la couleur

**9)** D'après le programme (figure 8), à l'absorbance $A = 1{,}20$ correspond une concentration de $15{,}0\,\mu\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$ d'espèce colorée dans l'échantillon mesuré. Cet échantillon a été dilué 200 fois : dans le mélange prêt à l'application, la concentration d'espèce colorée est

$$200 \times 15{,}0 \times 10^{-6}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}} = 3{,}00 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$$

L'équation associe à chaque molécule C consommée une espèce colorée formée (le 2 ne porte que sur la molécule 1). Comme toute la molécule C a réagi, $C_C$ vaut la concentration d'espèce colorée trouvée :

$$\boxed{C_C = 3{,}00 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}}$$

**10)** On raisonne sur $V = 1{,}0\,\text{L}$ de mélange. Il contient la masse de molécule C

$$m_\text{C} = C_\text{C}\,V\,M_\text{C} = 3{,}00\times10^{-3}\,\text{mol·L}^{-1}\times1{,}0\,\text{L}\times167\,\text{g·mol}^{-1} = 0{,}50\,\text{g}$$

pour une masse de mélange $m = \rho\,V \approx 1{,}0\times10^{3}\,\text{g}$. Le pourcentage en masse vaut donc

$$w_\text{C} = \frac{m_\text{C}}{m} = \frac{0{,}50\,\text{g}}{1{,}0\times10^{3}\,\text{g}} = 5{,}0\times10^{-4} \qquad \boxed{w_\text{C} = 0{,}050\,\%}$$

C'est 30 fois moins que la limite de $1{,}5\,\%$ : la coloration est **conforme** à la réglementation, même si $\rho$ n'est qu'approchée, la conclusion tient largement.

**11)** Le maximum d'absorbance de la figure 9 se situe vers $\lambda_\text{max} \approx 490\,\text{nm}$ (lecture à $5\,\text{nm}$ près). Sur l'étoile (figure 10), la longueur d'onde $490\,\text{nm}$ tombe dans le domaine 480 – $500\,\text{nm}$ : le mélange absorbe surtout le **cyan**.

Un objet coloré nous renvoie la lumière qu'il n'absorbe pas : on perçoit la complémentaire de la couleur la plus absorbée, qui lui fait face sur l'étoile. Le mélange a donc une couleur dominante $\boxed{\text{rouge}}$ (le petit épaulement vers $410\,\text{nm}$ retire aussi un peu de violet, sans changer cette conclusion).