## Exercice 1 : Des protons pour soigner l'œil

**5 points**

### Partie A : accélération entre les armatures

**1)** Le champ électrique d'un condensateur plan est orienté de l'armature positive vers l'armature négative. Sur la figure 2, $\vec{E}$ est dirigé de la zone C vers la zone B : c'est donc l'armature **du côté de la zone C** qui est chargée positivement.

On peut le confirmer avec le proton : il part de O sans vitesse et se dirige vers $\mathrm{M}_1$. Il est donc repoussé par l'armature de la zone C, ce qui convient pour une charge positive face à une armature positive.

**2)** On étudie le proton dans le référentiel terrestre, considéré comme galiléen. Le poids étant négligé, il ne subit que l'action du champ, $\vec{F}_e = e\,\vec{E}$. La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$m\,\vec{a} = \vec{F}_e = e\,\vec{E} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\vec{a} = \frac{e}{m}\,\vec{E}}$$

Les grandeurs $e$ et $m$ étant positives, $\vec{a}$ est colinéaire à $\vec{E}$ et de même sens :

- direction : celle de l'axe $(\mathrm{O}x)$, perpendiculaire aux armatures ;
- sens : de la zone C vers la zone B (de O jusqu'à $\mathrm{M}_1$) ;
- norme : $a = \dfrac{e\,E}{m} = \dfrac{e\,|U|}{m\,d}$ (avec $|U| = 40\,\mathrm{kV}$ et $d = 1{,}2\,\mathrm{cm}$, données), soit

$$a = \frac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 40 \times 10^{3}}{1{,}67 \times 10^{-27} \times 1{,}2 \times 10^{-2}} = \boxed{3{,}2 \times 10^{14}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}}$$

L'accélération est un vecteur constant et le proton part sans vitesse : il se déplace en ligne droite selon $(\mathrm{O}x)$ et sa vitesse augmente proportionnellement au temps. Le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré**.

**3)** $\vec{F}_e$ ne varie pas au cours du trajet, et le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OM}_1}$, long de $d$, est orienté comme elle. Son travail vaut donc :

$$W_{\mathrm{OM}_1}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \overrightarrow{\mathrm{OM}_1} = e\,E \times d \times \cos 0 = e \times \frac{U}{d} \times d \qquad \text{soit} \qquad \boxed{W_{\mathrm{OM}_1}(\vec{F}_e) = e\,U}$$

Ce travail est positif (travail moteur) : $W = 1{,}6 \times 10^{-19} \times 40 \times 10^{3} = 6{,}4 \times 10^{-15}\,\mathrm{J}$, soit $40\,\mathrm{keV}$.

**4)** Théorème de l'énergie cinétique appliqué au proton entre O et $\mathrm{M}_1$ : la variation de son énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces qui s'exercent sur lui, ici le seul travail de $\vec{F}_e$.

$$E_{\mathrm{c}}(\mathrm{M}_1) - E_{\mathrm{c}}(\mathrm{O}) = W_{\mathrm{OM}_1}(\vec{F}_e) \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{2}\,m\,v_1^2 - 0 = e\,U \quad \Longrightarrow \quad v_1 = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m}}$$

(on garde la racine positive, puisque $v_1$ est une valeur de vitesse). Application numérique :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 40 \times 10^{3}}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = \boxed{2{,}8 \times 10^{6}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

On retrouve la valeur de vitesse indiquée dans les données de la partie B.

## Partie B : demi-tour dans la zone B

**5)** On compare les valeurs des deux forces :

$$\frac{P}{F_m} = \frac{m\,g}{e\,v\,B} = \frac{1{,}67\times10^{-27}\times 9{,}8}{1{,}6\times10^{-19}\times 2{,}8\times10^{6}\times 1{,}4} = 2{,}6\times10^{-14}$$

Le poids est environ $10^{13}$ fois plus faible que la force magnétique : il est bien **négligeable**.

**6)** La trajectoire de $\mathrm{M_1}$ à $\mathrm{N_1}$ est un demi-cercle et la valeur de la vitesse y reste constante : le mouvement est **circulaire uniforme**.

Dans le repère de Frenet, l'accélération s'écrit $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{t} + \dfrac{v^2}{R_1}\,\vec{n}$. Puisque $v$ est constante, $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ et il ne reste que la composante normale :

$$\boxed{\vec{a} = \frac{v^2}{R_1}\,\vec{n}} \qquad a = \frac{v^2}{R_1} = \frac{(2{,}8\times10^{6})^2}{2{,}1\times10^{-2}} = \boxed{3{,}7\times10^{14}\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}}$$

Ce vecteur pointe vers $\mathrm{C_1}$, centre de la trajectoire : on parle d'accélération centripète. Il n'est pas constant : sa norme est fixe, mais son orientation suit le proton sur le cercle.

Vérification par la deuxième loi de Newton : la seule force à retenir, $\vec{F}_m$, est perpendiculaire à la vitesse, donc portée par $\vec{n}$, et $a = \dfrac{e\,v\,B}{m} = \dfrac{1{,}6\times10^{-19}\times 2{,}8\times10^{6}\times 1{,}4}{1{,}67\times10^{-27}} \approx 3{,}8\times10^{14}\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, valeur voisine (l'écart vient des arrondis de $v$ et de $R_1$).

## Partie C : nouveau passage dans la zone A, puis sortie

**7)** Pour que le proton gagne de la vitesse, la force $e\,\vec{E}$ doit être orientée dans le sens où il se déplace. Au premier passage, le proton allait de C vers B et $\vec{E}$ était orienté de C vers B. En $\mathrm{N_1}$, il traverse la zone A dans l'autre sens, de B vers C : avec le champ de départ, la force s'opposerait au mouvement et freinerait le proton. Il faut donc qu'à cet instant $\vec{E}$ soit orienté de B vers C.

C'est le rôle du **générateur de tension alternative** : la tension $U(t)$ change de signe à chaque demi-tour du proton, ce qui inverse les charges des armatures et donc le sens du champ électrique entre elles.

**8)** Vitesse à la sortie, à partir de l'énergie cinétique $E_\mathrm{c} = \frac{1}{2}\,m\,v^2$ convertie en joules ($75\ \mathrm{MeV} = 75\times10^{6}\times1{,}6\times10^{-19} = 1{,}2\times10^{-11}\ \mathrm{J}$) :

$$v = \sqrt{\frac{2\,E_\mathrm{c}}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1{,}2\times10^{-11}}{1{,}67\times10^{-27}}} = \boxed{1{,}2\times10^{8}\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

Le seuil vaut $0{,}10\times c = 3{,}0\times10^{7}\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. La vitesse du proton est quatre fois plus grande (elle atteint environ $40\,\%$ de $c$) : le proton est **relativiste** à la sortie.

Remarque : le calcul précédent repose sur la mécanique de Newton, qui n'est plus rigoureusement valable à ces vitesses ; la valeur obtenue est donc une estimation, suffisante pour conclure.

**9)** La relation donnée, $v = \dfrac{e\,R\,B}{m}$, s'inverse en $R = \dfrac{m\,v}{e\,B}$ :

$$R = \frac{1{,}67 \times 10^{-27} \times 1{,}2 \times 10^{8}}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 1{,}4} = \boxed{0{,}89\,\text{m}}$$

Ce rayon d'environ $89\,\text{cm}$ est un peu inférieur au rayon des zones B et C, $R_{\max} = 95\,\text{cm}$ : le dernier demi-tour se fait près du bord des cavités, juste avant la sortie du faisceau. Le proton étant relativiste (question 8), ce calcul newtonien n'est qu'une estimation ; un calcul relativiste, hors programme, donnerait environ $0{,}91\,\text{m}$, toujours inférieur à $R_{\max}$, et la conclusion ne change pas. Le résultat est cohérent avec les dimensions du cyclotron : c'est sa taille qui fixe l'énergie maximale que peuvent atteindre les protons pour un champ $B$ donné.

## Exercice 2 : Des molécules qui interfèrent

**5 points**

### Partie A : interférences lumineuses produites par un réseau

**1)** En un point de l'écran, on obtient une frange brillante (interférences constructives) quand les deux ondes y sont en phase, donc quand leur différence de marche $\delta$ (différence de chemin optique) vaut un nombre entier de longueurs d'onde :

$$\boxed{\delta = k\,\lambda \quad \text{avec } k \text{ entier relatif}}$$

**2)** Le triangle que forment, sur la figure 4, le réseau et les milieux des deux taches est rectangle, d'angle $\alpha$ au niveau du réseau. Le côté opposé à $\alpha$ mesure $L$ et le côté adjacent $D$ :

$$\tan\alpha = \frac{L}{D} \approx \alpha$$

Par ailleurs, la relation admise donne $\sin\alpha = \dfrac{\lambda}{a}$, et pour un petit angle $\sin\alpha \approx \alpha$. En égalant ces deux valeurs approchées de $\alpha$ :

$$\frac{L}{D} = \frac{\lambda}{a} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{L = \frac{\lambda\,D}{a}} \quad \text{(relation 1)}$$

**3)** Pour un réseau et une distance $D$ donnés, la relation 1 montre que $L$ est proportionnelle à $\lambda$. La lumière bleue a une longueur d'onde plus courte que la lumière rouge (environ $450\,\text{nm}$ contre $700\,\text{nm}$), donc $L_{\text{bleu}} < L_{\text{rouge}}$. Dans la première tache voisine, le **bleu** est le plus proche du centre et le rouge le plus éloigné.

Au centre ($L = 0$ pour toutes les longueurs d'onde), toutes les couleurs se superposent, d'où la tache centrale blanche.

### Partie B : interférences de molécules

**4)** La molécule arrive au réseau quand son abscisse vaut $D_1$ : $x(t_1) = v_0\,t_1 = D_1$, donc $\boxed{t_1 = \dfrac{D_1}{v_0}}$.

À l'instant $t_1$, la coordonnée verticale de la molécule est la hauteur de chute : $H_0 = z(t_1) = \dfrac{1}{2}\, g\, t_1^2$, soit

$$\boxed{H_0 = \frac{g\, D_1^2}{2\, v_0^2}} \qquad H_0 = \frac{9{,}81 \times (0{,}640)^2}{2 \times (1{,}2 \times 10^2)^2} = \boxed{1{,}4 \times 10^{-4}\ \text{m}}$$

soit environ $0{,}14\ \text{mm}$ ($t_1 = 5{,}3 \times 10^{-3}\ \text{s}$) : sur plus d'un demi-mètre de parcours, la molécule ne descend que d'une fraction de millimètre.

**5)** Dans l'expression de $H_0$, $g$ et $D_1$ sont fixés et $v_0$ figure au carré au dénominateur : une vitesse plus grande donne une **chute plus faible** (une vitesse deux fois plus grande divise la chute par quatre). Une molécule rapide passe moins de temps entre la fente et le réseau, elle a donc moins de temps pour chuter.

**6)** Une mole de molécules a une masse $M$ et contient $N_\text{A}$ molécules, donc

$$m = \frac{M}{N_\text{A}} = \frac{802{,}4\ \text{g·mol}^{-1}}{6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}} = 1{,}33 \times 10^{-21}\ \text{g} = \boxed{1{,}33 \times 10^{-24}\ \text{kg}}$$

On obtient bien la valeur annoncée (attention à la conversion des grammes en kilogrammes).

**7)** D'après la relation de de Broglie fournie, avec la masse en kilogrammes :

$$\lambda_\text{DB} = \frac{h}{m\, v_0} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{1{,}33 \times 10^{-24} \times 1{,}2 \times 10^2} = \boxed{4{,}1 \times 10^{-12}\ \text{m}}$$

soit environ $4\ \text{pm}$, cent mille fois moins que la longueur d'onde de la lumière visible.

**8)** $h$ et $m$ sont constants et $\lambda_\text{DB} = \dfrac{h}{m\, v_0}$ varie comme l'inverse de $v_0$ : si la vitesse croît, $\lambda_\text{DB}$ **décroît**.

**9)** **Lecture sur la figure 7.** Les deux franges voisines de la frange centrale ont leurs maximums vers $y' \approx -30\ \mu\text{m}$ et $y' \approx 30\ \mu\text{m}$. On mesure l'écart entre ces deux maximums, $2\, L_0 \approx 60\ \mu\text{m}$, puis on le divise par deux (cette mesure de deux écarts à la fois est plus précise) :

$$L_{0,\text{lu}} \approx 30\ \mu\text{m} \qquad \text{(lecture acceptée entre 28 et } 32\ \mu\text{m)}$$

**Calcul.** Les franges naissent au-delà du réseau, sur la distance $D_2$ qui le sépare de l'écran : dans la relation 1, la distance utile est $D_2$ (et non $D_1$) et la longueur d'onde est $\lambda_\text{DB}$. On garde la valeur non arrondie $\lambda_\text{DB} = 4{,}145 \times 10^{-12}\ \text{m}$ :

$$L_{0,\text{th}} = \frac{\lambda_\text{DB}\, D_2}{a} = \frac{4{,}145 \times 10^{-12} \times 0{,}600}{80 \times 10^{-9}} = \boxed{3{,}1 \times 10^{-5}\ \text{m}} = 31\ \mu\text{m}$$

**Comparaison.** Écart relatif :

$$\frac{|L_{0,\text{th}} - L_{0,\text{lu}}|}{L_{0,\text{th}}} = \frac{31 - 30}{31} \approx 3\ \%$$

Sur toute la plage de lecture (28 à $32\ \mu\text{m}$), l'écart ne dépasse pas $10\ \%$, ce qui reste de l'ordre de la précision de lecture. Les deux valeurs concordent : la relation 1, appliquée avec la longueur d'onde associée aux molécules, décrit correctement l'expérience, qui confirme le comportement

ondulatoire de ces molécules.

**10)** Raisonnement en trois temps :

- les vitesses des molécules du jet sont dispersées ; d'après la question 5, les plus lentes chutent davantage et touchent l'écran plus bas ;
- plus lentes, elles ont une longueur d'onde associée plus grande (question 8) ;
- d'après la relation 1, l'écart $L_0$ entre la frange centrale et ses voisines est proportionnel à cette longueur d'onde : il est donc plus grand pour elles.

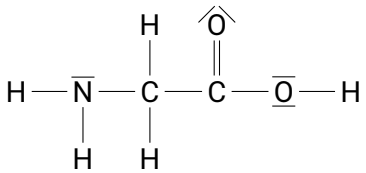
Les impacts situés le plus bas sont donc dus aux molécules les plus lentes, dont les franges sont les plus espacées : la figure s'évase vers le bas.

## Exercice 3 : La glycine, un acide aminé à double visage

**5 points**

**1)** Structures électroniques et liaisons à former :

- H ($Z = 1$) : $1\mathrm{s}^1$, une liaison (duet) ;
- C ($Z = 6$) : $1\mathrm{s}^2\,2\mathrm{s}^2\,2\mathrm{p}^2$, quatre électrons de valence, quatre liaisons ;
- N ($Z = 7$) : $1\mathrm{s}^2\,2\mathrm{s}^2\,2\mathrm{p}^3$, cinq électrons de valence, trois liaisons et un doublet non liant ;
- O ($Z = 8$) : $1\mathrm{s}^2\,2\mathrm{s}^2\,2\mathrm{p}^4$, six électrons de valence, deux liaisons et deux doublets non liants.




Vérification : la molécule compte $5 \times 1 + 2 \times 4 + 5 + 2 \times 6 = 30$ électrons de valence, soit 15 doublets ; le schéma en contient 10 liants (la double liaison compte pour deux) et 5 non liants (un sur l'azote, deux sur chaque oxygène). Chaque atome de carbone, d'azote et d'oxygène respecte l'octet, chaque hydrogène le duet.

**2)** La forme cationique perd un ion $H^+$ au profit d'une molécule d'eau :

$$\boxed{\mathrm{GlyH_2}^+(\mathrm{aq}) + \mathrm{H_2O}\,(\mathrm{l}) \rightleftharpoons \mathrm{GlyH}\,(\mathrm{aq}) + \mathrm{H_3O}^+(\mathrm{aq})}$$

**3)** Une réaction acide-base est un transfert d'ion hydrogène $H^+$ de l'acide d'un couple vers la base d'un autre couple. Ici :

- $GlyH_2^+$ est l'acide du couple $GlyH_2^+/GlyH$ : $GlyH_2^+ \rightleftharpoons GlyH + H^+$ ;
- $H_2O$ est la forme basique du couple $H_3O^+/H_2O$ : $H_2O + H^+ \rightleftharpoons H_3O^+$.

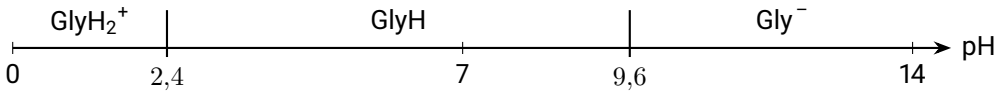
L'ion $H^+$ passe de $GlyH_2^+$ (le groupe carboxyle perd son H) à la molécule d'eau : la réaction met en jeu deux couples acide-base et échange un ion $H^+$ entre eux, c'est donc bien une réaction acide-base.

**4)** À l'équilibre, en notant les concentrations à l'état final :

$$K_{A1} = \frac{[\text{GlyH}]_f \times [H_3O^+]_f}{[GlyH_2^+]_f \times c^\circ} \qquad K_{A1} = 10^{-pK_{A1}} = 10^{-2,4} = \boxed{4,0 \times 10^{-3}}$$

**5)** GlyH joue le rôle de base dans le couple $GlyH_2^+$/GlyH (elle peut capter un $H^+$ sur son groupe $-COO^-$) et l'acide du couple GlyH/$Gly^-$ (elle peut céder un $H^+$ de son groupe $-NH_3^+$). Une espèce qui se comporte comme un acide dans un couple et comme une base dans un autre est dite **amphotère**.

**6)** Pour chaque couple, l'acide prédomine quand $\text{pH} < pK_A$, la base quand $\text{pH} > pK_A$ :




**7)** $pK_{A1} = 2,4 < \text{pH} = 7,4 < pK_{A2} = 9,6$ : le pH du plasma se situe dans le domaine de prédominance de la forme neutre. C'est l'**amphion GlyH** ($^+H_3N - CH_2 - COO^-$) qui prédomine dans le sang.

**8)** Quantité de $GlyH_2^+$ apportée : $n_0 = cV = 4,0 \times 10^{-2} \times 0,1000 = 4,0 \times 10^{-3}\,\text{mol}$.

| | $GlyH_2^+$ | + $H_2O$ | $\rightleftharpoons$ GlyH | + $H_3O^+$ |
|---|---|---|---|---|
| état initial ($x = 0$) | $n_0$ | solvant | 0 | 0 (négligeable) |
| état final ($x = x_f$) | $n_0 - x_f$ | solvant | $x_f$ | $x_f$ |

La mesure du pH donne la concentration finale des ions oxonium, d'où l'avancement final :

$$[H_3O^+]_f = c^\circ \times 10^{-\text{pH}} = 10^{-1,97} = 1,07 \times 10^{-2}\,\text{mol·L}^{-1}$$

$$x_f = [H_3O^+]_f \times V = 1,07 \times 10^{-2} \times 0,1000 = 1,07 \times 10^{-3}\,\text{mol}$$

Composition de la solution à l'état final :

- $n(\text{GlyH}) = n(H_3O^+) = x_f = \boxed{1,1 \times 10^{-3}\,\text{mol}}$ ;
- $n(GlyH_2^+) = n_0 - x_f = 4,0 \times 10^{-3} - 1,07 \times 10^{-3} = \boxed{2,9 \times 10^{-3}\,\text{mol}}$ ;
- ions chlorure, spectateurs : $n(Cl^-) = n_0 = \boxed{4,0 \times 10^{-3}\,\text{mol}}$ ;
- la forme $Gly^-$ est négligeable (à pH 2, très loin de $pK_{A2}$), de même que les ions hydroxyde.

Contrôle : les charges positives ($2,9 \times 10^{-3} + 1,1 \times 10^{-3} = 4,0 \times 10^{-3}\,\text{mol}$) compensent bien les charges négatives des ions chlorure.

**9)** Si la réaction était totale, $GlyH_2^+$ serait entièrement consommé : $x_{max} = n_0 = 4,0 \times 10^{-3}\,\text{mol}$. Le taux d'avancement final vaut (avec la valeur non arrondie de $x_f$) :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{1,0715 \times 10^{-3}}{4,0 \times 10^{-3}} = 0,27 \qquad \boxed{\tau \approx 27\,\%}$$

**10)** $\tau < 1$ : la réaction entre $GlyH_2^+$ et l'eau n'est pas totale, l'état final est un équilibre où l'acide reste majoritaire. L'ion $GlyH_2^+$ est donc un **acide faible** dans l'eau.

## Exercice 4 : Stocker l'électricité dans des cuves

**5 points**

**1)** Pendant la décharge, les ions $VO_2^+$ deviennent des ions $VO^{2+}$ : ils perdent un atome d'oxygène, qu'on équilibre avec $H_2O$ puis $H^+$, et gagnent un électron. Les ions $V^{2+}$ deviennent $V^{3+}$ en cédant un électron :

$$\boxed{VO_2^+(aq) + 2\,H^+(aq) + e^- \longrightarrow VO^{2+}(aq) + H_2O\,(l)} \qquad \boxed{V^{2+}(aq) \longrightarrow V^{3+}(aq) + e^-}$$

La somme des deux demi-équations redonne l'équation de la décharge (un électron échangé de chaque côté).

**2)** Un oxydant gagne des électrons au cours d'une réduction. D'après la question 1, c'est l'ion **$VO_2^+$** qui capte un électron (il est réduit) ; l'ion $V^{2+}$, qui en cède un, est le réducteur.

**3)** En fonctionnement de pile, les électrons quittent la cellule par la borne $-$ et y reviennent par la borne $+$, où ils sont consommés : à l'électrode $+$ a lieu la réduction. La réduction concerne les ions $VO_2^+$ : la solution qui les contient baigne l'électrode $+$, c'est-à-dire, sur la figure 8, l'**électrolyte 2**. L'électrolyte 1, au contact de l'électrode $-$, contient les ions $V^{2+}$ qui s'oxydent.

**4)** Faisons le bilan des charges électriques pour chaque électron échangé :

- dans l'électrolyte 2 (électrode $+$), deux ions $H^+$ disparaissent et un ion de charge $+1$ devient un ion de charge $+2$ : la solution perd une charge positive ;
- dans l'électrolyte 1 (électrode $-$), un ion de charge $+2$ devient un ion de charge $+3$ : la solution gagne une charge positive.

Chaque compartiment devant rester globalement neutre, des charges positives doivent passer de l'électrolyte 1 vers l'électrolyte 2. Les ions $H^+$ traversent donc la membrane **de l'électrolyte 1 vers l'électrolyte 2**, c'est-à-dire du côté de l'électrode $-$ vers celui de l'électrode $+$ (comme le courant à l'intérieur de la cellule).

**5)** L'intensité ne varie pas, donc la charge débitée vaut $Q = I \times \Delta t$, la durée étant convertie en secondes ($4{,}0\,\text{h} = 14\,400\,\text{s}$).

$$Q = 180 \times 4{,}0 \times 3600 = 2{,}592 \times 10^6\,\text{C} \approx \boxed{2{,}6 \times 10^6\,\text{C}}$$

**6)** Quantité d'électrons échangés : $n(e^-) = \dfrac{Q}{\mathcal{F}} = \dfrac{2{,}592 \times 10^6}{9{,}65 \times 10^4} = 26{,}9\,\text{mol}.$

D'après la demi-équation de l'électrode $+$, chaque ion $VO_2^+$ capte **un seul** électron ; il faut donc $n(VO_2^+) = n(e^-)$, apportés par un volume $V$ de concentration $c = 1{,}6\,\text{mol·L}^{-1}$ :

$$V = \frac{n(e^-)}{c} = \frac{Q}{\mathcal{F}\,c} = \frac{2{,}592 \times 10^6}{9{,}65 \times 10^4 \times 1{,}6} = \boxed{17\,\text{L}}$$

Les ions $V^{2+}$ cèdent eux aussi un électron chacun, à la même concentration : il faut le même volume de l'autre électrolyte.

Seuls $85\,\%$ des électrons échangeables sont utiles : pour débiter la même charge, il faut davan-

tage de réactifs, donc davantage de solution (on garde $V = 16{,}79\,\text{L}$) :

$$V' = \frac{V}{0{,}85} = \frac{16{,}79}{0{,}85} = \boxed{20\,\text{L}} \quad \text{pour chaque réservoir.}$$

**7)** Montées en série, les 30 cellules sont toutes traversées par le même courant de $180\,\text{A}$ pendant $4{,}0\,\text{h}$ et chacune a besoin de sa propre réserve de réactifs. Les volumes s'ajoutent :

$$V_{\text{batt}} = 30 \times V' = 30 \times 19{,}75 = 592{,}5\,\text{L} \approx \boxed{5{,}9 \times 10^2\,\text{L}} \quad \text{pour chaque électrolyte.}$$

**8)** Garder la même puissance avec les mêmes 30 cellules impose de garder la même tension et la même intensité. Fonctionner deux fois plus longtemps exige alors une charge débitée deux fois plus grande, donc deux fois plus d'ions du vanadium à faire réagir. La solution la plus simple : **des réservoirs deux fois plus grands**, remplis de deux fois plus de solution, les cellules restant inchangées. Une solution plus concentrée conviendrait aussi, si la solubilité des sels de vanadium le permet.

Ajouter des cellules ne conviendrait pas : la tension, donc la puissance, augmenterait.

**9)** La tension de la batterie est la somme des tensions des cellules en série : $U = 30 \times 1{,}4 = 42\,\text{V}$. Puissance électrique fournie :

$$P = U \times I = 42 \times 180 = 7\,560\,\text{W} \approx \boxed{7{,}6 \times 10^3\,\text{W}}$$

Énergie délivrée en $4{,}0\,\text{h}$ (la puissance en watts et la durée en heures donnent des $\text{W}\cdot\text{h}$) :

$$E = P \times \Delta t = 7\,560 \times 4{,}0 = 30\,240\,\text{W}\cdot\text{h} \approx 3{,}0 \times 10^4\,\text{W}\cdot\text{h}$$

L'énergie délivrée est bien de l'ordre de $3 \times 10^4\,\text{W}\cdot\text{h}$.

**10)** Les deux réservoirs comptent dans le volume : celui-ci vaut $2\,V_{\text{batt}}$, d'où l'énergie fournie par litre :

$$e_V = \frac{E}{2\,V_{\text{batt}}} = \frac{30\,240}{2 \times 592{,}5} \approx \boxed{26\,\text{W}\cdot\text{h}\cdot\text{L}^{-1}}$$

(valeurs non arrondies ; avec les valeurs arrondies $3{,}0 \times 10^4$ et $5{,}9 \times 10^2$, on trouve 25, ce qui ne change rien à la suite). Cette valeur dépasse le minimum de $15\,\text{W}\cdot\text{h}\cdot\text{L}^{-1}$ (elle reste voisine de 25 quelles que soient les valeurs arrondies retenues aux questions précédentes) : la batterie étudiée est **compétitive**.

Erreur fréquente : ne compter qu'une des deux solutions, ce qui double le résultat.