Exercice 1 : Une bombe volcanique

7,5 points

1) Système : la bombe, de masse m fixe. Référentiel : le sol (référentiel terrestre), supposé galiléen sur une durée de vol de quelques dizaines de secondes. L'air n'agissant pas dans le modèle, une seule force s'applique : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Appliquons la deuxième loi de Newton, $\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$: le poids étant l'unique force, $m\,\vec{a}$ et $m\,\vec{g}$ sont égaux, et la masse disparaît : $\vec{a} = \vec{g}$, quelle que soit la masse de la bombe.

Le champ $\vec{g}$ pointe verticalement vers le bas, en sens contraire de Oy ; il n'a pas de composante horizontale :

$$\boxed{a_x = 0} \qquad \boxed{a_y = -g}$$

2) **a.** L'accélération est la dérivée de la vitesse. On cherche donc des fonctions dont les dérivées valent 0 (selon x) et $-g$ (selon y) : $v_x(t) = C_1$ et $v_y(t) = -g\,t + C_2$, où C_1 et C_2 sont des constantes.

La vitesse initiale $\vec{v}_0$ se projette en $v_0 \cos\alpha$ sur Ox et en $v_0 \sin\alpha$ sur Oy ; les valeurs en $t = 0$ imposent donc $C_1 = v_0 \cos\alpha$ et $C_2 = v_0 \sin\alpha$:

$$\boxed{v_y(t) = v_0 \sin\alpha - g\,t} \qquad \boxed{v_x(t) = v_0 \cos\alpha}$$

La vitesse horizontale reste constante pendant tout le vol.

b. La vitesse est à son tour la dérivée de la position. En intégrant v_x et v_y par rapport au temps :

$$x(t) = v_0 \cos\alpha \times t + C_3 \qquad y(t) = v_0 \sin\alpha \times t - \frac{1}{2}\,g\,t^2 + C_4$$

La bombe part de l'origine : $x(0) = y(0) = 0$, donc $C_3 = C_4 = 0$ et

$$\boxed{x(t) = v_0 \cos\alpha \times t} \qquad \boxed{y(t) = v_0 \sin\alpha \times t - \frac{1}{2}\,g\,t^2}$$

3) **a.** Une vitesse horizontale en S signifie que sa composante verticale s'y annule : $v_y(t_S) = 0$, soit $v_0 \sin\alpha - g\,t_S = 0$.

$$t_S = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{150\ \text{m·s}^{-1} \times \sin(60°)}{9{,}8\ \text{m·s}^{-2}} = 13{,}26\ \text{s} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{t_S \approx 13\ \text{s}}$$

b. La hauteur atteinte est l'ordonnée de la bombe à cette date (on garde la valeur non arrondie de t_S) :

$$h = y(t_S) = 150 \times \sin(60°) \times 13{,}26 - \frac{1}{2} \times 9{,}8 \times 13{,}26^2 = 861\ \text{m} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{h \approx 8{,}6 \times 10^2\ \text{m}}$$

Sous forme littérale, $h = \dfrac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2\,g}$.

4) La bombe retouche le niveau de départ quand son ordonnée redevient nulle :

$$y(t) = t\left(v_0 \sin\alpha - \frac{1}{2}\,g\,t\right) = 0$$

La racine $t = 0$ correspond à l'expulsion ; l'autre racine est la date d'arrivée au sol, qui est aussi la durée du vol :

$$t_{\text{vol}} = \frac{2\,v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2 \times 150 \times \sin(60°)}{9{,}8} = 26{,}5\,\text{s} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{t_{\text{vol}} \approx 27\,\text{s}}$$

On remarque que $t_{\text{vol}} = 2\,t_{\text{S}}$: la montée et la descente durent autant (symétrie de la parabole).

5) La distance cherchée est l'abscisse de la bombe à l'instant de la chute, avec la valeur non arrondie de t_{vol} :

$$d = x(t_{\text{vol}}) = v_0 \cos\alpha \times t_{\text{vol}} = 150 \times \cos(60°) \times 26{,}51 = 1\,988\,\text{m} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{d \approx 2{,}0 \times 10^3\,\text{m}}$$

6) Le poids est une force conservative et c'est la seule force : l'énergie mécanique $E_{\text{m}} = E_{\text{c}} + E_{\text{pp}}$ ne varie pas entre O et S. Avec $E_{\text{pp}} = 0$ en O et $v_{\text{S}} = v_0 \cos\alpha = 75{,}0\,\text{m·s}^{-1}$:

$$\frac{1}{2}\,m\,v_0^2 = \frac{1}{2}\,m\,v_{\text{S}}^2 + m\,g\,h \quad \Longrightarrow \quad h = \frac{v_0^2 - v_{\text{S}}^2}{2\,g} = \frac{150^2 - 75{,}0^2}{2 \times 9{,}8} = 861\,\text{m}$$

On retrouve $\boxed{h \approx 8{,}6 \times 10^2\,\text{m}}$, la valeur obtenue en 3) b.

7) Les trois prévisions dépassent nettement les mesures :

- point culminant : environ $8{,}6 \times 10^2\,\text{m}$ prévus, $5{,}5 \times 10^2\,\text{m}$ mesurés ;
- durée de vol : environ $27\,\text{s}$ prévues, $21\,\text{s}$ mesurées ;
- distance de chute : environ $2{,}0\,\text{km}$ prévus, $1{,}3\,\text{km}$ mesurés.

Le modèle ne concorde donc pas avec la vidéo. L'hypothèse à abandonner est l'absence d'action de l'air : un bloc irrégulier lancé à $150\,\text{m·s}^{-1}$ subit une résistance de l'air considérable, dirigée à l'opposé de sa vitesse, qui lui fait perdre de l'énergie tout au long de la trajectoire ; il s'élève moins, reste moins longtemps en l'air et tombe plus près.

Exercice 2 : De la pile de laboratoire à la batterie de voiture

12,5 points

Partie A : une pile aluminium-cuivre (7,5 points)

1) On relie les deux lames aux bornes d'un voltmètre, par exemple la borne COM à la lame d'aluminium et la borne V à la lame de cuivre, et on lit le signe de la tension affichée $U = V_{\text{cuivre}} - V_{\text{aluminium}}$.

- Une valeur positive signifie que la lame de cuivre est au potentiel le plus élevé : c'est la borne positive, et l'aluminium est la borne négative.
- Une valeur négative indiquerait la polarité inverse.

(Autre méthode acceptée : un ampèremètre en série avec une résistance, le signe de l'intensité affichée indiquant le sens du courant, qui sort de la pile par sa borne positive.)

2) **a.** À l'extérieur de la pile, les électrons circulent de la borne négative vers la borne positive.

- Du pôle $-$, la lame d'aluminium, partent les électrons envoyés dans le circuit extérieur : les atomes d'aluminium perdent des électrons, c'est une **oxydation**.

$$\boxed{\mathrm{Al\,(s)} \longrightarrow \mathrm{Al^{3+}(aq)} + 3\,\mathrm{e^-}}$$

- Au pôle $+$, la lame de cuivre, arrivent ces électrons : ils sont gagnés par les ions cuivre(II) de la solution qui touchent la lame, c'est une **réduction**.

$$\boxed{\mathrm{Cu^{2+}(aq)} + 2\,\mathrm{e^-} \longrightarrow \mathrm{Cu\,(s)}}$$

b. Les électrons cédés par l'aluminium sont tous captés par les ions cuivre(II). Pour qu'il y en ait autant d'échangés de part et d'autre, on multiplie la première demi-équation par 2 et la seconde par 3 (6 électrons dans chaque cas), puis on les additionne :

$$\boxed{2\,\mathrm{Al\,(s)} + 3\,\mathrm{Cu^{2+}(aq)} \longrightarrow 2\,\mathrm{Al^{3+}(aq)} + 3\,\mathrm{Cu\,(s)}}$$

3) Le pont salin fait la jonction entre les deux compartiments : il permet au courant de circuler à l'intérieur de la pile, grâce au déplacement de ses ions, et ferme ainsi le circuit. Il maintient aussi chaque solution électriquement neutre : des ions $\mathrm{Al^{3+}}$ apparaissent d'un côté et des ions $\mathrm{Cu^{2+}}$ disparaissent de l'autre, donc les ions $\mathrm{NO_3^-}$ du pont migrent vers la solution d'aluminium et les ions $\mathrm{K^+}$ vers la solution de cuivre.

4) Si l'aluminium était plongé directement dans la solution d'ions cuivre(II), les électrons passeraient directement de l'aluminium aux ions $\mathrm{Cu^{2+}}$, au contact du métal : la réaction aurait lieu, mais aucun électron ne traverserait le circuit extérieur et on ne récupérerait aucune énergie électrique. En séparant oxydant et réducteur, on oblige les électrons à passer par le circuit.

5) **a.** Les espèces solides n'apparaissent pas dans l'expression de Q_r. Pour la réaction proposée par l'énoncé :

$$Q_{r,\mathrm{i}} = \frac{[\mathrm{Cu^{2+}}]_\mathrm{i}^3}{[\mathrm{Al^{3+}}]_\mathrm{i}^2} = \frac{0{,}20^3}{0{,}40^2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{Q_{r,\mathrm{i}} = 5{,}0 \times 10^{-2}}$$

(concentrations exprimées en $\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$; Q_r est sans unité).

b. On compare $Q_{r,\mathrm{i}}$ à K : $Q_{r,\mathrm{i}} = 5{,}0 \times 10^{-2}$ est immensément plus grand que $K = 2 \times 10^{-203}$. D'après le critère d'évolution spontanée, Q_r doit diminuer pour tendre vers K : la transformation se fait donc dans le **sens inverse** de l'équation proposée, c'est-à-dire :

$$3\,\mathrm{Cu^{2+}(aq)} + 2\,\mathrm{Al\,(s)} \longrightarrow 3\,\mathrm{Cu\,(s)} + 2\,\mathrm{Al^{3+}(aq)}$$

C'est exactement la réaction de fonctionnement trouvée en 2.b : l'aluminium est consommé (oxydation à la borne négative) tandis que les ions cuivre(II) se déposent en cuivre métallique au pôle positif. Le sens d'évolution spontanée est donc **cohérent** avec la polarité observée.

Partie B : la batterie lithium métal polymère (5 points)

1) Un atome de lithium, de la première colonne, possède un seul électron de valence. En le perdant, il acquiert la structure électronique stable du gaz noble qui le précède (l'hélium) et devient l'ion Li^+. Le lithium cède donc facilement un électron : c'est un donneur d'électrons, autrement dit un **réducteur** ($\mathrm{Li\,(s)} \longrightarrow \mathrm{Li}^+ + \mathrm{e}^-$).

2) **a.** La capacité électrique d'une pile (ou d'un élément de batterie) est la **quantité d'électricité maximale** $Q_{\max}$ qu'elle peut faire circuler dans un circuit avant d'être épuisée (ou complètement déchargée). Elle s'exprime en coulombs (C) ou en ampères-heures ($\mathrm{A{\cdot}h}$).

b. On convertit d'abord la capacité en coulombs :

$$Q_{\max} = 80 \times 3\,600\,\mathrm{C} = 2{,}88 \times 10^5\,\mathrm{C}$$

La constante de Faraday F est la charge portée par une mole d'électrons (prise positivement) ; d'où la relation de Faraday $Q_{\max} = n(\mathrm{e}^-)_{\max} \times F$:

$$n(\mathrm{e}^-)_{\max} = \frac{Q_{\max}}{F} = \frac{2{,}88 \times 10^5\,\mathrm{C}}{9{,}65 \times 10^4\,\mathrm{C{\cdot}mol^{-1}}} = 2{,}98\,\mathrm{mol} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{n(\mathrm{e}^-)_{\max} \approx 3{,}0\,\mathrm{mol}}$$

c. D'après $\mathrm{Li\,(s)} \longrightarrow \mathrm{Li}^+ + \mathrm{e}^-$, chaque atome de lithium consommé libère un électron, donc $n(\mathrm{Li}) = n(\mathrm{e}^-)_{\max}$. Le calcul utilise la valeur non arrondie de $n(\mathrm{e}^-)_{\max}$:

$$m(\mathrm{Li}) = n(\mathrm{Li}) \times M(\mathrm{Li}) = 2{,}984\,\mathrm{mol} \times 6{,}9\,\mathrm{g{\cdot}mol^{-1}} = 20{,}6\,\mathrm{g} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{m(\mathrm{Li}) \approx 21\,\mathrm{g}}$$

Il s'agit de la masse consommée dans *un* élément ; la batterie complète en compte un grand nombre.

3) **a.** Pour une intensité constante, $Q_{\max} = I \times \Delta t_{\max}$. Les éléments étant en série, ils sont tous traversés par I et s'épuisent en même temps :

$$\Delta t_{\max} = \frac{Q_{\max}}{I} = \frac{2{,}88 \times 10^5\,\mathrm{C}}{200\,\mathrm{A}} = 1{,}44 \times 10^3\,\mathrm{s} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\Delta t_{\max} = 1{,}44 \times 10^3\,\mathrm{s},\ \text{soit } 24\,\mathrm{min}}$$

(calcul direct en gardant les ampères-heures : $\dfrac{80\,\mathrm{A{\cdot}h}}{200\,\mathrm{A}} = 0{,}40\,\mathrm{h}$).

b. Même en roulant pendant ces $24\,\mathrm{min}$ à la vitesse maximale de $120\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$, la voiture ne parcourrait qu'environ $120 \times 0{,}40 = 48\,\mathrm{km}$, bien moins que les $200\,\mathrm{km}$ annoncés. Il n'y a pas de contradiction :

- un courant de $200\,\mathrm{A}$ correspond à une forte demande de puissance ; en ville, à vitesse modérée, l'intensité moyenne est beaucoup plus faible et la batterie dure bien plus longtemps ;
- les supercondensateurs restituent l'énergie récupérée au freinage et le panneau solaire apporte un complément : la batterie n'est pas la seule source d'énergie.