## Exercice 1 : Saut à vélo depuis un tremplin

**4 points**

**1)** Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps : chaque coordonnée de $\vec{v}$ s'obtient en dérivant la coordonnée de position correspondante.

$$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \qquad \text{et} \qquad v_y(t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$$

On dérive $4{,}25\,t$ (fonction linéaire) puis le polynôme $-4{,}9\,t^2 + 5{,}10\,t + 1{,}5$ :

$$\boxed{v_x(t) = 4{,}25} \qquad \boxed{v_y(t) = -9{,}8\,t + 5{,}10} \qquad (\text{en } \mathrm{m{\cdot}s^{-1}},\ t \text{ en s})$$

**2)** À $t = 1{,}0\,\mathrm{s}$ : $v_x = 4{,}25\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ et $v_y = -9{,}8 \times 1{,}0 + 5{,}10 = -4{,}70\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ (le signe moins indique que G redescend).

La valeur de la vitesse est la norme du vecteur vitesse :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4{,}25^2 + (-4{,}70)^2} \approx 6{,}34 \quad \text{d'où} \quad \boxed{v = 6{,}3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

À cette date, $y = -4{,}9 + 5{,}10 + 1{,}5 = 1{,}7\,\mathrm{m} > 0$ : le cycliste est encore en l'air, le modèle s'applique.

**3)** De même, le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse :

$$a_x(t) = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} \quad \text{et} \quad a_y(t) = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}, \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{a_x = 0} \qquad \boxed{a_y = -9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}}$$

**4)** Les deux coordonnées ne dépendent pas du temps : **le vecteur accélération reste le même pendant tout le saut**.

- $a_x = 0$ : il n'a pas de composante horizontale, sa **direction est verticale** ;
- $a_y < 0$ : il est **orienté vers le bas** ;
- sa **valeur est constante**, égale à l'intensité de la pesanteur $g$.

C'est le vecteur accélération d'une chute libre : pendant le saut, le système n'est soumis (dans ce modèle) qu'à son poids, et la deuxième loi de Newton donne $\vec{a} = \vec{g}$.

**5)** La valeur de l'accélération est la norme du vecteur :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0^2 + (-9{,}8)^2} \qquad \boxed{a = 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}}$$

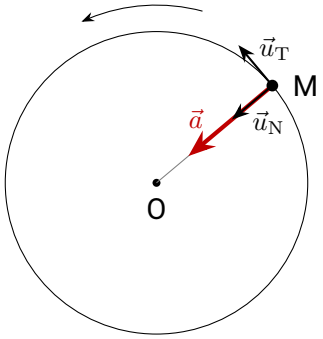
## Exercice 2 : Le caillou d'une fronde

**4 points**

**1)** Le caillou M parcourt un cercle de centre O et de rayon $R = L = 0{,}60\,\mathrm{m}$ à vitesse de valeur constante : son mouvement est **circulaire uniforme**.

Le repère de Frenet a pour origine le point mobile M :

- $\vec{u}_\mathrm{T}$, tangent au cercle en M, pointe dans le sens du déplacement ;
- $\vec{u}_\mathrm{N}$ est perpendiculaire à $\vec{u}_\mathrm{T}$, dirigé vers le centre O.




Dans ce repère, pour un mouvement circulaire de rayon $R$ :

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_\mathrm{T} + \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_\mathrm{N}$$

La valeur $v$ de la vitesse est constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ : la composante tangentielle est nulle et

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_\mathrm{N} \qquad \text{avec} \qquad a = \frac{v^2}{R} = \frac{(9{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2}{0{,}60\,\mathrm{m}} = 135\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$$

Caractéristiques du vecteur accélération :

- direction : le rayon (MO) du cercle ;
- sens : de M vers le centre O (accélération **centripète**) ;
- valeur : $\boxed{a = 1{,}4 \times 10^2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}}$ (on garde $135\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ pour la suite).

Attention : le vecteur accélération n'est pas nul alors que la valeur de la vitesse est constante, car la direction du vecteur vitesse change à chaque instant.

**2)** Système : le caillou ; référentiel terrestre, supposé galiléen. Les actions de l'air et le poids étant négligés, la seule force retenue est la force $\vec{T}$ exercée par la corde.

D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{T} = m\,\vec{a}$ : la force de la corde a la même direction et le même sens que $\vec{a}$ (elle est dirigée vers la main) et pour valeur

$$T = m\,a = m\,\frac{v^2}{R} = 0{,}048\,\mathrm{kg} \times 135\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \approx 6{,}48\,\mathrm{N} \qquad \boxed{T = 6{,}5\,\mathrm{N}}$$

Vérification de l'hypothèse : le poids vaut $m\,g = 0{,}048 \times 9{,}8 \approx 0{,}47\,\mathrm{N}$, soit environ $7\,\%$ de $T$ : le négliger est une approximation acceptable.

## Exercice 3 : Décollage d'un lanceur

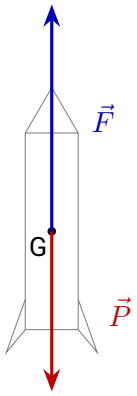
**4 points**

**1)** Valeur du poids : $P = M\,g = 5{,}4 \times 10^5\,\mathrm{kg} \times 9{,}8\,\mathrm{N{\cdot}kg^{-1}} \approx 5{,}29 \times 10^6\,\mathrm{N}$, soit $\boxed{P = 5{,}3 \times 10^6\,\mathrm{N}}$ ; la poussée vaut $F = 7{,}5 \times 10^6\,\mathrm{N}$.

Échelle choisie : $1\,\mathrm{cm}$ pour $2{,}5 \times 10^6\,\mathrm{N}$.

- $\vec{F}$ : flèche de $\dfrac{7{,}5 \times 10^6}{2{,}5 \times 10^6} = 3{,}0\,\mathrm{cm}$, verticale, vers le haut ;
- $\vec{P}$ : flèche de $\dfrac{5{,}29 \times 10^6}{2{,}5 \times 10^6} \approx 2{,}1\,\mathrm{cm}$, verticale, vers le bas.

Les deux flèches partent de G. Toute autre échelle convient si les longueurs lui sont proportionnelles : le rapport des longueurs des deux flèches doit rester voisin de $F/P \approx 1{,}4$.




**2)** *Système* : le lanceur, de masse $M$ constante. *Référentiel* : terrestre, supposé galiléen. *Bilan des forces* : poids $\vec{P}$, poussée $\vec{F}$.

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = M\,\vec{a}$.

On projette cette relation sur l'axe $(\mathrm{O};\vec{\jmath})$ orienté vers le haut : $\vec{F}$ compte positivement, $\vec{P}$ négativement :

$$F - M\,g = M\,a_y \qquad \Longrightarrow \qquad a_y = \frac{F}{M} - g = \frac{7{,}5\times10^{6}\,\mathrm{N}}{5{,}4\times10^{5}\,\mathrm{kg}} - 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \approx 4{,}09\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$$

Le vecteur accélération a donc pour caractéristiques :

- direction : verticale (celle de l'axe $(\mathrm{O};\vec{\jmath})$) ;
- sens : vers le haut, puisque $a_y > 0$ (la poussée l'emporte sur le poids) ;
- valeur : $\boxed{a = 4{,}1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}}$.

## Exercice 4 : Pot catalytique et monoxyde d'azote

**8 points**

**1)** Un catalyseur est une espèce chimique qui **augmente la vitesse** d'une réaction chimique **sans être consommée** : présent au début et à la fin de la transformation, il n'apparaît pas dans l'équation de la réaction.

**2)** Les deux propriétés se lisent dans le texte :

- « ces métaux rendent beaucoup plus rapide […] la réduction des oxydes d'azote » : le platine accélère la réaction ;
- « ils ne sont pas consommés au cours du fonctionnement » : il se retrouve intact.

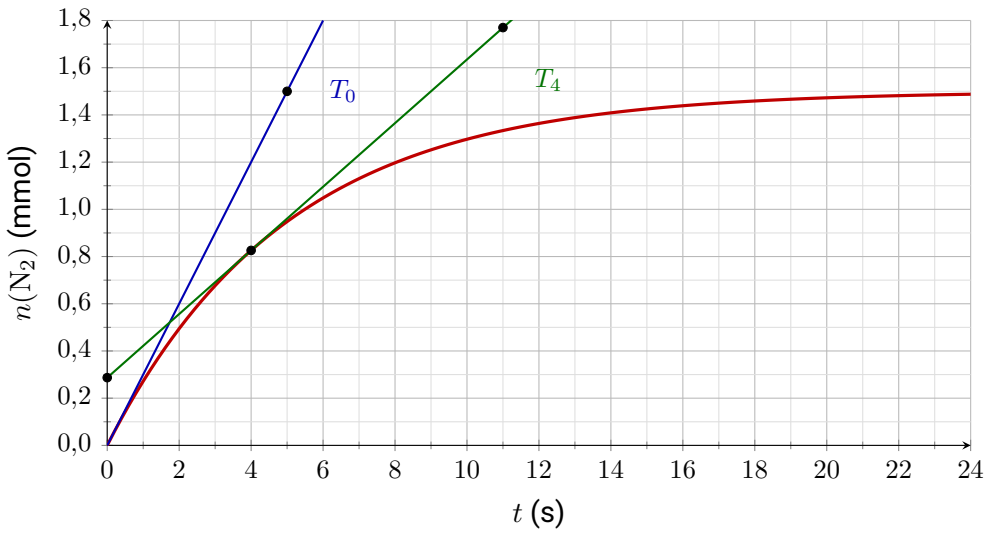
Le platine joue donc bien le rôle de catalyseur (catalyse hétérogène : solide au contact de gaz).

**3)** Toutes les espèces sont gazeuses. Quand l'avancement vaut $x$, il a disparu $2x + 2x = 4x$ mol de gaz et il s'en est formé $x + 2x = 3x$ mol : la quantité totale de gaz **diminue** de $x$, c'est-à-dire d'autant que la quantité de diazote formé.

À volume et température constants, la pression d'un gaz est proportionnelle à sa quantité de matière ($P\,V = n\,R\,T$) : la pression dans l'enceinte baisse au cours de la réaction. Un **capteur**

**de pression** (manomètre relié à l'acquisition) permet donc de suivre l'évolution du système.

**4)** On trace la tangente à la courbe au point d'abscisse considérée; $\mathrm{d}n(\mathrm{N_2})/\mathrm{d}t$ est le coefficient directeur de cette tangente.




- À $t = 0$ : la tangente $T_0$ passe par l'origine et par le point $(5{,}0\,\mathrm{s}; 1{,}50\,\mathrm{mmol})$ :

$$\left.\frac{\mathrm{d}n(\mathrm{N_2})}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = \frac{1{,}50\times10^{-3}\,\mathrm{mol}-0}{5{,}0\,\mathrm{s}-0} \qquad \boxed{\left.\frac{\mathrm{d}n(\mathrm{N_2})}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = 3{,}0\times10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}}$$

- À $t = 4{,}0\,\mathrm{s}$ : la tangente $T_4$ passe par $(0; 0{,}29\,\mathrm{mmol})$ et $(11{,}0\,\mathrm{s}; 1{,}77\,\mathrm{mmol})$ :

$$\left.\frac{\mathrm{d}n(\mathrm{N_2})}{\mathrm{d}t}\right|_{t=4{,}0\ \mathrm{s}} = \frac{(1{,}77-0{,}29)\times10^{-3}\,\mathrm{mol}}{11{,}0\,\mathrm{s}} \qquad \boxed{\left.\frac{\mathrm{d}n(\mathrm{N_2})}{\mathrm{d}t}\right|_{t=4{,}0\ \mathrm{s}} = 1{,}3\times10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}}$$

*Tolérance* : le tracé d'une tangente à la main est imprécis; on accepte de $2{,}5\times10^{-4}$ à $3{,}5\times10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}$ à $t = 0$ et de $1{,}1\times10^{-4}$ à $1{,}6\times10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}$ à $t = 4{,}0\,\mathrm{s}$.

La vitesse volumique d'apparition du diazote est $v_{\mathrm{app}}(\mathrm{N_2}) = \dfrac{1}{V}\dfrac{\mathrm{d}n(\mathrm{N_2})}{\mathrm{d}t}$, avec $V = 2{,}0\,\mathrm{L}$ :

$$v_{\mathrm{app}}(0) = \frac{3{,}0\times10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}}{2{,}0\,\mathrm{L}} \qquad \boxed{v_{\mathrm{app}}(0) = 1{,}5\times10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}{\cdot}s^{-1}}}$$

$$v_{\mathrm{app}}(4{,}0\,\mathrm{s}) = \frac{1{,}34\times10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}}{2{,}0\,\mathrm{L}} \qquad \boxed{v_{\mathrm{app}}(4{,}0\,\mathrm{s}) = 6{,}7\times10^{-5}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}{\cdot}s^{-1}}}$$

(On a gardé la valeur non arrondie $1{,}34\times10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}$; avec les tolérances de lecture, on accepte $v_{\mathrm{app}}(4{,}0\,\mathrm{s})$ de $5{,}5\times10^{-5}$ à $8{,}0\times10^{-5}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}{\cdot}s^{-1}}$.) La vitesse diminue au cours du temps, car les réactifs s'épuisent (la courbe s'aplatit).

**5)** *Une démarche possible.* On compare ce qu'il faudrait traiter à ce que la réaction fournit.

- Volume de monoxyde d'azote rejeté en une heure : $V(\mathrm{NO}) = \dfrac{0{,}16}{100}\times 7{,}5\times10^{4}\,\mathrm{L} = 120\,\mathrm{L}$,

soit $n(\mathrm{NO}) = \dfrac{V(\mathrm{NO})}{V_\mathrm{m}} = \dfrac{120\,\mathrm{L}}{24\,\mathrm{L{\cdot}mol^{-1}}} = 5{,}0\,\mathrm{mol}$ par heure.

- D'après l'équation, 2 mol de NO donnent 1 mol de $N_2$ : il faudrait former $\dfrac{5{,}0}{2} = 2{,}5\,\mathrm{mol}$ de diazote par heure, c'est-à-dire

$$\frac{2{,}5\,\mathrm{mol}}{3\,600\,\mathrm{s}} \approx 6{,}9 \times 10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}$$

- Dans l'expérience, le diazote se forme au plus à $3{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}$ (à $t = 0$), puis de plus en plus lentement ($1{,}3 \times 10^{-4}\,\mathrm{mol{\cdot}s^{-1}}$ à $4{,}0\,\mathrm{s}$). Même à son maximum, la réaction est environ deux fois trop lente : $\dfrac{6{,}9 \times 10^{-4}}{3{,}0 \times 10^{-4}} \approx 2{,}3$.

D'autres obstacles s'ajoutent. Dans les gaz d'échappement, la concentration en monoxyde d'azote vaut seulement

$$c(\mathrm{NO}) = \frac{0{,}16/100}{24\,\mathrm{L{\cdot}mol^{-1}}} \approx 6{,}7 \times 10^{-5}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$$

contre $\dfrac{3{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol}}{2{,}0\,\mathrm{L}} = 1{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$ dans l'enceinte de l'expérience : le gaz à traiter est environ 22 fois plus dilué, et la vitesse de la réaction, qui diminue quand les concentrations des réactifs diminuent, y serait bien plus faible. Il faudrait en outre embarquer et injecter en continu du dihydrogène (au moins $5{,}0\,\mathrm{mol}$ par heure), gaz très inflammable.

**Conclusion** : dans une enceinte comme celle de l'expérience, cette réaction ne permettrait pas de remplacer le pot catalytique. On accepte aussi la réponse « il suffirait d'une enceinte plus grande » si elle discute la dilution du monoxyde d'azote dans les gaz d'échappement (et le dihydrogène à embarquer). Tout argument cohérent (vitesse, dilution, quantité de dihydrogène, sécurité) est valorisé.