Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Le vert d'une boisson tropicale

6,5 points

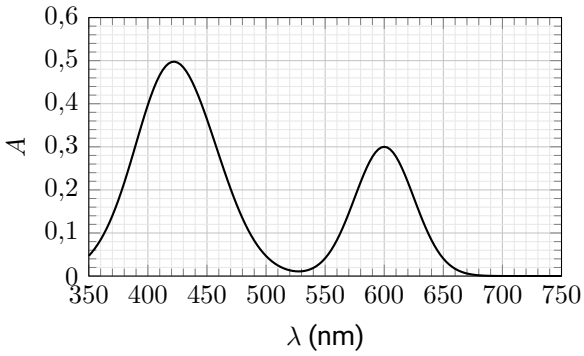
Une boisson sucrée et alcoolisée, préparée à partir de purée de banane et d'autres fruits exotiques, doit sa teinte vert vif à des colorants alimentaires ajoutés lors de sa fabrication. On cherche à identifier ces colorants, puis à évaluer la quantité de l'un d'eux absorbée lorsqu'on boit un verre de cette boisson.

Données

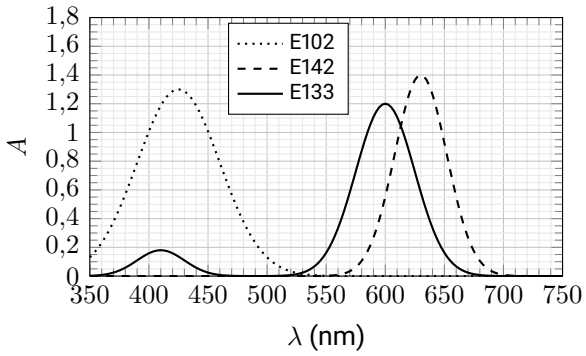
- Couleurs absorbées et couleurs perçues (cercle chromatique simplifié : une solution qui absorbe principalement une couleur prend la couleur qui lui fait face sur le cercle).

λ (nm)	400 – 450	450 – 490	490 – 560	560 – 590	590 – 620	620 – 750
Couleur absorbée	violet	bleu	vert	jaune	orange	rouge
Couleur complémentaire	jaune	orange	rouge	violet	bleu	vert

- Masse molaire du colorant E102 : $M = 534\,\text{g·mol}^{-1}$.
- Un verre de dégustation contient un volume $V = 6{,}0\,\text{cL}$ de boisson.



Spectre n°1 – Solution S : boisson diluée dix fois



Spectre n°2 – Trois colorants, chacun seul en solution

1) Lequel des colorants E102, E142 et E133 donnerait, à lui seul, une solution de couleur verte ? Justifier.

En réalité, le fabricant obtient la teinte de la boisson en associant deux des trois colorants du spectre n°2.

2) Identifier, en argumentant, les deux colorants contenus dans la boisson. Vérifier que leur association est compatible avec la couleur observée.

La dose journalière admissible (DJA) d'un additif est la masse que l'on peut en ingérer chaque jour, toute sa vie, sans danger ; elle se rapporte à la masse du consommateur. Celle de E102 est de $7{,}5\,\text{mg}$ par kilogramme et par jour.

Afin de déterminer la teneur en E102 de la boisson, on prépare cinq solutions étalons S_1 à S_5 par dilution d'une solution mère de ce colorant, puis on enregistre leurs spectres (figure 1). On note C_i la concentration en quantité de matière de E102 dans la solution S_i. Toutes les mesures d'absorbance destinées au dosage sont faites à la longueur d'onde $\lambda = 460\,\text{nm}$.

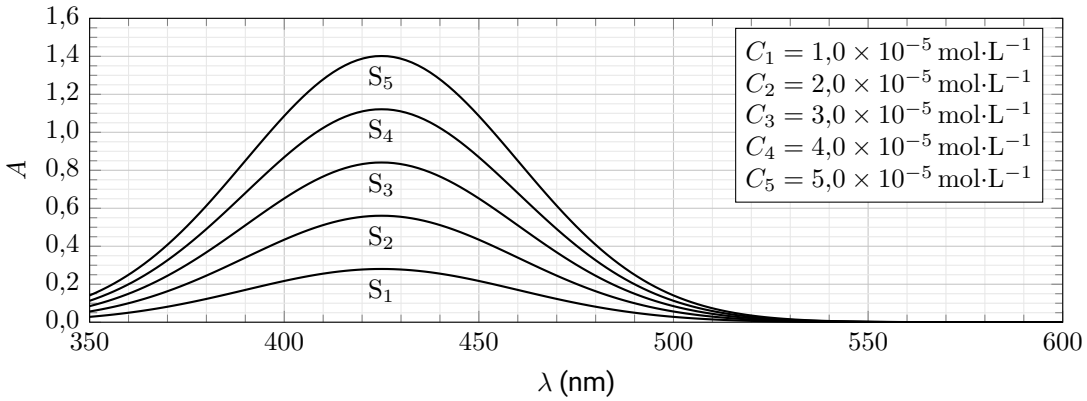


Figure 1 – Spectres des cinq solutions étalons de colorant E102

3) Le maximum d'absorption du colorant E102 se situe vers $425\,\text{nm}$. En vous appuyant sur les spectres n°1 et n°2, justifier que l'on effectue le dosage à $\lambda = 460\,\text{nm}$ et non à $\lambda' = 425\,\text{nm}$.

4) La solution S du spectre n°1 a été obtenue en diluant dix fois la boisson commerciale. Choisir la verrerie nécessaire pour préparer $200{,}0\,\text{mL}$ de la solution S.

5) Citer deux raisons pour lesquelles on dilue souvent un échantillon avant de doser une espèce colorée par spectrophotométrie.

6) En détaillant votre démarche, établir que le colorant E102 suit la loi de Beer-Lambert à $460\,\text{nm}$.

7) *Question à prise d'initiative.* Calculer la masse de colorant E102 apportée par un verre de la boisson. Toute démarche, même inaboutie, sera prise en compte si elle est clairement présentée.

8) Une personne de $50\,\text{kg}$ boit un verre de cette boisson. Commenter en vous référant à la DJA.

Exercice 2 : Accélérer la décomposition de l'urée

6,5 points

Produite par le foie lors de la dégradation des protéines, l'urée est un composé organique blanc, très soluble dans l'eau, que les reins éliminent dans les urines. Son taux urinaire renseigne le médecin sur le fonctionnement des reins. Pour le mesurer, on commence par décomposer l'urée par l'eau (hydrolyse) : il se forme des ions ammonium, que l'on dose ensuite pour en déduire la quantité d'urée de départ. Une telle méthode n'est utilisable que si l'hydrolyse est totale et assez rapide : on étudie ici sa cinétique.

On modélise l'hydrolyse par la réaction d'équation suivante, l'eau étant le solvant, donc en très large excès :

$$\text{CH}_4\text{N}_2\text{O}\,(\text{aq}) + 2\,\text{H}_2\text{O}\,(\text{l}) \longrightarrow 2\,\text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$$

Données : numéros atomiques $Z(\text{H}) = 1$; $Z(\text{C}) = 6$; $Z(\text{N}) = 7$; $Z(\text{O}) = 8$.

1) Établir le schéma de Lewis de l'ion ammonium NH_4^+ et celui de l'ion carbonate CO_3^{2-}, dans lequel l'atome de carbone est lié aux trois atomes d'oxygène.

Une solution aqueuse diluée d'urée est placée dans une enceinte thermostatée à $37\,^\circ\text{C}$. On mesure régulièrement la concentration [urée] ; les résultats sont reportés sur la figure 2 (à compléter sur le sujet : les tracés utiles y sont attendus). Ces mesures ont permis de calculer la vitesse volumique de disparition de l'urée à chaque date, représentée sur la figure 3 en fonction de la concentration.

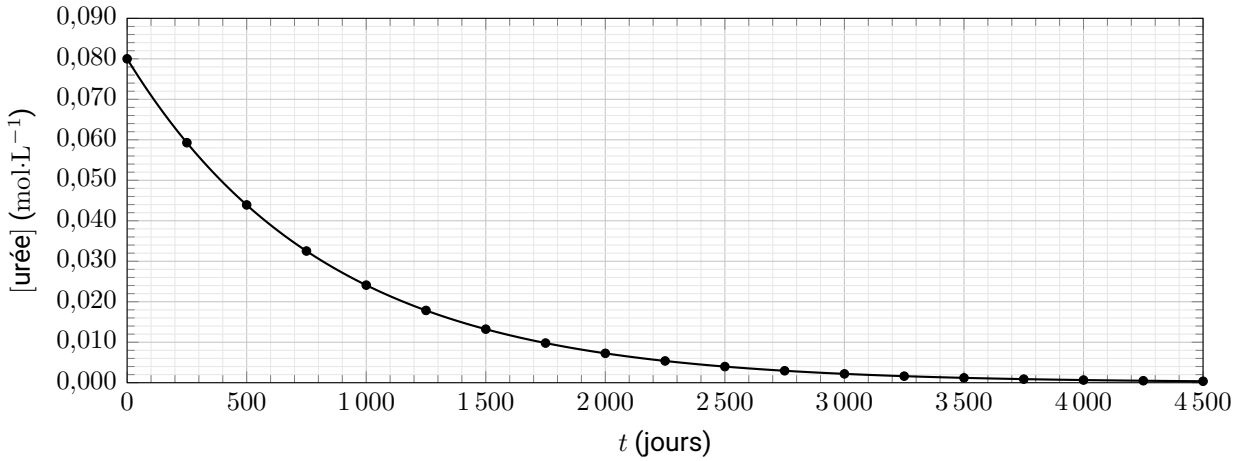


Figure 2 – Concentration en urée au cours du temps, à $37\,^{\circ}\mathrm{C}$

2) L'hydrolyse de l'urée est-elle une transformation totale ? Justifier à l'aide de la figure 2.

3) Cette transformation est-elle rapide ou lente ? Justifier.

4) Lire sur la figure 2 la valeur de $[\text{urée}]_0$, concentration à l'instant initial. Définir le temps de demi-réaction $t_{1/2}$, puis en estimer la valeur en expliquant la méthode.

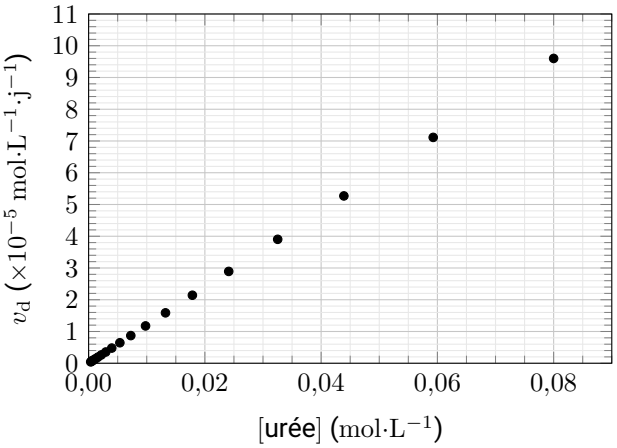


Figure 3 – Vitesse de disparition de l'urée en fonction de sa concentration
(j : jour)

5) Définir la vitesse volumique de disparition de l'urée, notée v_{d}, à partir de la concentration $[\text{urée}]$.

6) **a.** Déterminer graphiquement v_{d} aux dates $t = 0$ et $t = 1000$ jours. Les tracés doivent apparaître sur la figure 2.

b. Comparer ces deux valeurs et interpréter leur évolution.

7) Montrer que la figure 3 est en accord avec une loi de vitesse d'ordre 1 par rapport à l'urée.

8) En déduire la valeur de la constante de vitesse k, avec son unité.

On peut aussi réaliser l'hydrolyse en présence d'uréase, une enzyme. Le tableau ci-dessous compare deux expériences.

Expérience	Température (K)	Constante de vitesse k (j^{-1}, j : jour)
Sans uréase	310	$1{,}2 \times 10^{-3}$
Avec uréase	310	$5{,}0 \times 10^{9}$

Pour une transformation suivant une loi de vitesse d'ordre 1, le temps de demi-réaction et la constante de vitesse sont liés par $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{k}$.

9) Pourquoi les deux expériences sont-elles menées à la même température ?

10) À la fin de l'expérience avec enzyme, on retrouve toute l'uréase introduite. Quel rôle joue-t-elle ?

11) Comparer les durées caractéristiques de l'hydrolyse sans et avec uréase. Conclure sur la possibilité de doser l'urée par la méthode décrite au début de l'exercice.

Exercice 3 : L'écartement des buses d'une tête d'impression

7 points

Dans une imprimante à jet d'encre, des gouttelettes d'un volume de l'ordre du picolitre sont éjectées par de minuscules orifices, les buses, alignées en rangées sur une plaque de la tête d'impression. La finesse de l'impression dépend de l'écartement entre deux buses voisines. On le mesure ici de deux façons.

Données

- Deux fentes fines parallèles, dont les centres sont distants de p, éclairées par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ, donnent sur un écran placé à la distance D des fentes des franges d'interférences rectilignes dont l'interfrange vaut $i = \dfrac{\lambda D}{p}$ (figure 4).
- Si l'on remplace les deux fentes par un grand nombre de fentes identiques équidistantes de p, l'interfrange garde la même valeur ; les franges brillantes sont seulement plus fines.

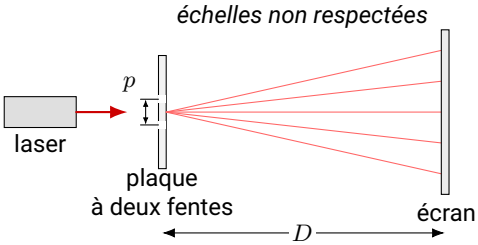


Figure 4 – Montage (vu de dessus)

Première mesure : observation à la loupe binoculaire

On observe la plaque à buses à la loupe binoculaire, à côté d'un micromètre (petite règle graduée transparente) qui sert d'échelle. La figure 5 reproduit ce que l'on voit : deux rangées de buses, sous le micromètre.

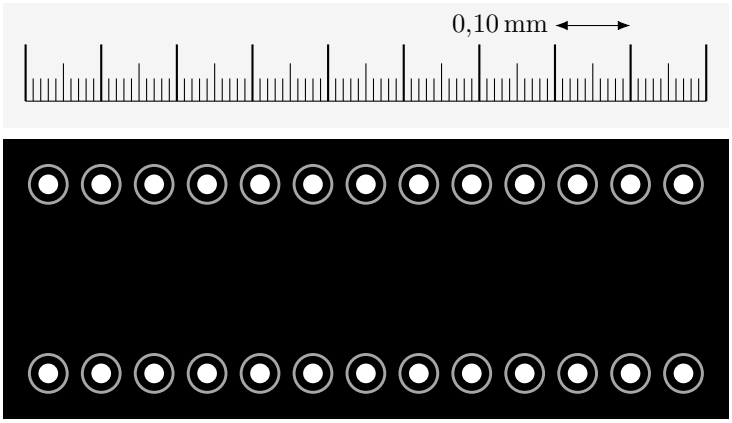


Figure 5 – Micromètre et deux rangées de buses

1) Mesurer, le plus précisément possible, la distance a_1 entre les centres de deux buses voisines d'une même rangée. Expliquer la méthode. Cette valeur servira de référence.

Seconde mesure : par interférences

Un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda = 650\,\text{nm}$, d'incertitude-type $u(\lambda) = 5\,\text{nm}$, traverse la plaque à buses. On observe la figure obtenue sur un écran, à la distance $D = 1{,}500\,\text{m}$ de la plaque, d'incertitude-type $u(D) = 0{,}002\,\text{m}$. Le faisceau n'éclaire d'abord qu'une seule rangée de buses (figure 6a), puis les deux rangées (figure 6b). Sur la figure 6a, on a tracé un axe horizontal (Ox) dont l'origine O est au centre de la frange brillante centrale.

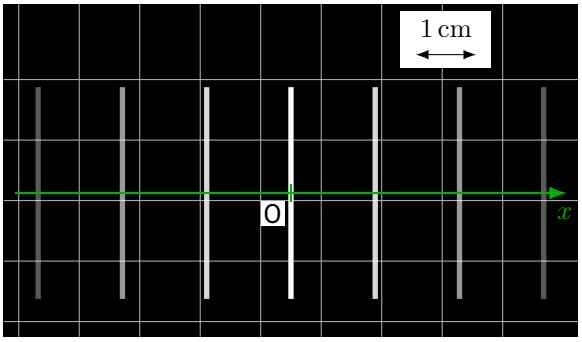


Figure 6a – une seule rangée éclairée

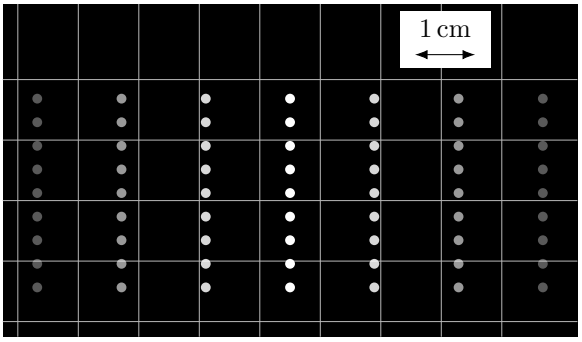


Figure 6b – les deux rangées éclairées

2) Quel phénomène explique la présence de bandes lumineuses verticales sur la figure 6a ? Préciser brièvement son origine.

3) Mesurer, le plus précisément possible, l'interfrange i_a sur la figure 6a.

4) En déduire la valeur de la distance a_2 entre les centres de deux buses voisines d'une même rangée.

5) L'incertitude-type sur la mesure de l'interfrange vaut $u(i_a) = 0{,}2\,\text{mm}$. Calculer l'incertitude-type $u(a_2)$ à l'aide de la relation :

$$u(a_2) = a_2 \times \sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(i_a)}{i_a}\right)^2}$$

6) On considère que deux mesures sont compatibles si le quotient $z = \dfrac{|a_2 - a_1|}{u(a_2)}$ est inférieur ou égal à 2. Les deux méthodes donnent-elles des résultats compatibles ?

7) Interpréter qualitativement la différence entre la figure 6a et la figure 6b. Que peut-on en déduire sur la distance entre les deux rangées de buses, comparée à a_1 ?

On cherche à retrouver l'expression de l'interfrange. On admet qu'en un point M de l'écran d'abscisse x sur l'axe (Ox), la différence de chemin optique entre les ondes issues de deux buses voisines vaut $\delta = \dfrac{a_1\,x}{D}$.

8) Rappeler la condition d'interférences constructives, puis montrer que le milieu d'une frange brillante a pour abscisse $x = \dfrac{k\,\lambda\,D}{a_1}$, où k est un entier relatif.

9) Le point M d'abscisse $x = 3{,}48\,\text{cm}$ se trouve-t-il sur une frange brillante ou sur une frange sombre ? Répondre par un calcul, puis vérifier sur la figure 6a.

10) L'interfrange i est la distance entre les milieux de deux franges brillantes consécutives. En déduire son expression en fonction de λ, D et a_1.