Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Un désinfectant à l'acide lactique

10 points

Rien ne remplace un lavage soigneux des mains à l'eau et au savon. Loin d'un lavabo, on peut cependant se rabattre sur des gels ou des solutions désinfectantes conformes aux normes sanitaires en vigueur. Cet exercice porte sur une solution désinfectante pour les mains dont l'espèce active est l'acide lactique, dissous dans l'eau avec un titre massique de $2{,}5\,\%$.

Données

- Titre massique de $2{,}5\,\%$: $100\,\text{g}$ de solution désinfectante renferment $2{,}5\,\text{g}$ d'acide lactique.
- Masse molaire de l'acide lactique : $M = 90{,}1\,\text{g·mol}^{-1}$.
- Masse volumique de la solution désinfectante : $\rho = 1{,}00\,\text{kg·L}^{-1}$.
- pH de la solution désinfectante : $\text{pH} = 2{,}21$. L'acide lactique est la seule espèce acide qu'elle contient.
- Conductivités ioniques molaires à $25\,^\circ\text{C}$: $\lambda(\text{HO}^-) = 19{,}8\,\text{mS·m}^2\text{·mol}^{-1}$; $\lambda(\text{Na}^+) = 5{,}01\,\text{mS·m}^2\text{·mol}^{-1}$; $\lambda(\text{ion lactate}) = 3{,}88\,\text{mS·m}^2\text{·mol}^{-1}$.
- Pour une concentration obtenue par la relation $C = \dfrac{C_B\,V_E}{V_A}$, l'incertitude-type vérifie :

$$\frac{u(C)}{C} = \sqrt{\left(\frac{u(V_A)}{V_A}\right)^2 + \left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u(C_B)}{C_B}\right)^2}$$

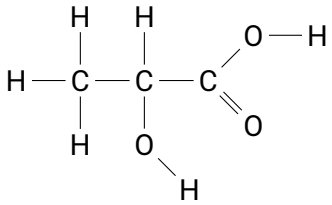
- Le z-score d'une mesure est $z = \dfrac{|\,\text{valeur mesurée} - \text{valeur théorique}\,|}{u(\text{valeur mesurée})}$; on juge la mesure satisfaisante lorsque $z < 2$.

Extrait d'une table de spectroscopie infrarouge

Liaison	Nombre d'onde (cm^{-1})	Intensité
O – H alcool lié	3200 – 3600	forte, large
O – H acide carboxylique	2500 – 3200	forte à moyenne, large
N – H amine	3100 – 3500	moyenne
N – H amide	3100 – 3500	forte
N – H amine ou amide	1560 – 1640	forte ou moyenne
C_{tri} – H	3000 – 3100	moyenne
$C_{tét}$ – H	2800 – 3000	forte
C = O ester	1700 – 1750	forte
C = O amide	1650 – 1750	forte
C = O aldéhyde et cétone	1650 – 1730	forte
C = O acide	1680 – 1760	forte

Partie A : la molécule d'acide lactique

En nomenclature systématique, l'acide lactique s'appelle acide 2-hydroxypropanoïque. Voici sa formule développée :



1) Reproduire cette formule sur la copie, y entourer les groupes caractéristiques en les nommant, puis expliquer chacune des parties du nom « acide 2-hydroxypropanoïque ».

2) Le spectre infrarouge de l'acide lactique est donné ci-dessous (figure 1). Relever les deux bandes d'absorption caractéristiques et attribuer chacune à une liaison, que l'on repérera sur la formule recopiée à la question 1.

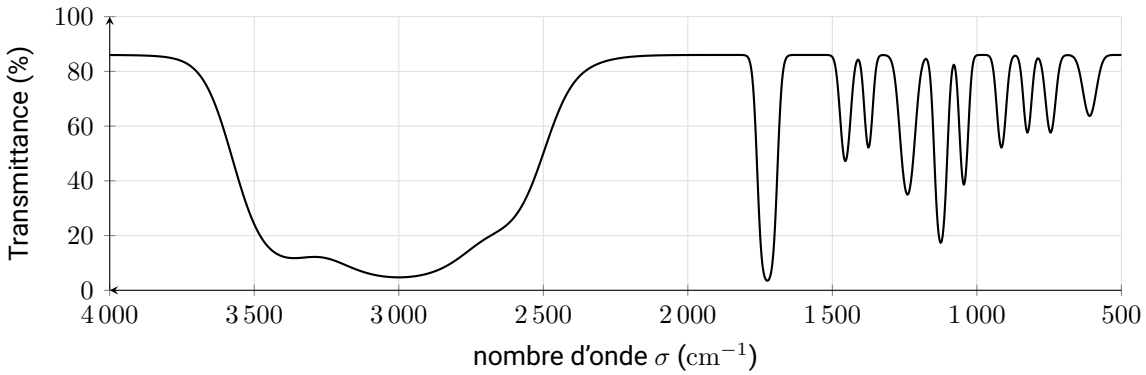


Figure 1 – Spectre infrarouge de l'acide lactique

3) Montrer que la solution désinfectante contient de l'acide lactique à une concentration apportée C d'environ $0{,}28\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$.

4) Donner la définition d'un acide au sens de Brönsted.

5) Justifier, par un argument chiffré, que l'acide lactique se comporte comme un acide faible dans cette solution.

6) Représenter, selon le modèle de Lewis, la base conjuguée de l'acide lactique.

Dans la suite, l'acide lactique est noté AH et sa base conjuguée A^-.

7) Écrire l'équation de la réaction entre AH(aq) et l'eau.

8) Exprimer la quantité de matière $n(H_3O^+)_{éq}$ d'ions oxonium présents à l'équilibre dans un volume V de solution, en fonction du pH, de V et de la concentration standard $c^\circ = 1\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$. Dresser ensuite sur la copie le tableau d'avancement de cette transformation (état initial et état final).

9) Exprimer K_A, constante d'acidité associée à AH/A^-, à l'aide des concentrations à l'équilibre, puis calculer sa valeur. Comparer le résultat au pK_A de référence du couple, égal à 3,9.

10) La figure 2, obtenue avec un programme Python, est le diagramme de distribution du couple AH/A^-.

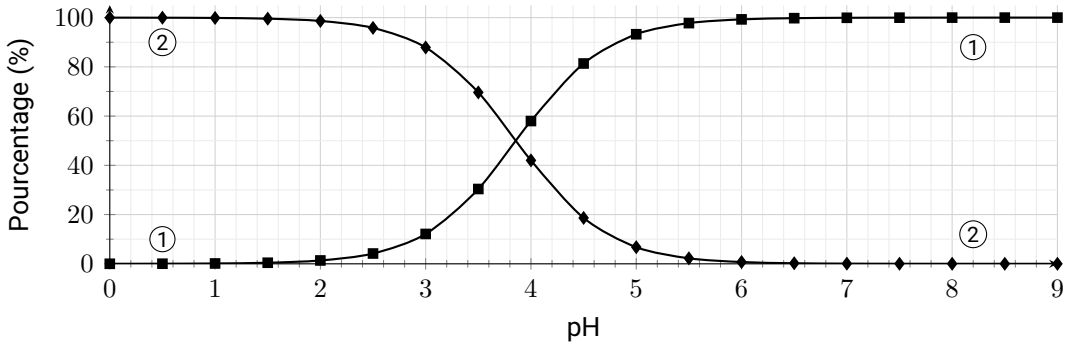


Figure 2 – Diagramme de distribution du couple AH/A^-

a. Identifier, en justifiant, l'espèce représentée par la courbe 1.
b. Expliquer comment ce diagramme permet de lire le pK_A du couple.

Partie B : contrôle de la teneur en acide lactique

Avant de mettre la solution désinfectante sur le marché, un laboratoire contrôle sa teneur en acide lactique. Il dilue d'abord la solution, puis titre l'acide par une solution d'hydroxyde de sodium en suivant la conductivité du mélange.

11) On souhaite préparer $100{,}0\,\text{mL}$ de solution désinfectante diluée 4 fois. Indiquer la verrerie à utiliser, en justifiant le volume à prélever.

Un volume $V_A = 10{,}0\,\text{mL}$ de solution diluée, d'incertitude-type $u(V_A) = 0{,}05\,\text{mL}$, est versé dans un bécher de $250\,\text{mL}$, avec environ $150\,\text{mL}$ d'eau distillée. Le réactif titrant est une solution d'hydroxyde de sodium, qui contient les ions $Na^+(aq)$ et $HO^-(aq)$, à $C_B = 5{,}00 \times 10^{-2}\,\text{mol·L}^{-1}$, d'incertitude-type $u(C_B) = 0{,}05 \times 10^{-2}\,\text{mol·L}^{-1}$. Les mesures sont reportées sur la figure 3.

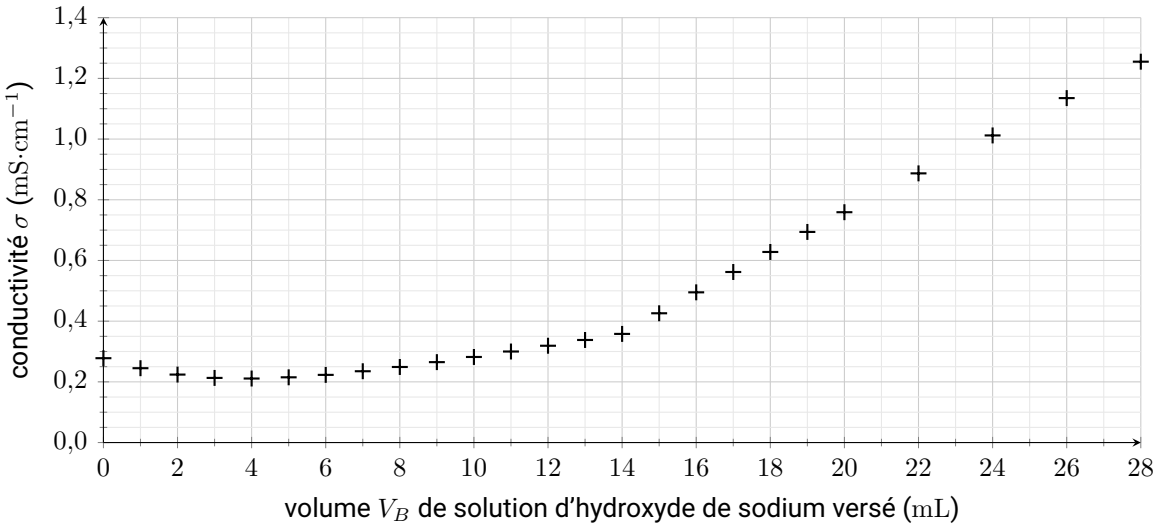


Figure 3 – Titrage suivi par conductimétrie de la solution diluée (à compléter sur le sujet)

12) Faire un schéma légendé du montage de titrage.

13) Rappeler les propriétés que doit posséder une réaction support de titrage.

14) Établir l'équation modélisant la réaction de titrage.

15) Expliquer qualitativement pourquoi la pente de la courbe change au voisinage de l'équivalence.

16) Déterminer graphiquement le volume équivalent V_E, en laissant apparaître la construction sur la figure 3 (à compléter sur le sujet).

17) Calculer la concentration C en acide lactique de la solution désinfectante avant dilution.

18) L'incertitude-type sur le volume équivalent vaut $u(V_E) = 0{,}2\,\text{mL}$. Calculer l'incertitude-type $u(C)$, sans tenir compte de la dilution, puis le z-score de la mesure, en prenant pour valeur théorique la concentration de la question 3 ($C = 0{,}277\,\text{mol·L}^{-1}$). Conclure.

Exercice 2 : Deux épreuves de tir à l'arc

5 points

On prendra pour intensité de la pesanteur $g = 9{,}81\,\text{m·s}^{-2}$ dans tout l'exercice.

Partie A : tir sur cible

En compétition olympique, l'archer tire sur une cible placée à $70\,\text{m}$ de lui. Au centre de la cible se trouve un disque, que la flèche doit atteindre : la moindre erreur de réglage de l'angle de tir se paie au bout du parcours. Dans cet exercice, le disque central mesure $10\,\text{cm}$ de diamètre.

Une fois la flèche décochée, on admet qu'elle est **en chute libre**. On l'assimile à un point matériel G, de masse m, dont on étudie le mouvement dans le référentiel terrestre, supposé galiléen. Le mouvement a lieu dans le plan (Ox, Oz) de la figure 1, qui n'est pas à l'échelle : l'axe (Oz) est vertical et orienté vers le haut, la flèche part du point O à la date $t = 0$, et son vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ fait l'angle α avec l'horizontale (Ox). Le centre de la cible est situé sur l'axe (Ox).

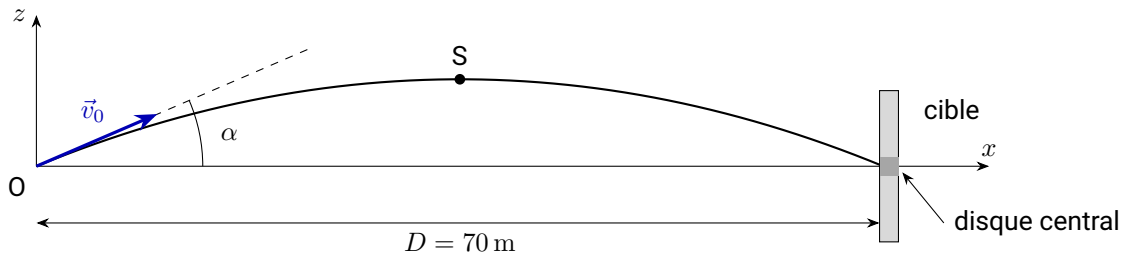


Figure 1 – Trajectoire du point G (sans souci d'échelle)

1) Que signifie l'expression « en chute libre » ?

2) Établir, à l'aide de la deuxième loi de Newton, les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération $\vec{a}$ du point G.

3) Déterminer les coordonnées $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse de G, puis montrer que les coordonnées du vecteur position sont :

$$x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t \qquad z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t$$

4) On s'intéresse au point S, le plus haut de la trajectoire.

a. Préciser la direction et le sens du vecteur vitesse de G en S.

b. En déduire l'expression de la date t_S à laquelle G passe en S.

c. Pour un tir avec $v_0 = 216\,\text{km·h}^{-1}$ et $\alpha = 6{,}0°$, montrer que la flèche atteint le sommet de sa trajectoire un peu plus de six dixièmes de seconde après le départ.

5) Établir l'équation de la trajectoire de G :

$$z(x) = -\frac{g}{2\,v_0^2\cos^2\alpha}\,x^2 + x\tan\alpha$$

6) La cible est à la distance $D = 70\,\text{m}$. L'archer tire avec $v_0 = 65{,}0\,\text{m·s}^{-1}$ et $\alpha = 4{,}7°$. La flèche touche-t-elle le disque central ? Justifier.

Partie B : tir à l'oiseau

Dans cette épreuve, l'archer tire à la verticale : il doit toucher et décrocher une cible, « l'oiseau », fixée en haut d'un mât, à $30\,\text{m}$ du sol. On étudie un tir qui a manqué l'oiseau et a poursuivi sa montée jusqu'à son altitude maximale H.
La flèche est assimilée à un point matériel de masse $m = 110\,\text{g}$. À $t = 0$, elle quitte le point A, situé à la hauteur $h = 1{,}70\,\text{m}$ au-dessus du sol, verticalement vers le haut. Un capteur mesure sa vitesse de départ : $v_A = 30{,}0\,\text{m·s}^{-1}$. Le point le plus haut atteint est noté B. L'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau du sol.

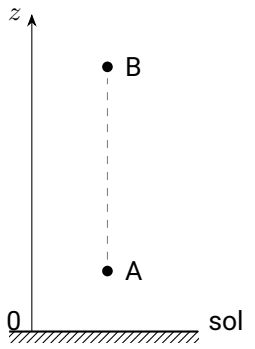


Figure 2 – Tir vertical

7) Exprimer l'énergie mécanique $E_\text{m}(\text{A})$ de la flèche en A à l'aide de m, g, h et v_A.

8) Exprimer l'énergie mécanique $E_\text{m}(\text{B})$ de la flèche en B à l'aide de m, g et H.

9) On néglige les frottements. Établir l'expression de H en fonction de h, v_A et g, puis calculer H. Le résultat est-il cohérent avec l'énoncé ?

10) En réalité, l'air freine la flèche : lancée avec la même vitesse v_A, elle culmine en un point C situé à $H' = 41{,}0\,\text{m}$ du sol. On admet que l'air exerce sur la flèche, pendant sa montée de A à C, une force de freinage de valeur constante : calculer cette valeur.

Exercice 3 : Fracturer la roche par un arc électrique

5 points

Pour extraire le gaz contenu dans certaines roches profondes, on étudie une technique qui pourrait remplacer la fracturation par injection d'eau sous pression : l'électro-fracturation. On place deux électrodes dans une cavité de la roche remplie d'eau, puis des condensateurs leur appliquent brusquement une très haute tension. Un arc électrique jaillit entre les électrodes ; il s'accompagne d'une onde de pression qui fissure la roche en la traversant.
On étudie ici la charge puis la décharge des condensateurs, à partir des résultats d'un essai mené dans un laboratoire universitaire.

Données

- Énergie emmagasinée par un condensateur de capacité C (en F) soumis à la tension u_C (en V) : $W = \frac{1}{2}\,C\,u_C^2$, en joules (J).

- Rendement énergétique : $\eta = \dfrac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{consommée}}}$, exprimé en pourcentage.
- Des condensateurs associés en parallèle équivalent à un condensateur unique dont la capacité est la somme de leurs capacités.

Le montage est modélisé par le circuit de la figure 1, qui comporte :

- un interrupteur K à deux positions, 1 et 2 ;
- une alimentation de tension constante $E = 36\,\text{kV}$, en série avec un conducteur ohmique de résistance $R_1 = 150\,\text{k}\Omega$;
- un condensateur équivalent de capacité C_{eq}, qui représente de 1 à 6 condensateurs identiques montés en parallèle, de capacité $C = 250\,\text{nF}$ chacun ;
- un conducteur ohmique de résistance $R_2 = 80\,\Omega$, qui modélise l'ensemble {électrodes + eau}.

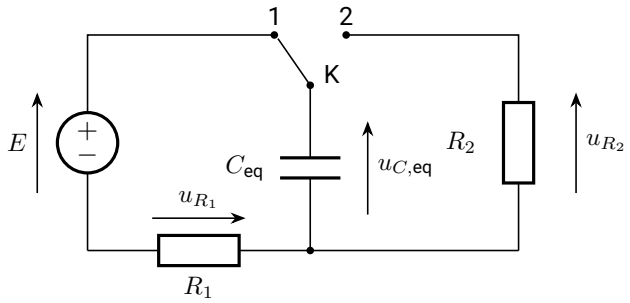


Figure 1 – Schéma électrique simplifié de l'installation

Partie A : charge du condensateur équivalent

Le but de cette partie est de trouver l'énergie maximale W_{max} que peut emmagasiner le condensateur équivalent. Celui-ci est déchargé lorsque, à la date $t = 0$, on bascule l'interrupteur K en position 1.

1) Appliquer la loi des mailles pour relier E, u_{R_1} (tension du conducteur ohmique R_1) et $u_{C,\text{eq}}$ (tension du condensateur équivalent).

2) En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u_{C,\text{eq}}$ pendant la charge.

3) Montrer que la fonction $u_{C,\text{eq}}(t) = E\left(1 - \text{e}^{-t/\tau}\right)$ satisfait cette équation pour un choix convenable de la constante de temps τ, que l'on exprimera à l'aide de R_1 et de C_{eq}.

4) À partir de la figure 2 (à compléter sur le sujet), déterminer la capacité C_{eq} en expliquant la démarche et en faisant figurer la construction sur le graphique.

5) Combien de condensateurs de capacité $C = 250\,\text{nF}$ ont été utilisés lors de l'essai ?

6) Calculer l'énergie maximale W_{max} emmagasinée par le condensateur équivalent une fois chargé.

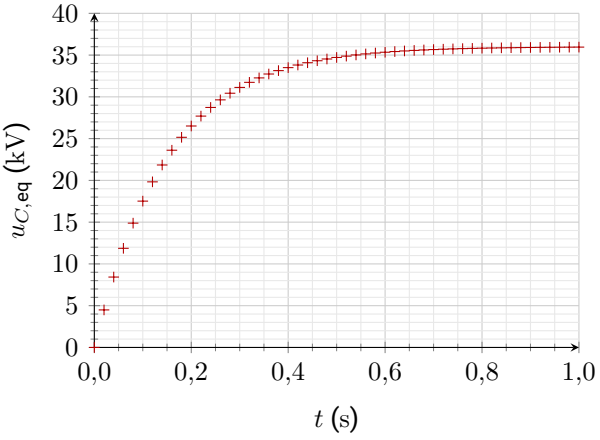


Figure 2 – Charge du condensateur équivalent (à compléter sur le sujet)

Partie B : décharge du condensateur équivalent

Avant que l'arc n'apparaisse entre les électrodes, le condensateur équivalent, chargé sous la tension $E = 36\,\text{kV}$, commence à se vider dans le système {électrodes + eau} : c'est la pré-décharge, qui dure $\Delta t = 20\,\mu\text{s}$. On prend désormais $C_{\text{eq}} = 1{,}00\,\mu\text{F}$. L'interrupteur est basculé en position 2 à la date $t = 0$; pendant la pré-décharge, la tension aux bornes du condensateur équivalent s'écrit $u_{C,\text{eq}}(t) = E\,\text{e}^{-t/(R_2 C_{\text{eq}})}$.

7) Calculer la tension $u_{C,\text{eq}}(\Delta t)$ au terme de la pré-décharge.

8) On retient une tension de $28\,\text{kV}$ quand la pré-décharge s'achève. Calculer l'énergie W_{arc} qui reste alors dans le condensateur équivalent et sert à créer l'arc.

9) Quel est le rendement η du dispositif, du point de vue de la production de l'arc ?