Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Contrôle d'un détartrant à l'acide chlorhydrique

8 points

Les rayons « entretien » vendent de l'acide chlorhydrique comme détartrant. Cette solution est préparée en dissolvant dans l'eau du chlorure d'hydrogène gazeux $\mathrm{HCl(g)}$; ce gaz est un acide fort : sa réaction avec l'eau est totale et ne laisse en solution que des ions oxonium $\mathrm{H_3O^+(aq)}$ et des ions chlorure $\mathrm{Cl^-(aq)}$. On se propose de contrôler par un titrage la concentration annoncée par le fabricant.

Données (étiquette du flacon et table) :

- pourcentage massique de HCl dans la solution commerciale : $w = \dfrac{m(\mathrm{HCl})}{m(\text{solution})} = 20\,\%$;
- masse volumique de la solution commerciale : $\rho = 1{,}10 \times 10^3\,\mathrm{g{\cdot}L^{-1}}$;
- masse molaire du chlorure d'hydrogène : $M(\mathrm{HCl}) = 36{,}5\,\mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$.

1) À partir des indications de l'étiquette, montrer que la concentration en quantité de matière C_a des ions oxonium dans la solution commerciale vaut environ $6\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$.

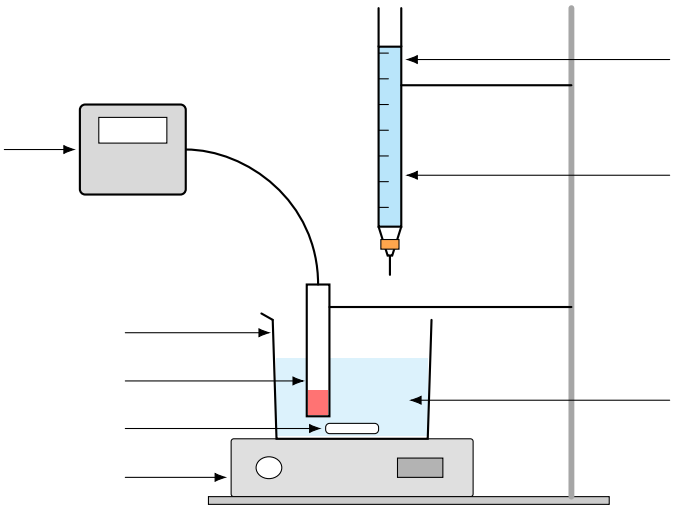
Le contrôle se fait par un titrage suivi par pH-métrie, avec une solution d'hydroxyde de sodium $(\mathrm{Na^+(aq) + HO^-(aq)})$ de concentration $C_\mathrm{b} = 2{,}50 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$.

2) Écrire l'équation de la réaction support du titrage, entre les ions oxonium et les ions hydroxyde.

La solution commerciale est trop concentrée pour être titrée telle quelle : on la dilue 200 fois pour obtenir une solution S, de concentration en ions oxonium C_S. La verrerie disponible comprend une fiole jaugée de $500{,}0\,\mathrm{mL}$.

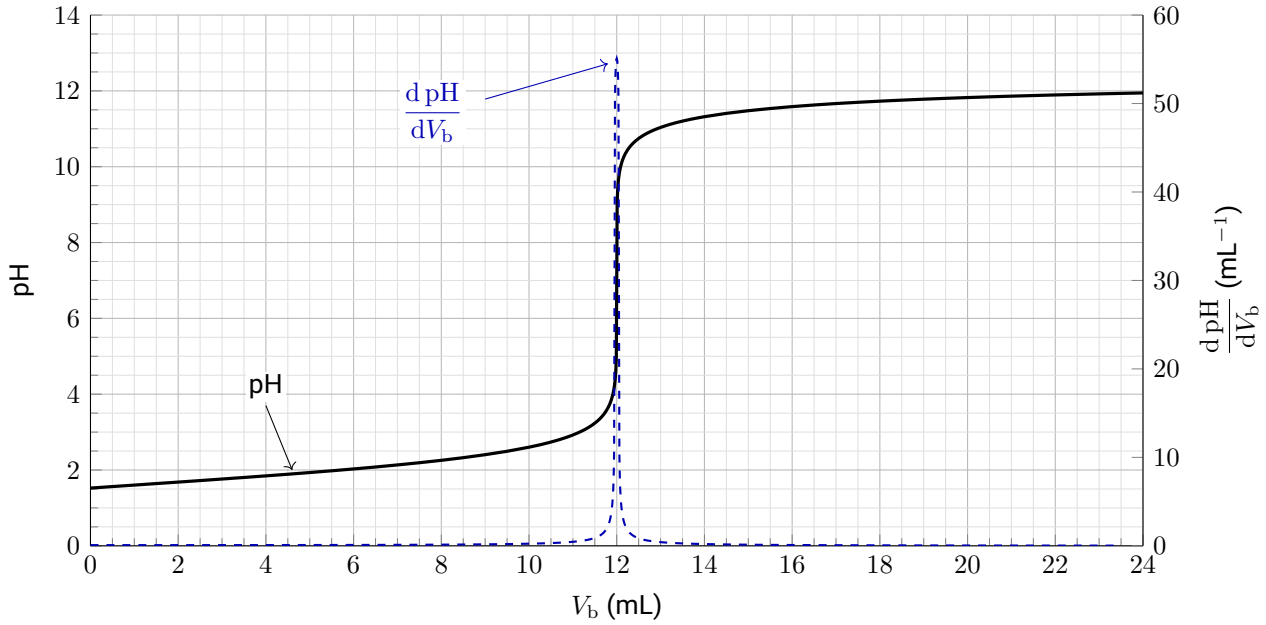
3) Déterminer le volume de solution commerciale qu'il faut prélever pour préparer $500{,}0\,\mathrm{mL}$ de solution S.

4) On titre un volume $V_\mathrm{S} = 10{,}0\,\mathrm{mL}$ de solution S, prélevé à la pipette jaugée. Compléter les légendes du schéma du montage ci-dessous ; nommer en particulier la solution titrante et la solution titrée et indiquer où elles se trouvent *(à compléter sur le sujet)*.



Le document ci-dessous donne le pH du mélange en fonction du volume V_b de solution d'hydroxyde de sodium versé, ainsi que la dérivée $\frac{\mathrm{d\,pH}}{\mathrm{d}V_b}$ (échelle de droite).

Document – Titrage de $10{,}0\,\mathrm{mL}$ de solution S par la solution d'hydroxyde de sodium



5) La concentration annoncée en question 1 est-elle confirmée par le titrage ?
Cette question demande de l'initiative : toute démarche, même inachevée, sera valorisée si elle est clairement exposée.

6) Par la méthode des tangentes, tracée sur le document *(à compléter sur le sujet)*, déterminer le pH à l'équivalence.

7) On souhaite refaire ce titrage avec un indicateur coloré à la place du pH-mètre. Choisir, dans le tableau suivant, l'indicateur qui convient et justifier ce choix. Indiquer, en le justifiant, le changement de teinte observé à l'équivalence.

Indicateur	Zone de virage	Teinte acide	Teinte basique
hélianthine	3,1 – 4,4	rouge	jaune
rouge de méthyle	4,2 – 6,2	rouge	jaune
bleu de bromothymol	6,0 – 7,6	jaune	bleu
phénolphtaléine	8,2 – 10,0	incolore	rose

Exercice 2 : Un satellite pour mesurer la masse de la Terre

6,5 points

On étudie, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen, le mouvement du centre de masse A d'un satellite de masse m, situé à la distance $r = \mathrm{OA}$ du centre O de la Terre, de masse M_T.
Dans un premier modèle, on suppose le mouvement circulaire et uniforme, et l'on admet que le satellite n'est soumis qu'à la force d'attraction gravitationnelle $\overrightarrow{F}_{T/A}$ exercée par la Terre. La figure 1 représente le repère de Frenet $(\mathrm{A}; \vec{u}_T, \vec{u}_N)$.

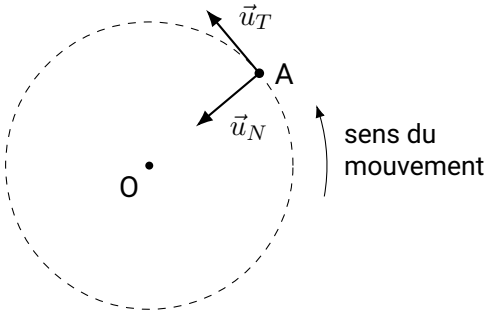


Figure 1 – Orbite circulaire de centre O

1) Écrire le vecteur $\overrightarrow{F}_{T/A}$ dans le repère de Frenet, en fonction de G, M_T, m, r et du vecteur unitaire qui convient.

2) En appliquant la deuxième loi de Newton au satellite, montrer que sa vitesse a pour valeur $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{r}}$.

3) En utilisant cette expression et la définition de la période de révolution T, établir la troisième loi de Kepler : $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$.

L'orbite réelle du satellite n'est pas un cercle mais une ellipse. Sur la figure 2, B est le point de l'orbite le plus proche du centre O de la Terre (périgée) et C le plus éloigné (apogée).

Données :

- périgée : $\mathrm{OB} = 6{,}92 \times 10^6\ \mathrm{m}$;
- apogée : $\mathrm{OC} = 8{,}38 \times 10^6\ \mathrm{m}$;
- le satellite accomplit $1\,200$ tours de la Terre en une durée $\Delta t = 7{,}99 \times 10^6\ \mathrm{s}$;
- $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$.

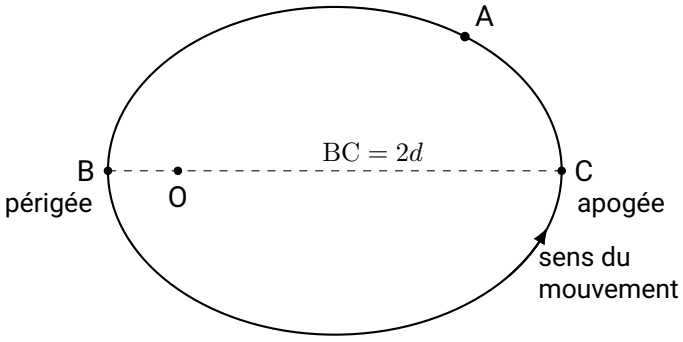


Figure 2 – Orbite elliptique (proportions exagérées)

4) Énoncer la première loi de Kepler pour ce satellite, en précisant le référentiel.

5) À l'aide de la deuxième loi de Kepler, comparer la vitesse du satellite au périgée B et à l'apogée C. Appuyer la réponse sur un tracé qualitatif *(à compléter sur la figure 2)*.

6) Calculer le demi-grand axe d de l'orbite, défini par $\mathrm{BC} = 2d$.

7) Pour une orbite elliptique, la troisième loi de Kepler de la question 3 reste valable à condition de remplacer le rayon r par le demi-grand axe d : $\dfrac{T^2}{d^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$. En déduire la masse M_T de la Terre.

Exercice 3 : Un avion de ligne vu à la lunette

5,5 points

Un avion de ligne passe en vol de croisière, à la verticale d'un observateur. Celui-ci dispose d'une lunette astronomique afocale du commerce, dont on peut régler le grossissement. On cherche quels détails de l'avion il peut distinguer, à l'œil nu puis avec la lunette.

Données :

- le grossissement G de la lunette se règle entre 12 et 36 ;
- pouvoir séparateur de l'œil : deux points A et B sont vus séparés si l'angle α sous lequel l'œil les voit vérifie $\alpha \geqslant 3{,}0 \times 10^{-4}\,\text{rad}$;
- pour un angle petit devant $1\,\text{rad}$, exprimé en radian : $\tan\alpha \approx \alpha$;
- avion : longueur $L = 37{,}6\,\text{m}$, altitude de croisière $h = 11{,}2\,\text{km}$; chaque hublot mesure $30\,\text{cm}$ de haut et $20\,\text{cm}$ de large.



1) Qu'appelle-t-on une lunette afocale ?

On note A_∞ l'avant de l'avion et B_∞ son arrière, tous deux à grande distance (distance h) de l'observateur. Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, on a placé le foyer image F'_1 de l'objectif. On note α l'angle sous lequel l'avion est vu à l'œil nu et α' l'angle sous lequel il est vu à travers la lunette.

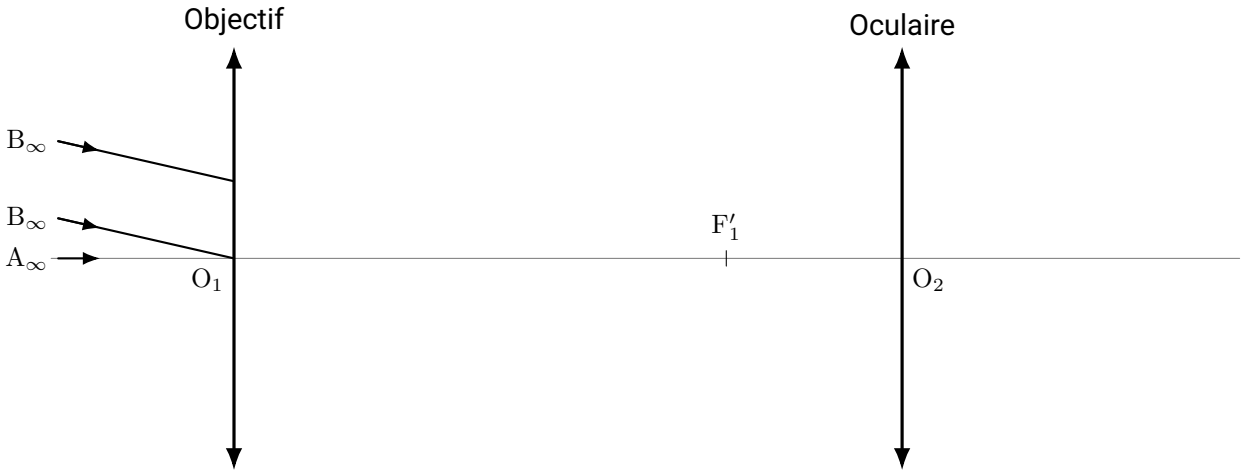


Schéma de la lunette *(à compléter sur le sujet)*

2) Placer sur le schéma le foyer objet F_2 et le foyer image F'_2 de l'oculaire.

3) Construire l'image intermédiaire A_1B_1, puis la suite du trajet, jusqu'à leur sortie de la lunette, des deux rayons issus de B_∞.

4) Montrer par un calcul que l'observateur distingue à l'œil nu l'avant et l'arrière de l'avion.

5) Faire figurer les angles α et α' sur le schéma, puis donner l'expression du grossissement G de la lunette en fonction de α et α'.

6) L'observateur peut-il, avec cette lunette, voir séparés les deux bords verticaux d'un même hublot ? Préciser, s'il y a lieu, la condition à respecter sur le réglage du grossissement.