Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Un exercice qui fait impression

5 points

De nombreuses applications technologiques, dans des domaines très variés, reposent sur l'utilisation d'un champ électrique. L'objectif de cet exercice est d'étudier le principe de fonctionnement des imprimantes à jet d'encre continu dévié, principalement utilisées pour imprimer les dates d'expiration figurant sur les produits alimentaires.

La figure 1 donne le principe de fonctionnement de l'imprimante : le jet d'encre sort de la tête d'impression par une buse qui le décompose en très petites gouttes, dont certaines sont chargées électriquement. Celles-ci passent dans un déflecteur constitué de deux plaques P_1 et P_2 parallèles, chargées électriquement, assimilables à un condensateur plan. Ces plaques dévient les gouttes chargées de leur trajectoire initiale. Les gouttes non chargées poursuivent leur mouvement rectiligne vers une gouttière de recyclage et sont réintégrées dans le module d'encre afin d'être réutilisées.

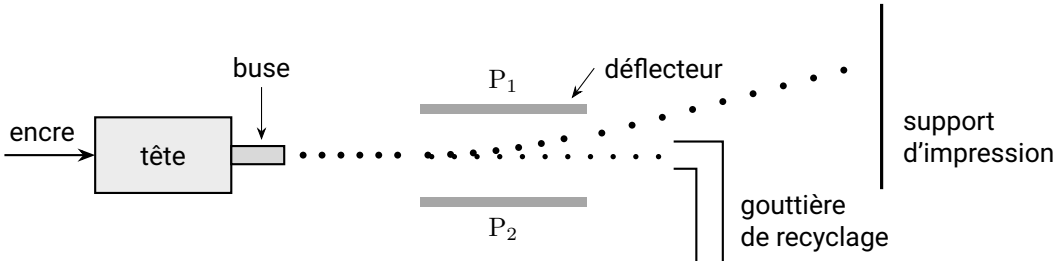


Figure 1 – Schéma de principe de l'imprimante à jet d'encre continu dévié

Données

- Les mouvements sont étudiés dans le référentiel terrestre supposé galiléen, associé au repère $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{k})$ représenté sur la figure 2 ; les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{k}$ sont unitaires.
- La charge électrique et la masse des gouttes d'encre restent constantes entre la buse et le support d'impression.
- Masse d'une goutte d'encre : $m = 1{,}0 \times 10^{-10}\,\mathrm{kg}$; charge électrique d'une goutte : $q = -1{,}5 \times 10^{-13}\,\mathrm{C}$.
- Valeur de la vitesse d'éjection des gouttes : $v_0 = 16\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.
- Longueur des plaques du déflecteur : $L = 1{,}5\,\mathrm{cm}$; distance entre la sortie du déflecteur et le support d'impression : $D = 2{,}5\,\mathrm{cm}$.
- Le champ électrique est uniforme dans le déflecteur et s'écrit $\vec{E} = -E\,\vec{k}$ avec $E = 8{,}0 \times 10^5\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$; il est nul à l'extérieur du déflecteur.
- Hauteur moyenne d'un caractère imprimé : $h = 2{,}5\,\mathrm{mm}$.
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

On étudie le mouvement d'une goutte d'encre G, supposée ponctuelle, de masse m et de charge q négative.

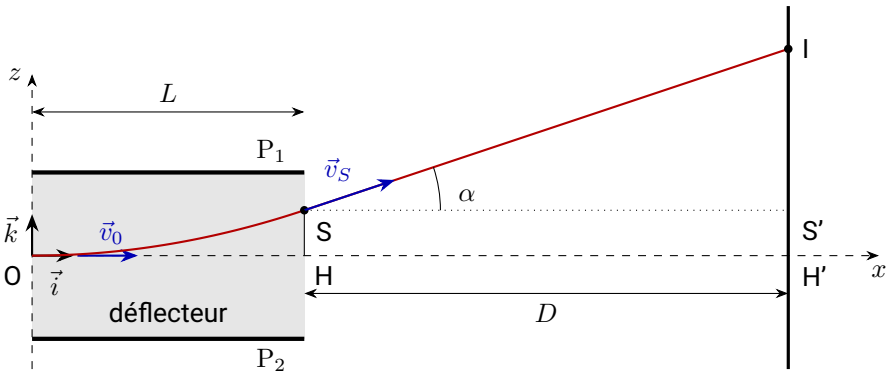


Figure 2 – Trajectoire de la goutte G (échelles non respectées)

À la date $t_0 = 0\,\text{s}$, la goutte d'encre G pénètre dans la zone de champ électrique uniforme au point O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{i}$. L'action mécanique de l'air est supposée négligeable devant les autres actions.

1) Indiquer les signes des charges portées par les plaques P_1 et P_2, sachant que la goutte chargée négativement est déviée vers le haut (sens des z croissants), puis justifier que le vecteur champ électrique $\vec{E}$ est orienté de P_1 vers P_2.

On suppose que la valeur du poids de la goutte est négligeable par rapport à celle de la force électrique subie dans le déflecteur.

2) Établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_G$ de la goutte d'encre en fonction de la masse m, de la charge q et du vecteur champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques du déflecteur.

3) Montrer que les équations horaires du mouvement de la goutte d'encre G dans le déflecteur sont :

$$x_G(t) = v_0\,t \qquad \text{et} \qquad z_G(t) = -\frac{1}{2}\,\frac{q\,E}{m}\,t^2$$

4) Exprimer la date t_S à laquelle la goutte d'encre G sort du déflecteur, puis montrer que la valeur de la déviation HS est d'environ $0{,}5\,\text{mm}$.

5) Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_S$ de la goutte d'encre G à la date t_S.

6) Montrer que l'angle α entre l'axe $(\text{O}x)$ et le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ vérifie la relation :

$$\tan\alpha = -\frac{q\,E\,L}{m\,v_0^2}$$

On suppose que le mouvement de la goutte entre le point S et le support d'impression est rectiligne uniforme.

7) En déduire la valeur de la hauteur $H'I$ du point d'impact I de la goutte sur le support d'impression. Commenter.

8) Proposer, en justifiant, plusieurs moyens permettant d'augmenter la taille du caractère imprimé sur le support d'impression.

Exercice 2 : Un nouveau sport olympique ?

5 points

Le lancer de gerbe de paille est une activité sportive issue du monde agricole, qui se pratique aujourd'hui en compétition. Le but est de lancer, à l'aide d'une fourche, une gerbe de paille, assimilable à un parallélépipède rectangle de longueur $0{,}60\,\text{m}$, de largeur $0{,}40\,\text{m}$ et d'épaisseur $0{,}40\,\text{m}$, au-dessus d'une barre horizontale placée à une hauteur bien précise.

Partie A : étude du lancer

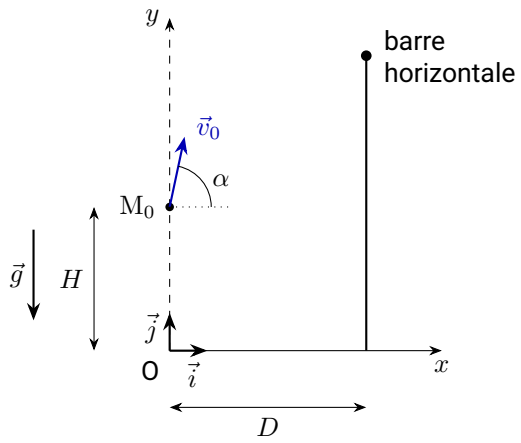


Schéma de la situation
(échelles non respectées)

- La gerbe de paille, de masse $m = 7{,}0\,\text{kg}$, est assimilée à un point matériel M confondu avec son centre de masse.
- À l'instant initial, M se trouve au point M_0 tel que $OM_0 = H = 2{,}60\,\text{m}$.
- Le lanceur se trouve à la distance $D = 1{,}5\,\text{m}$ de la base des supports de la barre horizontale.
- L'étude débute à $t = 0$ quand la gerbe quitte la fourche en M_0, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ inclinée d'un angle $\alpha = 78°$ par rapport à l'horizontale, de valeur $v_0 = 9{,}5\,\text{m·s}^{-1}$.
- La trajectoire de M est contenue dans le plan xOy.
- La barre horizontale est à une hauteur de $6{,}00\,\text{m}$ au-dessus du sol.
- L'action de l'air est négligée ; le champ de pesanteur est uniforme : $g = 9{,}8\,\text{m·s}^{-2}$.

On étudie le mouvement de M dans le référentiel terrestre, muni du repère xOy défini sur le schéma.

1) Utiliser la deuxième loi de Newton pour déterminer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération de M.

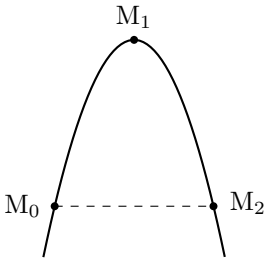
2) En déduire les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de M.

3) En déduire que l'équation de la trajectoire de M est :

$$y(x) = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha + H$$

4) À l'aide d'une analyse quantitative, indiquer si la gerbe de paille franchira, ou non, la barre horizontale.

On s'intéresse à trois positions particulières de M sur sa trajectoire parabolique : la position initiale M_0, le point M_1 au sommet de la trajectoire et le point M_2, à la même hauteur que M_0, par lequel passe M dans la phase descendante du mouvement.
L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle au niveau du sol.



5) Calculer la valeur de l'énergie cinétique et celle de l'énergie potentielle de pesanteur du système en M_0.

6) Indiquer, par un raisonnement détaillé, si chacune des trois propositions suivantes est vraie ou fausse lorsque l'on néglige l'action de l'air.

Proposition I : l'énergie mécanique est maximale en M_0.

Proposition II : l'énergie cinétique est nulle en M_1.

Proposition III : l'énergie cinétique en M_2 est inférieure à l'énergie cinétique en M_0.

En réalité, l'action de l'air ne peut pas être négligée.

7) Indiquer, par un raisonnement détaillé, si chacune des trois propositions de la question 6) reste vraie ou fausse lorsqu'on ne néglige plus l'action de l'air.

Partie B : l'enceinte de l'animateur

L'animateur de la compétition utilise un microphone relié à une enceinte acoustique par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance.

Données

- Une source sonore de puissance P est isotrope si elle émet la même quantité d'énergie dans toutes les directions. L'intensité sonore I mesurée à la distance d de la source est alors $I = \dfrac{P}{4\pi d^2}$, avec I en $\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$, P en W et d en m. L'enceinte est considérée comme une source isotrope.
- Le niveau d'intensité sonore L est lié à l'intensité sonore par $L = 10\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$, avec L en décibels (dB) et $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}\ \mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$.
- L'intensité sonore mesurée à $1{,}0\,\mathrm{m}$ devant l'enceinte vaut $I_1 = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$.
- Durées limites d'exposition journalière à ne pas dépasser pour éviter des traumatismes irréversibles (législation européenne) :

L (dB)	86	92	95	101	107
Durée limite d'exposition	2 h/jour	30 min/jour	15 min/jour	4 min/jour	1 min/jour

8) Calculer le niveau d'intensité sonore L_1 correspondant à l'intensité sonore I_1.

9) Commenter le résultat de la question 8) au regard des durées limites d'exposition journalière.

10) Montrer que la puissance sonore de l'enceinte vaut $P \approx 6{,}3 \times 10^{-2}\ \mathrm{W}$.

Les organisateurs de la manifestation sportive, qui dure $2\,\mathrm{h}$, ont fixé à $2{,}5 \times 10^{-4}\ \mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$ la valeur maximale de l'intensité sonore perçue par les spectateurs.

11) Expliquer le choix des organisateurs.

Des barrières de sécurité entourent l'enceinte à $4{,}0\,\mathrm{m}$ de celle-ci, pour éviter que les spectateurs s'en approchent trop.

12) Indiquer, par un raisonnement quantitatif, si cette distance de sécurité est suffisante pour respecter la valeur maximale choisie par les organisateurs.

Exercice 3 : Comment ressentir la force (d'un acide) ?

5 points

L'acide méthanoïque, ou acide formique, est produit par des fourmis rouges qui l'utilisent pour se défendre. Il est synthétisé dans l'industrie pour de nombreux usages : textile, agroalimentaire ou fabrication de solvants. On se propose d'étudier une méthode permettant de prédire le pH d'une solution d'acide faible, en prenant l'exemple de l'acide méthanoïque.

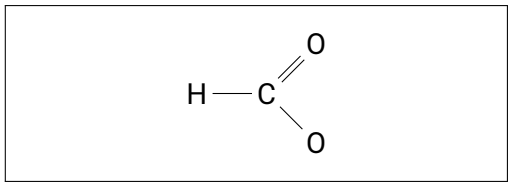
1) Donner la définition d'un acide faible.

Un technicien de laboratoire a préparé un volume V d'une solution d'acide méthanoïque de concentration c_A en soluté apporté. L'équation de la réaction entre l'acide méthanoïque et l'eau est :

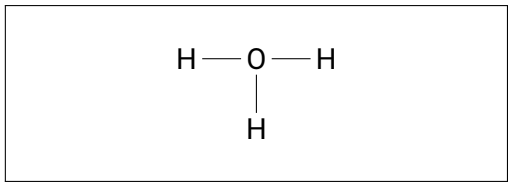
$$\mathrm{HCOOH\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons HCOO^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)}$$

2) Justifier rigoureusement que cette réaction est une réaction acide-base.

3) Compléter les schémas de Lewis de l'ion méthanoate $HCOO^-$ et de l'ion oxonium H_3O^+ ci-dessous, sans oublier d'y faire figurer la charge électrique (à compléter sur le sujet).



ion méthanoate



ion oxonium

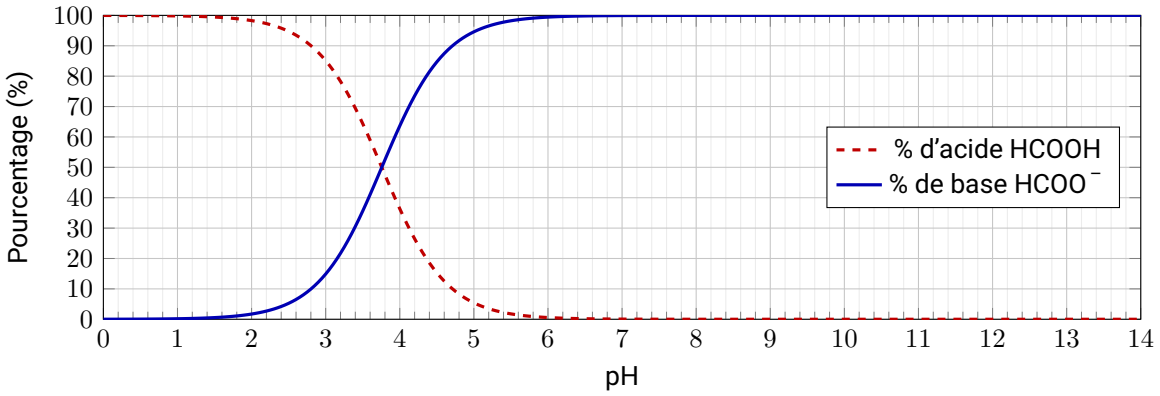


Figure 3 – Diagramme de distribution du couple acide méthanoïque / ion méthanoate

4) En exploitant la figure 3, déterminer la valeur du $\mathrm{p}K_\mathrm{A}$ du couple acide méthanoïque / ion méthanoate. La démarche doit être clairement explicitée.

5) Établir sur la copie le tableau d'avancement de la réaction, de façon littérale, en utilisant les grandeurs c_A, V, x_f et x_max (l'eau, solvant, est en excès).

6) Montrer que la constante d'acidité du couple acide méthanoïque / ion méthanoate peut s'écrire

$$K_\mathrm{A} = \frac{[\mathrm{H_3O^+}]^2}{(c_A - [\mathrm{H_3O^+}])\,c^\circ}$$

avec c° la concentration standard, l'écriture $[\mathrm{H_3O^+}]_\text{éq}$ étant allégée en $[\mathrm{H_3O^+}]$.

7) En déduire que l'on peut écrire $K_\mathrm{A} = \dfrac{\tau_\mathrm{f}^{\,2}\,c_A}{(1-\tau_\mathrm{f})\,c^\circ}$, avec τ_f le taux d'avancement final.

Le taux d'avancement final τ_f vérifie une équation du second degré de la forme $A\,\tau_f^2 + B\,\tau_f + C = 0$, avec A, B et C des constantes. Le calcul est effectué à l'aide d'un programme écrit en langage Python, dont un extrait est donné en figure 4.

```
4  # Demande des valeurs utiles
5  cA = float(input("Concentration apportee cA de l'acide (en mol/L) : "))
6  KA = float(input("Valeur de la constante d'acidite KA : "))
7  c0 = 1.0    # concentration standard en mol/L
8
9  # Equation du second degre verifiee par le taux d'avancement
10 # equation du type : A*tau**2 + B*tau + C = 0
11 A = ?       # expression de A
12 B = ?       # expression de B
13 C = ?       # expression de C
```

Figure 4 – Extrait du programme écrit en langage Python

8) Écrire sur la copie les lignes 11, 12 et 13 complétées, qui permettent au programme d'être exécuté. Détailler la démarche.

Pour une solution aqueuse d'acide méthanoïque de concentration apportée $c_A = 5{,}0 \times 10^{-2}\,\text{mol·L}^{-1}$, le programme complet affiche :

```
Concentration apportee cA de l'acide (en mol/L) : 0.050
Valeur de la constante d'acidite KA : 1.75e-4
Il y a 2 solutions possibles pour le taux d'avancement final :
tau1 = -0.061
tau2 = 0.057
```

9) Exploiter les résultats du programme pour déterminer le pH de la solution. Tout élément de démarche sera valorisé; l'utilisation pertinente des résultats des questions 5) à 7) est recommandée.

Exercice 4 : Comment brasser de l'air avec de l'alcool ?

5 points

Une pile au méthanol fait partie des piles à combustible. Elle est constituée de deux électrodes en platine, au niveau desquelles se produisent une oxydation et une réduction; le platine sert de catalyseur pour ces réactions d'oxydoréduction. Les deux électrodes sont séparées par une membrane poreuse riche en ions hydrogène H^+(aq), appelée membrane protonique. L'une des électrodes est alimentée par du dioxygène puisé dans l'air, l'autre par un combustible, ici le méthanol en solution aqueuse (figure 5).

Données

- Masse molaire du méthanol : $M = 32{,}0\,\text{g·mol}^{-1}$.
- Masse volumique du méthanol : $\rho = 0{,}792\,\text{g·mL}^{-1}$.
- Composition volumique de l'air : $21\,\%$ de dioxygène, $79\,\%$ de diazote (et gaz rares).
- Volume molaire des gaz dans les conditions de l'expérience : $V_m = 24{,}0\,\text{L·mol}^{-1}$.
- Constante de Faraday : $\mathcal{F} = 9{,}65 \times 10^4\,\text{C·mol}^{-1}$.
- Le rendement r d'une pile relie sa capacité électrique réelle Q'_{max} à sa capacité électrique théorique Q_{max} : $Q'_{max} = r \times Q_{max}$.

- Dans une association de piles identiques en série, chaque pile est traversée par la même charge électrique ; l'association fonctionne aussi longtemps qu'une seule pile.
- L'anode est l'électrode où a lieu l'oxydation ; la cathode est l'électrode où a lieu la réduction.

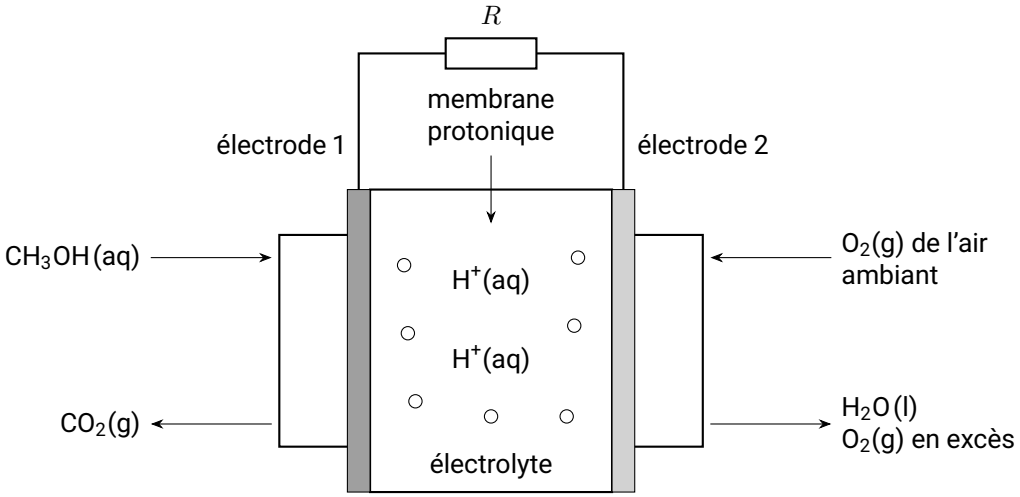


Figure 5 – La pile au méthanol en fonctionnement

Partie A : étude du fonctionnement de la pile au méthanol

1) « Le platine sert de catalyseur pour les réactions d'oxydoréduction. » Donner la définition d'un catalyseur.

2) Indiquer la propriété des catalyseurs qui permet d'expliquer la grande durée de vie de ce type de pile.

Les demi-équations des réactions aux électrodes de la pile sont :

- électrode 1 : $CH_3OH\,(aq) + H_2O\,(l) \longrightarrow CO_2(g) + 6\,e^- + 6\,H^+(aq)$;
- électrode 2 : $O_2(g) + 4\,e^- + 4\,H^+(aq) \longrightarrow 2\,H_2O\,(l)$.

3) En expliquant le raisonnement, identifier l'électrode qui constitue l'anode et celle qui constitue la cathode.

4) En expliquant le raisonnement, identifier les pôles de la pile.

5) Expliquer le rôle de la membrane protonique, qui joue le même rôle qu'un pont salin.

6) Écrire l'équation de la réaction modélisant le fonctionnement de la pile.

La pile est alimentée avec un volume $V = 8{,}0\,\text{mL}$ d'une solution aqueuse de méthanol à $15\,\%$ en volume, et avec de l'air ambiant. Le compartiment qui contient l'air est constamment en contact avec l'air ambiant.

7) Montrer que la quantité de matière de méthanol introduite dans la pile vaut $n(CH_3OH)_i \approx 3{,}0 \times 10^{-2}\,\text{mol}$.

8) Justifier que le dioxygène est le réactif en excès.

9) Déterminer le volume d'air $V(\text{air})$ consommé lors du fonctionnement de la pile jusqu'à son usure.

Partie B : alimentation d'un petit ventilateur

Au laboratoire du lycée, des élèves veulent faire fonctionner un petit ventilateur avec la pile au méthanol étudiée dans la partie A. Pour obtenir une tension suffisante, ils doivent associer deux de ces piles en série (figure 6). L'intensité du courant qui circule dans le circuit lorsque le ventilateur fonctionne vaut $I = 0{,}50\,\text{A}$. Chacune des piles a un rendement de $60\,\%$.

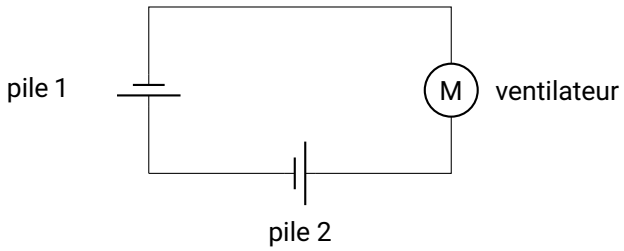


Figure 6 – Circuit d'alimentation du ventilateur

10) Montrer que la capacité électrique théorique d'une pile au méthanol étudiée dans la partie A vaut $Q_{\text{max}} \approx 1{,}7 \times 10^4\,\text{C}$.

11) Les élèves souhaitent faire fonctionner le ventilateur pendant toute une après-midi de portes ouvertes, soit $4\,\text{h}$. Expliquer, en argumentant, s'ils y parviendront.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.