Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Swing de golf

9,5 points

Un golfeur professionnel peut envoyer sa balle à environ $240\,\text{m}$: c'est la portée du coup, mesurée horizontalement entre le point où le club frappe la balle et le point où elle retombe sur le sol. On confronte ici cette valeur à celle que prévoit un modèle de mouvement parabolique, puis on cherche l'origine de l'écart en tenant compte des conditions réelles du vol.

Partie A : vitesse de la balle au départ

Une caméra rapide, réglée sur $2\,000$ images par seconde, a filmé le départ de la balle. La figure 1 reconstitue les 9 premières positions enregistrées ; la position 1 est la position initiale de la balle, au moment de l'impact.

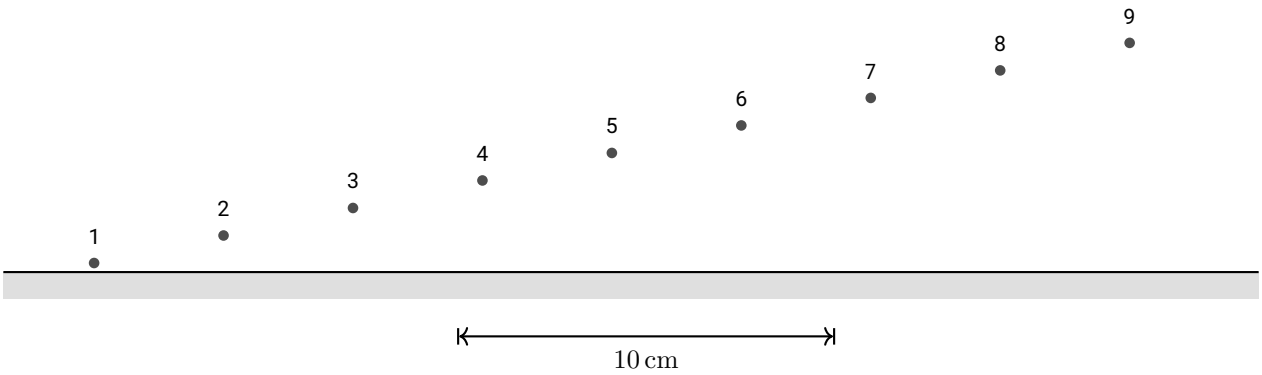


Figure 1 – Chronophotographie du départ de la balle (positions numérotées dans l'ordre d'enregistrement)

1) À partir des données, déterminer la durée Δt qui sépare deux images consécutives.

2) Quelle est la nature du mouvement de la balle sur la portion de vol de la figure 1 ? Justifier.

3) À l'aide de l'échelle de la figure 1, déterminer, avec la meilleure précision possible, la valeur V_0 de la vitesse initiale de la balle.

Partie B : modèle du point matériel sans air

On assimile la balle à un point matériel M de masse $m = 45\,\text{g}$, en mouvement dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$, supposé uniforme. Dans ce modèle, on ne tient pas compte de l'action de l'air.
Le mouvement est étudié dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ ci-contre, lié au sol. À la date $t = 0\,\text{s}$, la balle est en O et sa vitesse $\vec{V_0}$ fait l'angle θ avec l'horizontale.

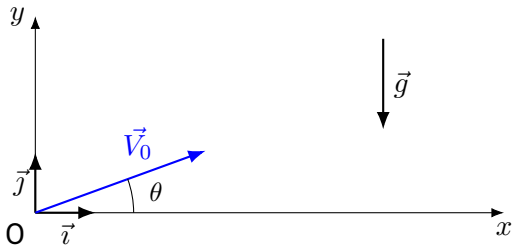


Figure 2 – Repère d'étude

4) En citant la loi utilisée, montrer que les coordonnées du vecteur accélération sont $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

5) Établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement.

6) Montrer que la portée $x_{\max}$ du coup s'écrit : $x_{\max} = \dfrac{2\,V_0^2\cos(\theta)\sin(\theta)}{g}$.

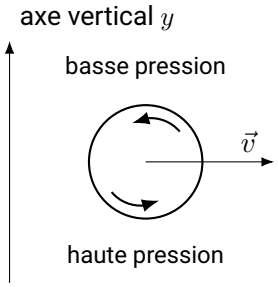
7) Calculer $x_{\max}$ dans les conditions suivantes : $\theta = 12{,}0°$, $V_0 = 70{,}0\,\text{m·s}^{-1}$ et $g = 9{,}81\,\text{m·s}^{-2}$.

8) Pour des conditions initiales identiques, comparer la portée calculée à la portée réelle donnée en introduction. Pourquoi la portée réelle, obtenue dans l'air, peut-elle étonner ?

Partie C : le rôle de l'air dans le vol de la balle

On tient compte maintenant de la taille de la balle. Au moment de l'impact, à la date $t = 0$, le club lance la balle à une dizaine de degrés au-dessus de l'horizontale ; il la met aussi en rotation sur elle-même, vers l'arrière (« backspin »), à une fréquence qui peut atteindre $3\,000$ tours par minute (50 tours par seconde).

Document : l'effet Magnus



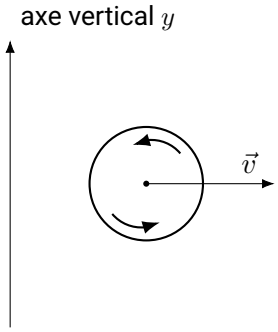
Une balle qui tourne sur elle-même en avançant dans l'air subit l'effet Magnus. Avec la rotation arrière donnée par le club, le sens de rotation est celui du schéma ci-contre. Au-dessus de la balle, la surface en rotation entraîne l'air, qui s'écoule plus vite : la pression y baisse. Au-dessous, l'air est ralenti et la pression monte.

Cette différence de pression produit une force supplémentaire $\vec{F}$, verticale et dirigée vers le haut, que l'on suppose constante pendant tout le vol et appliquée au centre de la balle. Les autres actions de l'air sont négligées dans ce modèle.

9) Représenter, sur le schéma ci-contre (à compléter sur le sujet), les forces qui modélisent les actions mécaniques exercées sur la balle.

10) Exprimer alors la coordonnée verticale a_y de l'accélération à l'aide de m, g et F.

11) Estimer la valeur de la force $\vec{F}$ qui permet de retrouver la portée réellement observée.



Exercice 2 : Du nectar au miel

6 points

Pour fabriquer le miel, l'abeille butineuse aspire le nectar des fleurs avec sa trompe et le stocke dans son jabot, où il commence à se transformer : il perd de l'eau et reçoit la salive de l'abeille, riche en invertase. À la ruche, le contenu du jabot passe aux ouvrières, qui poursuivent la transformation.

Au cours de celle-ci, le saccharose du nectar réagit avec l'eau et donne du glucose et du fructose, les deux principaux sucres du miel : c'est l'hydrolyse du saccharose, transformation totale d'équation

$$\underset{\text{saccharose (S)}}{C_{12}H_{22}O_{11\,(aq)}} + H_2O_{(l)} \longrightarrow \underset{\text{glucose}}{C_6H_{12}O_{6\,(aq)}} + \underset{\text{fructose}}{C_6H_{12}O_{6\,(aq)}}$$

On cherche l'ordre de cette réaction. À température constante et à pH constant égal à 5, on dissout du saccharose dans l'eau, sans invertase, et on suit la concentration $[\mathrm{S}]$ du saccharose au cours du temps (figure 3, à compléter sur le sujet : les tracés utiles y sont attendus).

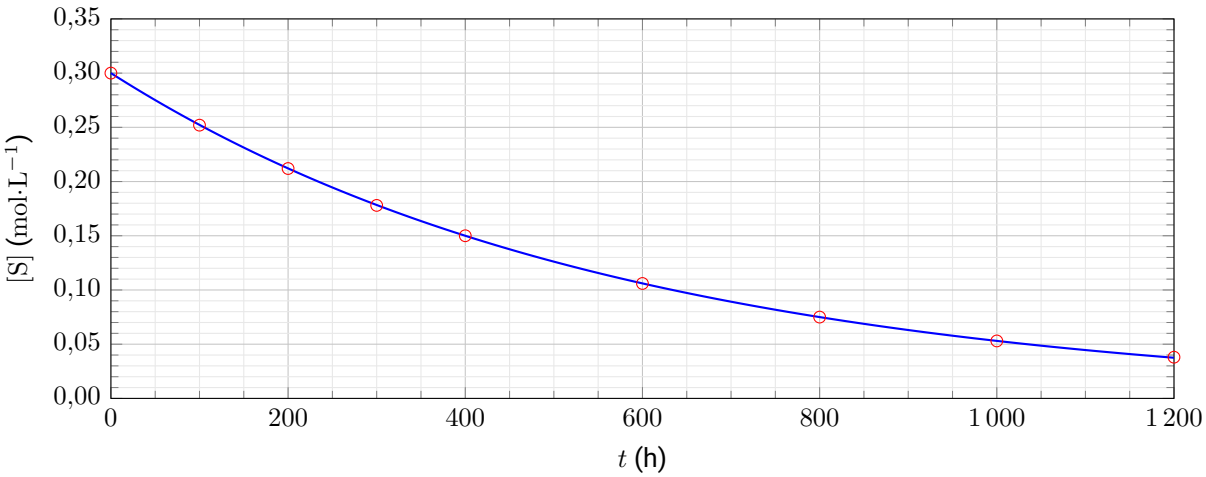


Figure 3 – Concentration du saccharose au cours du temps

1) Justifier que la transformation peut être qualifiée de lente dans les conditions de l'expérience.

2) Expliquer pourquoi l'expérience est réalisée à température constante.

3) Sachant que l'invertase est une enzyme, expliquer pourquoi l'expérience est réalisée sans invertase.

4) À l'aide de la figure 3, déterminer la concentration initiale $[\mathrm{S}]_0$ du saccharose.

5) Définir le temps de demi-réaction $t_{1/2}$, puis déterminer sa valeur pour cette hydrolyse.

6)
- **a.** Donner l'expression de la vitesse volumique de disparition $v_{\mathrm{disp}}(\mathrm{S})$ du saccharose en fonction de sa concentration $[\mathrm{S}]$.
- **b.** Déterminer graphiquement la valeur de $v_{\mathrm{disp}}(\mathrm{S})$ à la date $t = 100\,\mathrm{h}$, avec son unité, en expliquant la démarche.
- **c.** Indiquer, en justifiant qualitativement, comment évolue la vitesse de disparition du saccharose au cours du temps. Proposer une explication à cette évolution.

7) On suppose que l'hydrolyse du saccharose suit une loi de vitesse d'ordre 1 par rapport au saccharose. À partir de la définition de $v_{\mathrm{disp}}(\mathrm{S})$, établir la relation : $\dfrac{\mathrm{d}[\mathrm{S}]}{\mathrm{d}t} = -k \times [\mathrm{S}]$.

Cette équation différentielle admet des solutions de la forme $[\mathrm{S}](t) = B \times \mathrm{e}^{-kt}$.

8) Donner la signification de la constante B.

Exercice 3 : Cascade à moto à Las Vegas

4,5 points

Pour le passage de 2008 à 2009, un cascadeur australien s'est élancé d'un tremplin pour sauter à moto jusqu'au toit de la réplique de l'Arc de Triomphe de Las Vegas, haute de $29{,}3\,\mathrm{m}$. Il s'est ensuite laissé tomber depuis le toit pour se réceptionner sur une seconde rampe. On étudie de façon simplifiée deux phases de cette cascade.

Partie A : phase d'accélération

Le motard part à l'arrêt et accélère sur une piste rectiligne horizontale jusqu'au pied de la rampe de montée, qu'il aborde à la vitesse de $94\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$, soit $26\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. L'origine des dates et des positions est prise au départ ; l'équation horaire de son mouvement sur l'axe horizontal est :

$$x(t) = 2{,}35 \times t^2 \qquad (x \text{ en mètres, } t \text{ en secondes}).$$

1) **a.** Établir l'expression de $v_x(t)$ en précisant son unité.
b. Montrer que ce mouvement est rectiligne uniformément accéléré.
c. Déterminer la durée de la phase d'accélération.
d. Déterminer la distance parcourue pendant la phase d'accélération.

Partie B : phase de chute

Le motard quitte le toit de l'Arc de Triomphe avec une vitesse initiale négligeable et se réceptionne sur une rampe située $18{,}3\,\mathrm{m}$ plus bas. On néglige toute action de l'air. Donnée : $g = 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

2) Par une méthode énergétique, déterminer la valeur de la vitesse du motard, en $\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$, lorsqu'il atteint la rampe.