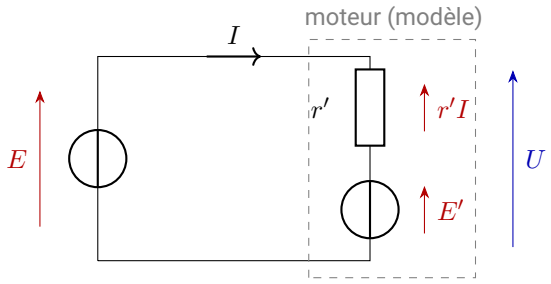
Exercice 1 : Rendement d'un petit moteur électrique

6,5 points

1) Le générateur et le moteur forment un circuit à une seule maille. Le moteur réel est remplacé par son modèle : un moteur idéal de tension E' en série avec le conducteur ohmique de résistance r'. Le générateur est en convention générateur (flèche de E dans le sens du courant), le moteur en convention récepteur (flèches de U, E' et $r'I$ opposées au courant). On accepte aussi le moteur idéal représenté par son symbole (la lettre M dans un cercle), en série avec r'.



2) Le générateur est idéal : la tension à ses bornes, qui est aussi la tension aux bornes du moteur, vaut $U = E$. D'après l'équation de la caractéristique du moteur :

$$E = E' + r'\,I \quad \text{donc} \quad I = \frac{E - E'}{r'} = \frac{6{,}0\,\text{V} - 4{,}8\,\text{V}}{6{,}0\,\Omega} = \boxed{0{,}20\,\text{A}}$$

3) La puissance électrique reçue par un dipôle est le produit de la tension à ses bornes par l'intensité qui le traverse :

$$\mathcal{P}_{\text{reçue}} = U \times I = E \times I = 6{,}0\,\text{V} \times 0{,}20\,\text{A} = \boxed{1{,}2\,\text{W}}$$

4) On multiplie l'équation de la caractéristique par I :

$$\mathcal{P}_{\text{reçue}} = U\,I = (E' + r'\,I)\,I = \underbrace{E'\,I}_{\mathcal{P}_{\text{utile}}} + \underbrace{r'\,I^2}_{\mathcal{P}_{\text{dissipée}}}$$

- $\mathcal{P}_{\text{utile}} = E'\,I$: puissance convertie par le moteur idéal en puissance mécanique (rotation de l'axe) ;
- $\mathcal{P}_{\text{dissipée}} = r'\,I^2$: puissance dissipée par effet Joule dans la résistance r', transférée à l'extérieur sous forme thermique.

Applications numériques : $\mathcal{P}_{\text{utile}} = 4{,}8\,\text{V} \times 0{,}20\,\text{A} = \boxed{0{,}96\,\text{W}}$ et $\mathcal{P}_{\text{dissipée}} = 6{,}0\,\Omega \times (0{,}20\,\text{A})^2 = \boxed{0{,}24\,\text{W}}$. On vérifie que $0{,}96\,\text{W} + 0{,}24\,\text{W} = 1{,}20\,\text{W} = \mathcal{P}_{\text{reçue}}$.

5) Le rendement d'un convertisseur est le rapport de la puissance utile à la puissance reçue :

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_{\text{utile}}}{\mathcal{P}_{\text{reçue}}} = \frac{0{,}96\,\text{W}}{1{,}2\,\text{W}} = \boxed{0{,}80 = 80\,\%}$$

(on peut aussi écrire $\eta = \dfrac{E'\,I}{E\,I} = \dfrac{E'}{E}$). Les 20 % restants sont perdus par effet Joule.

Exercice 2 : Pertes en ligne

5 points

1) On convertit dans les unités de la relation : $L = 1{,}0\,\text{km} = 1{,}0 \times 10^3\,\text{m}$ et $s = 16\,\text{mm}^2 = 16 \times (10^{-3}\,\text{m})^2 = 1{,}6 \times 10^{-5}\,\text{m}^2$.

$$R = \rho_{\text{cuivre}} \times \frac{L}{s} = 1{,}7 \times 10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m} \times \frac{1{,}0 \times 10^3\,\text{m}}{1{,}6 \times 10^{-5}\,\text{m}^2} \approx \boxed{1{,}1\,\Omega}$$

(valeur non arrondie, gardée pour la suite : $R = 1{,}062\,5\,\Omega$).

2) La puissance électrique consommée par l'appareil vaut $\mathcal{P} = U \times I$, donc :

$$I = \frac{\mathcal{P}}{U} = \frac{4{,}0 \times 10^3\,\text{W}}{230\,\text{V}} \approx \boxed{17\,\text{A}}$$

(valeur non arrondie : $17{,}39\,\text{A}$).

3) Le fil de cuivre est traversé par le même courant que l'appareil. Il se comporte comme un conducteur ohmique ; la puissance dissipée par effet Joule y vaut :

$$\mathcal{P}_\text{J} = R\,I^2 = 1{,}062\,5\,\Omega \times (17{,}39\,\text{A})^2 \approx \boxed{3{,}2 \times 10^2\,\text{W}}$$

Cela représente environ 8 % de la puissance consommée par l'appareil, perdus sur un seul kilomètre de fil.

4) Avec $U' = 1{,}5\,\text{kV} = 1{,}5 \times 10^3\,\text{V}$ et la même puissance consommée :

$$I' = \frac{\mathcal{P}}{U'} = \frac{4{,}0 \times 10^3\,\text{W}}{1{,}5 \times 10^3\,\text{V}} \approx \boxed{2{,}7\,\text{A}} \qquad \mathcal{P}'_\text{J} = R\,I'^2 = 1{,}062\,5\,\Omega \times (2{,}667\,\text{A})^2 \approx \boxed{7{,}6\,\text{W}}$$

Les pertes ne représentent plus que 0,2 % environ de la puissance consommée.

5) En combinant les deux relations, pour une puissance transportée $\mathcal{P}$ donnée :

$$\mathcal{P}_\text{J} = R\,I^2 = R \times \frac{\mathcal{P}^2}{U^2}$$

Les pertes par effet Joule sont inversement proportionnelles au carré de la tension. En passant de $230\,\text{V}$ à $1{,}5\,\text{kV}$, la tension est multipliée par $6{,}5$ environ et les pertes sont divisées par $6{,}5^2 \approx 42$ (de $321\,\text{W}$ à $7{,}6\,\text{W}$).

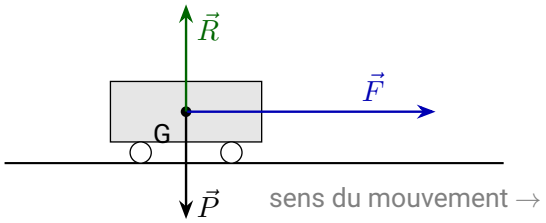
Pour les lignes de moyenne distance, on élève donc la tension à environ $70\,\text{kV}$: l'intensité, et avec elle les pertes, deviennent très faibles. Sur les longues distances, la résistance de la ligne est plus grande (elle est proportionnelle à la longueur L) : pour garder des pertes acceptables, il faut une tension encore plus élevée, d'où la très haute tension (environ $400\,\text{kV}$).

Exercice 3 : Le chariot de la fête foraine

8,5 points

1) **a.** Système : le chariot ; référentiel terrestre, supposé galiléen. Entre O et A, le chariot est soumis à :

- l'attraction de la Terre, ou poids $\vec{P}$: force verticale orientée vers le sol, $P = m\,g$;
- l'action $\vec{R}$ de la piste : normale à la piste puisqu'on néglige les frottements, ici verticale et orientée vers le haut ;
- la poussée $\vec{F}$ du joueur : force horizontale orientée de O vers A, $F = 200\,\text{N}$.



(Schéma sans souci d'échelle : $P = m\,g \approx 39\,\text{N}$ et $F = 200\,\text{N}$.)

b. Le travail d'une force constante $\vec{F}$ sur un déplacement rectiligne $\overrightarrow{\text{OA}}$ vaut $W_{\text{OA}}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\text{OA}} = F \times \text{OA} \times \cos\alpha$, où α est l'angle entre la force et le déplacement.

- $\vec{F}$ est parallèle au déplacement et de même sens ($\alpha = 0$) : $W_{\text{OA}}(\vec{F}) = F \times \ell = 200\,\text{N} \times 0{,}80\,\text{m} = \boxed{160\,\text{J}}$: travail **moteur**.
- $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont perpendiculaires au déplacement horizontal ($\alpha = 90°$, donc $\cos\alpha = 0$) :

$$\boxed{W_{\text{OA}}(\vec{P}) = 0} \quad \text{et} \quad \boxed{W_{\text{OA}}(\vec{R}) = 0}$$

travaux **nuls**.

c. **Théorème de l'énergie cinétique** : dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système entre deux positions est égale à la somme des travaux des forces qui s'exercent sur lui entre ces deux positions.

Entre O et A, avec $E_c(\text{O}) = 0$ (chariot initialement à l'arrêt) :

$$E_c(\text{A}) - E_c(\text{O}) = W_{\text{OA}}(\vec{F}) + W_{\text{OA}}(\vec{P}) + W_{\text{OA}}(\vec{R})$$

$$E_c(\text{A}) = 160\,\text{J} + 0 + 0 = \boxed{160\,\text{J}}$$

2) **a.** Après le point A, le joueur ne pousse plus le chariot. Il ne subit plus que son poids $\vec{P}$ et l'action $\vec{R}$ de la piste, normale à celle-ci faute de frottement.

b. À chaque instant, $\vec{R}$ est perpendiculaire à la piste, donc au déplacement : son travail est nul. Le poids, lui, travaille : son travail ne dépend que des altitudes de départ et d'arrivée, $W_{\text{AB}}(\vec{P}) = -m\,g\,(z_{\text{B}} - z_{\text{A}})$. Le chariot monte ($z_{\text{B}} > z_{\text{A}}$), donc ce travail est négatif : il est **résistant**. Seul le poids travaille sur le trajet AB.

c. La piste OA est horizontale : en A, le centre d'inertie G est à la même altitude que sur la zone de poussée, donc la dénivellation entre A et B vaut h. Théorème de l'énergie cinétique

entre A et B :

$$E_c(\mathrm{B}) - E_c(\mathrm{A}) = W_{\mathrm{AB}}(\vec{P}) + W_{\mathrm{AB}}(\vec{R}) = -m\,g\,h + 0$$

$$E_c(\mathrm{B}) = E_c(\mathrm{A}) - m\,g\,h = 160\,\mathrm{J} - 4{,}00\,\mathrm{kg} \times 9{,}81\,\mathrm{N{\cdot}kg^{-1}} \times 2{,}50\,\mathrm{m}$$

$$E_c(\mathrm{B}) = 160\,\mathrm{J} - 98{,}1\,\mathrm{J} \approx \boxed{62\,\mathrm{J}}$$

(on garde la valeur non arrondie $61{,}9\,\mathrm{J}$ pour la question 3). L'énergie cinétique en B est positive : le chariot arrive en B avec une vitesse non nulle. **Le chariot atteint la cible.**

Autre méthode : sans cible, le chariot s'arrêterait à la hauteur

$$h_{\max} = \frac{E_c(\mathrm{A})}{m\,g} = \frac{160\,\mathrm{J}}{4{,}00\,\mathrm{kg} \times 9{,}81\,\mathrm{N{\cdot}kg^{-1}}} \approx 4{,}1\,\mathrm{m}$$

supérieure à $h = 2{,}50\,\mathrm{m}$.

3) À l'impact, $E_c(\mathrm{B}) = \frac{1}{2}\,m\,v_{\mathrm{B}}^2$, donc :

$$v_{\mathrm{B}} = \sqrt{\frac{2\,E_c(\mathrm{B})}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 61{,}9\,\mathrm{J}}{4{,}00\,\mathrm{kg}}} \approx \boxed{5{,}6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$$

Cette vitesse est supérieure à $5{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$: l'attraction affichera « **TRÈS FORT** ».