Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Le télescope spatial Hubble

10 points

Document – Le télescope spatial Hubble

Baptisé du nom de l'astronome américain Edwin Hubble (1889-1953), le télescope spatial Hubble a été placé en orbite par la navette Discovery en avril 1990. Il décrit autour de la Terre une orbite circulaire basse, inclinée de $28{,}5°$ sur l'équateur. Freiné par les dernières traces d'atmosphère, il a lentement perdu de l'altitude : il évolue aujourd'hui à environ $540\,\text{km}$ au-dessus du sol et boucle un tour de son orbite, longue d'environ $43\,400\,\text{km}$, en $95\,\text{min}$ environ.
Placé au-dessus de l'atmosphère, qui absorbe une grande partie de l'infrarouge et de l'ultraviolet, Hubble observe aussi dans ces domaines. Ses images ont notamment conforté l'existence des trous noirs et l'expansion de l'Univers, mise en évidence par Edwin Hubble en 1929.

Notations : rayon de la Terre R_T ; masse de la Terre M ; constante de gravitation universelle G ; masse du satellite m ; altitude du satellite h. On étudie le mouvement dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen. Le satellite, supposé ponctuel, est noté H.

Partie 1 : Étude du mouvement de Hubble (8 points)

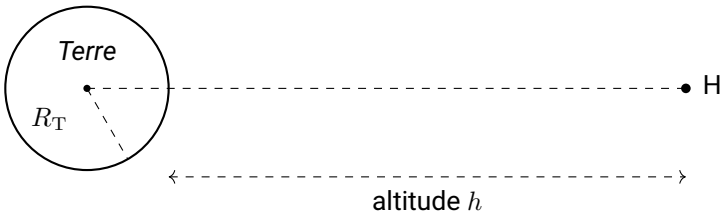


Figure 1 (à compléter sur le sujet)

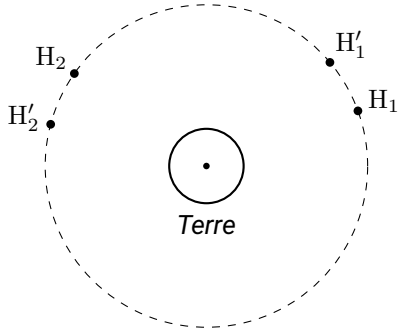


Figure 2 (à compléter sur le sujet)

1) Représenter sans souci d'échelle, sur la figure 1, la force d'interaction gravitationnelle $\vec{F}_{\text{T/H}}$ exercée par la Terre sur le satellite.

2) Représenter sans souci d'échelle, sur la figure 1, le champ de gravitation créé par la Terre en un point quelconque situé entre la Terre et Hubble. Donner l'expression littérale de la valeur de ce champ à l'altitude h de Hubble.

On suppose que le satellite met la même durée pour aller de H_1 à H'_1 que pour aller de H_2 à H'_2 (figure 2).

3) Énoncer la deuxième loi de Kepler, puis compléter la figure 2 pour illustrer cette loi.

4) En déduire que le mouvement du satellite est circulaire uniforme.

5) En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ du satellite dans le repère de Frenet. Représenter ce repère sur la figure 1.

6) Représenter le vecteur accélération du satellite sur la figure 1.

7) Montrer que la valeur de la vitesse du satellite s'écrit $v = \sqrt{\dfrac{G\,M}{R_\text{T} + h}}$.

8) Représenter sans souci d'échelle, sur la figure 1, le vecteur vitesse $\vec{v}$ du satellite et donner son expression dans le repère de Frenet.

9) Avec les valeurs de G, M, R_{T} et h, on trouve $v \approx 7{,}6 \times 10^{3}\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Montrer que cette valeur est compatible avec les informations du document.

10) Établir l'expression de la période de révolution T de Hubble en fonction de R_{T}, h et v.

11) À l'aide des questions précédentes, montrer que le mouvement de Hubble vérifie la troisième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{(R_{\mathrm{T}}+h)^3} = \frac{4\,\pi^2}{G\,M} = \text{constante.}$$

Partie 2 : Peser la Terre grâce à Kepler (2 points)

On considère deux autres satellites de la Terre : la Station spatiale internationale (ISS), satellite artificiel, et la Lune, satellite naturel. L'ISS décrit une orbite circulaire à $420\,\mathrm{km}$ au-dessus de la surface de la Terre. La Lune décrit une orbite elliptique dont les caractéristiques (distances au centre de la Terre) sont données ci-dessous.

Orbite de la Lune	
Demi-grand axe a	$384\,400\,\mathrm{km}$
Apogée (distance maximale)	$405\,500\,\mathrm{km}$
Périgée (distance minimale)	$363\,300\,\mathrm{km}$

Données

- Rayon de la Terre : $R_{\mathrm{T}} = 6\,371\,\mathrm{km}$; altitude de Hubble : $h = 540\,\mathrm{km}$.
- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$.
- Périodes de révolution : Hubble $95{,}3\,\mathrm{min}$; ISS $92{,}8\,\mathrm{min}$; Lune $27{,}3$ jours.

1) Montrer que la troisième loi de Kepler est vérifiée par Hubble, l'ISS et la Lune.

2) En déduire la masse M de la Terre.

Exercice 2 : Acide fort ou acide faible ?

10 points

Si une valeur numérique nécessaire à la suite n'a pas pu être déterminée, proposer une valeur cohérente et poursuivre en montrant la démarche.

Un technicien de laboratoire doit préparer deux solutions aqueuses, chacune de volume $V = 500\,\mathrm{mL}$:

- une solution S_1 d'acide nitrique HNO_3, de concentration en soluté apporté $c = 10\,\mathrm{mmol{\cdot}L^{-1}}$; l'acide nitrique est un acide fort ;
- une solution S_2 d'acide éthanoïque CH_3COOH, de même concentration en soluté apporté c.

Données

- Constante d'acidité du couple acide éthanoïque / ion éthanoate : $K_{\mathrm{A}} = 1{,}6 \times 10^{-5}$.
- Concentration standard : $c^{\circ} = 1\,\mathrm{mol{\cdot}L^{-1}}$.

Étude de la solution S_1

1) Écrire l'équation de la réaction qui modélise la transformation entre l'acide nitrique et l'eau.
2) Sachant que l'acide nitrique est un acide fort, prévoir la composition de la solution S_1 à l'état final.
3) En déduire, en justifiant, le taux d'avancement final de cette réaction.
4) Déterminer le pH de la solution S_1.

Étude de la solution S_2

5) Écrire l'équation de la réaction qui modélise la transformation entre l'acide éthanoïque et l'eau.
6) Établir le tableau d'avancement de la transformation qui a lieu lors de la préparation de S_2. On note n_0 la quantité de matière d'acide éthanoïque apportée.
7) Exprimer, en fonction de l'avancement final x_f, les concentrations des espèces du couple et des ions oxonium dans S_2 à l'état final.
8) Montrer que la constante d'acidité du couple acide éthanoïque / ion éthanoate s'écrit

$$K_{\mathrm{A}} = \frac{x_f^2}{c^\circ\, V\,(n_0 - x_f)}.$$

9) Déterminer les concentrations des espèces présentes dans la solution S_2 à l'état final.
10) Calculer le taux d'avancement final de la réaction entre l'acide éthanoïque et l'eau. Conclure.
11) Déterminer le pH de la solution S_2.
12) Exprimer puis calculer le $\mathrm{p}K_{\mathrm{A}}$ du couple acide éthanoïque / ion éthanoate.
13) Identifier, en justifiant, l'espèce du couple acide éthanoïque / ion éthanoate qui prédomine dans la solution S_2.
14) Le $\mathrm{p}K_{\mathrm{A}}$ du couple acide ascorbique / ion ascorbate vaut $4{,}1$. L'acide ascorbique est-il un acide plus fort que l'acide éthanoïque ? Justifier.