Exercice 1 : Étude d'un looping

10 points

1) Le système étudié est le **train du manège**, modélisé par son centre T.

2) Un système est immobile dans tout référentiel qui se déplace avec lui : le train serait donc immobile dans le **référentiel lié au train** (celui d'un passager assis dans le wagon, par exemple).

Pour décrire le looping, on choisit plutôt le **référentiel terrestre** (lié au sol ou à la structure du manège) : dans ce référentiel, la trajectoire de T est le cercle de la boucle.

3) Entre les positions 1 et 8, les points sont sur un arc de cercle et l'écart entre deux positions successives diminue alors que la durée entre elles reste la même : le mouvement est **circulaire ralenti**.

4) *Échelle* : le diamètre de 16 m mesure $8{,}0\,\text{cm}$ sur la chronophotographie, donc $1{,}0\,\text{cm}$ sur le document représente $\dfrac{16\,\text{m}}{8{,}0} = 2{,}0\,\text{m}$ en réalité.

La vitesse au point 2 est assimilée à la vitesse moyenne entre les positions 1 et 3, qui encadrent le point 2 et sont séparées par la durée $2\Delta t$:

$$v_2 \approx \frac{\text{M}_1\text{M}_3}{2\Delta t}$$

On mesure $\text{M}_1\text{M}_3 \approx 3{,}9\,\text{cm}$ sur le document, soit $\text{M}_1\text{M}_3 \approx 3{,}9 \times 2{,}0\,\text{m} = 7{,}8\,\text{m}$ en réalité, d'où :

$$v_2 \approx \frac{7{,}8\,\text{m}}{2 \times 0{,}20\,\text{s}} = 19{,}5\,\text{m·s}^{-1} \approx \boxed{20\,\text{m·s}^{-1}}$$

Tolérance : une mesure de M_1M_3 comprise entre $3{,}8\,\text{cm}$ et $4{,}0\,\text{cm}$ donne une vitesse de 19 à $20\,\text{m·s}^{-1}$: c'est accepté.

Autre méthode acceptée (programme de Seconde) : $v_2 \approx \dfrac{\text{M}_2\text{M}_3}{\Delta t}$, avec $\text{M}_2\text{M}_3 \approx 1{,}9\,\text{cm}$, soit $3{,}9\,\text{m}$, d'où $v_2 \approx 19\,\text{m·s}^{-1}$; le vecteur est alors tracé parallèlement à (M_2M_3), avec la même longueur d'environ $2{,}0\,\text{cm}$.

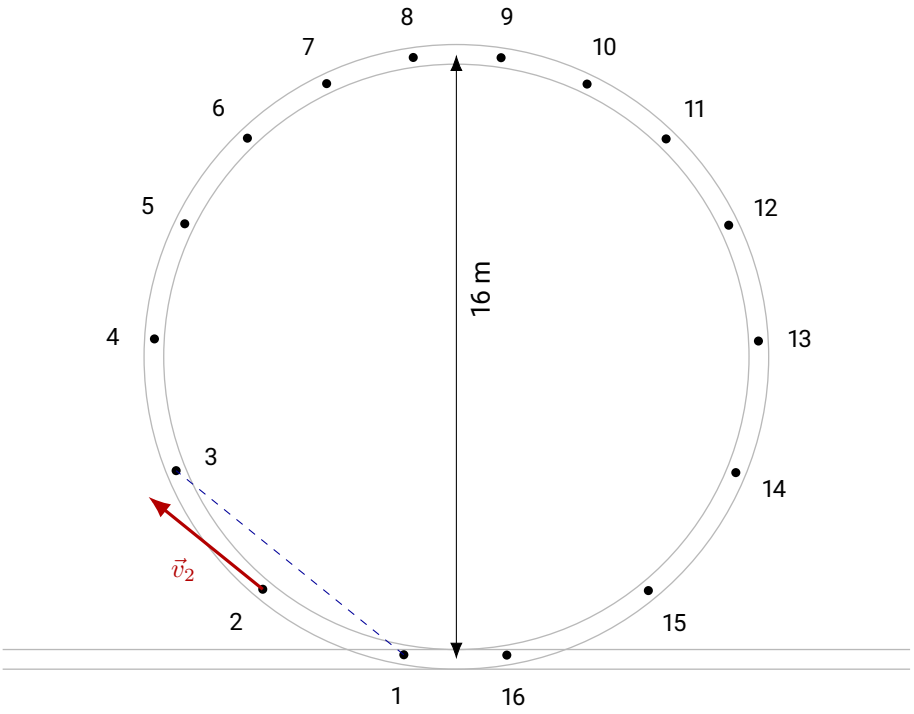
5) Caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}_2$:

- origine : le point 2 ;
- direction : la tangente à la trajectoire au point 2 (parallèle à la droite qui joint les positions 1 et 3) ;
- sens : celui du mouvement, de la position 1 vers la position 3 ;
- valeur : $v_2 \approx 20\,\text{m·s}^{-1}$.

6) Avec l'échelle $1{,}0\,\text{cm}$ pour $10\,\text{m·s}^{-1}$, la flèche mesure :

$$\ell = \frac{19{,}5\,\text{m·s}^{-1}}{10\,\text{m·s}^{-1}} \times 1{,}0\,\text{cm} \approx \boxed{2{,}0\,\text{cm}}$$

On la trace à partir du point 2, parallèlement au segment qui joint les positions 1 et 3 (en pointillés ci-dessous).



7) Entre les positions 1 et 16, le train fait presque un tour complet de la boucle. Il parcourt donc environ le périmètre du cercle de rayon $R = \dfrac{16\,\text{m}}{2} = 8{,}0\,\text{m}$:

$$d \approx 2\pi R = 2\pi \times 8{,}0\,\text{m} \approx 50{,}3\,\text{m}$$

Il y a 15 intervalles entre les positions 1 et 16, d'où la durée $\Delta t' = 15 \times 0{,}20\,\text{s} = 3{,}0\,\text{s}$. (Attention au décompte : 16 positions ne font que 15 intervalles ; « $16 \times 0{,}20\,\text{s}$ » est une erreur.) La vitesse moyenne vaut :

$$v_{\text{moy}} = \frac{d}{\Delta t'} \approx \frac{50{,}3\,\text{m}}{3{,}0\,\text{s}} \approx \boxed{17\,\text{m·s}^{-1}}$$

Remarque : les positions 1 et 16 ne se rejoignent pas tout à fait (il manque un petit arc au bas de la boucle) ; la distance réelle est donc un peu inférieure au périmètre et la vitesse moyenne plutôt proche de $16\,\text{m·s}^{-1}$. Toute estimation entre 15 et $17\,\text{m·s}^{-1}$ bien justifiée est acceptée.

Exercice 2 : Saut en parachute

10 points

1) Lecture du graphe 1 (le mouvement est rectiligne car la chute est verticale) :

- **de 0 à 5 s** : la vitesse augmente, mouvement **rectiligne accéléré** ;
- **de 5 s à 20 s environ** : la vitesse diminue (le parachute s'est ouvert), mouvement **rectiligne ralenti** ;
- **à partir de 20 s environ**, jusqu'à l'atterrissage : la vitesse est constante, mouvement **rectiligne uniforme**.

Tolérance : le passage à la vitesse constante se fait progressivement ; une date comprise entre 20 et 25 s est acceptée.

2) Pendant les 5 premières secondes, la courbe $v = f(t)$ est une **droite qui passe par l'origine** : la vitesse est proportionnelle au temps.

3) La vitesse s'écrit $v = k \times t$, où k est le coefficient directeur de la droite. On le calcule avec deux points bien lisibles de la droite, l'origine $(0\,;\,0)$ et le point $(5{,}0\,\text{s}\,;\,50\,\text{m·s}^{-1})$:

$$k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50\,\text{m·s}^{-1} - 0\,\text{m·s}^{-1}}{5{,}0\,\text{s} - 0\,\text{s}} = 10\,\text{m·s}^{-1} \text{ par seconde}$$

La vitesse augmente de $10\,\text{m·s}^{-1}$ chaque seconde (soit $k = 10\,\text{m·s}^{-2}$), d'où l'équation :

$$\boxed{v = 10\,t} \quad \text{avec } v \text{ en m·s}^{-1} \text{ et } t \text{ en s, pour } 0 \leq t \leq 5\,\text{s}.$$

4) D'après le graphe 1, la vitesse maximale du parachutiste est $v_{\text{max}} = 50\,\text{m·s}^{-1}$ (à $t = 5\,\text{s}$). On la convertit en kilomètres par heure ($1\,\text{m·s}^{-1} = 3{,}6\,\text{km·h}^{-1}$) :

$$v_{\text{max}} = 50 \times 3{,}6\,\text{km·h}^{-1} = \boxed{180\,\text{km·h}^{-1}}$$

Comme $180\,\text{km·h}^{-1} < 1{,}20 \times 10^3\,\text{km·h}^{-1}$, le parachutiste **n'atteint pas une vitesse supersonique** : sa vitesse maximale vaut environ 15 % de celle du son (on peut aussi comparer $50\,\text{m·s}^{-1}$ à $v_{\text{son}} \approx 333\,\text{m·s}^{-1}$, obtenue en divisant $1{,}20 \times 10^3\,\text{km·h}^{-1}$ par $3{,}6$).

5) **a.** Le graphe 2 est une droite : l'altitude diminue de la même quantité pendant des durées égales, la vitesse est donc constante. Sa valeur est le quotient de la distance parcourue par la durée du parcours ; on lit deux points de la droite, $(20\,\text{s}\,;\,1\,000\,\text{m})$ et $(100\,\text{s}\,;\,200\,\text{m})$:

$$v_{\text{lim}} = \frac{z_1 - z_2}{t_2 - t_1} = \frac{1\,000\,\text{m} - 200\,\text{m}}{100\,\text{s} - 20\,\text{s}} = \frac{800\,\text{m}}{80\,\text{s}} = \boxed{10\,\text{m·s}^{-1}}$$

b. Sur le graphe 1, au-delà de 20 s environ, la courbe se stabilise au voisinage de $10\,\text{m·s}^{-1}$: la vitesse limite déduite du graphe 2 est **en accord** avec le graphe 1.