Mécanique avec le professeur Walter H.G.Lewin

Bac S 2017 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Compléter le schéma de l'annexe avec les mesures connues au moment du lâcher, puis calculer l'altitude initiale du centre G de la boule, l'origine étant le point O.

Données utiles $L = 5{,}21$ m ; angle initial $\theta = 41^\circ$

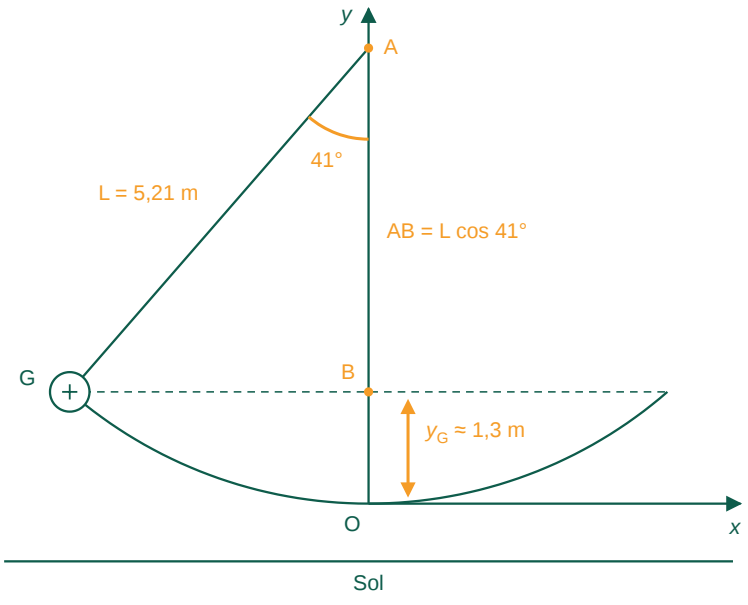
Sur le schéma, on reporte la longueur $L = 5{,}21$ m le long du câble et l'angle de 41° entre le câble et la verticale.

On note A le point d'attache au plafond et B le projeté de G sur l'axe (Oy). Dans le triangle ABG, rectangle en B : $\cos\theta = \dfrac{AB}{AG} = \dfrac{AB}{L}$, donc $AB = L\cos\theta$.

Quand le pendule est vertical, G est en O : $AO = L$. D'où

$$y_G = AO - AB = L\,(1 - \cos\theta) = 5{,}21 \times (1 - \cos 41^\circ) = 1{,}28 \text{ m}$$

$y_G \approx 1{,}3$ m

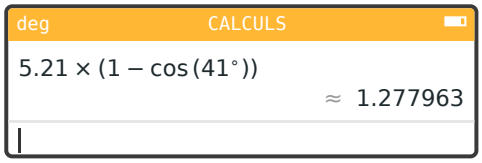


1.1 · Annexe complétée : mesures connues au moment du lâcher (schéma pas à l'échelle)

PIÈGE
Écrire $y_G = L\cos\theta$: c'est la distance AB, mesurée depuis le plafond, et non l'altitude au-dessus de O. Vérifier aussi que la calculatrice est en degrés.

COMPRENDRE
L'angle 41° n'a que deux chiffres significatifs : le résultat s'écrit $1{,}3$ m. On garde $1{,}28$ m dans les calculs suivants pour ne pas cumuler les arrondis.

À LA CALCULATRICE



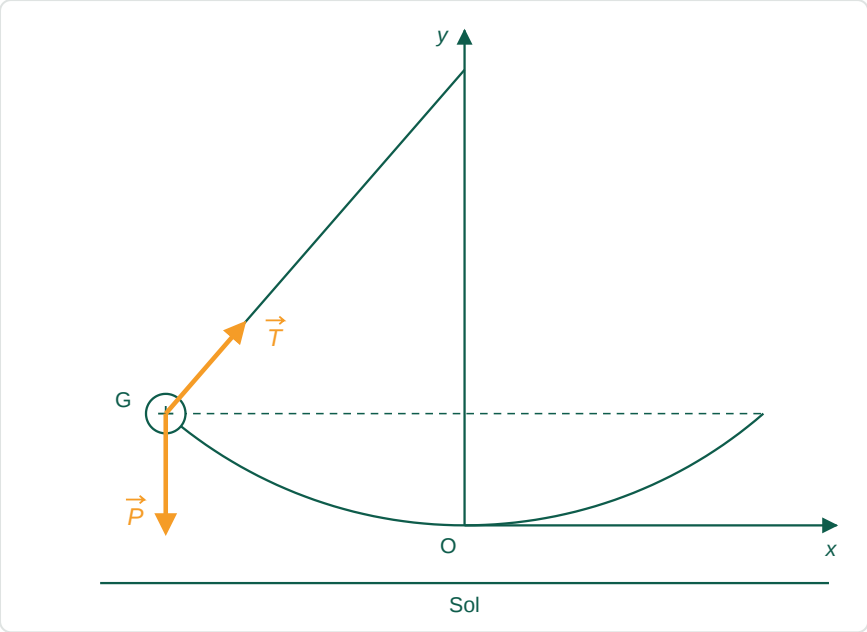
1.2 Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la boule et les représenter sur le schéma de l'annexe, les forces exercées par l'air étant négligées.

Système : {boule} ; référentiel terrestre supposé galiléen.

- le poids $\vec{P}$: vertical, vers le bas, appliqué en G, de valeur $P = m\,g$;
- la tension du câble $\vec{T}$: dirigée le long du câble, de G vers le point d'attache.

Deux forces s'exercent sur la boule : son poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ du câble.

PIÈGE
Ajouter une « force du lâcher » ou une force dans le sens du mouvement : une fois lâchée, la boule n'est en contact qu'avec le câble (et l'air, négligé ici).



1.2 · Annexe complétée : forces exercées sur la boule, sans souci d'échelle

1.3 L'énergie potentielle de la boule étant nulle au point O, montrer que l'énergie mécanique initiale de la boule vaut $1{,}9 \times 10^2$ J.

Données utiles $m = 15$ kg ; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $y_G = 1{,}28$ m (1.1)

$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} m v^2 + m g y$, avec l'axe (Oy) vers le haut et $E_{pp} = 0$ en O.

La boule est lâchée sans vitesse initiale : $E_c = 0$, donc

$$E_m = m g y_G = 15 \times 9{,}81 \times 1{,}28 = 188 \text{ J}$$

$E_m \approx 1{,}9 \times 10^2$ J : on retrouve la valeur annoncée.

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$15 \times 9.81 \times 5.21 \times (1 - \cos(41°))$

$\approx$ 188.0523

1.4 Quelle est la position du centre G de la boule lorsque sa vitesse est maximale ?

Le poids est une force conservative et la tension, toujours perpendiculaire à la trajectoire, ne travaille pas. Sans frottement, l'énergie mécanique se conserve.

L'énergie cinétique est donc maximale quand l'énergie potentielle de pesanteur est minimale, c'est-à-dire quand l'altitude de G est la plus faible.

La vitesse est maximale quand G passe au point O (câble vertical).

1.5 Calculer la vitesse maximale atteinte par la boule, en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, au cours de cet aller-retour sans frottements.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $y_G = 1{,}28$ m (1.1)

Conservation de l'énergie mécanique entre le lâcher et le passage en O, où $E_{pp} = 0$:

$$m g y_G = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \quad \text{donc} \quad v_{max} = \sqrt{2 g y_G}$$

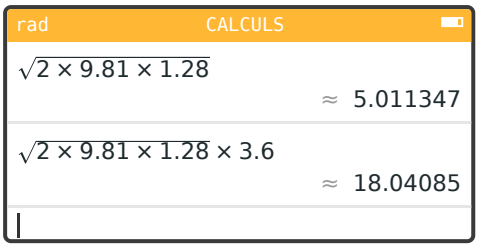
$v_{max} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 1{,}28} = 5{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit $5{,}0 \times 3{,}6 = 18\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

$v_{max} \approx 18\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

MÉTHODE

Pour passer des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ aux $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, on multiplie par $3{,}6$. La masse se simplifie : la vitesse en bas ne dépend que de la hauteur de chute.

À LA CALCULATRICE



1.6 En quoi la photographie du document 1 contredit-elle l'hypothèse formulée à la question 1.2 ?

Si l'air n'exerçait aucune force, l'énergie mécanique serait conservée et la boule reviendrait exactement à sa position de départ, avec une vitesse nulle.

Sur la photographie, après un aller-retour, la boule s'immobilise un peu en retrait du cercle en pointillés : elle remonte moins haut qu'au départ. Son énergie mécanique a donc diminué.

Les frottements de l'air ne sont pas rigoureusement négligeables : ils dissipent une partie de l'énergie mécanique.

2.1.1 À partir des résultats inscrits au tableau, donner un encadrement de la valeur de la période de ce pendule simple.

Données utiles $10\,T = 45{,}8 \pm 0{,}2$ s

$45{,}6 \text{ s} \leqslant 10\,T \leqslant 46{,}0 \text{ s}$. En divisant par 10 :

$4{,}56 \text{ s} \leqslant T \leqslant 4{,}60 \text{ s}$, soit $T = 4{,}58 \pm 0{,}02$ s

PIÈGE
Diviser la durée par 10 sans diviser l'incertitude : écrire $T = 4{,}58 \pm 0{,}2$ s est faux.

2.1.2 Commenter la méthode de mesure utilisée par le professeur.

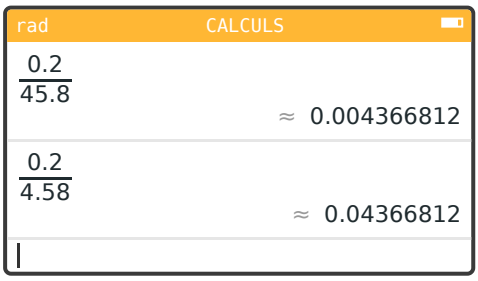
Le professeur chronomètre dix périodes au lieu d'une seule. L'incertitude de $0{,}2$ s, due surtout au déclenchement manuel, porte sur la durée totale : celle sur T est dix fois plus petite, $0{,}02$ s.

Incertitude relative : $\dfrac{0{,}2}{45{,}8} \approx 0{,}4\,\%$, contre $\dfrac{0{,}2}{4{,}58} \approx 4\,\%$ pour une seule période chronométrée.

Mesurer $10\,T$ divise par 10 l'incertitude sur la période : la méthode est judicieuse.

COMPRENDRE
Le chronomètre affiche $45{,}81$ s, mais le centième n'a pas de sens avec une incertitude de $0{,}2$ s : le professeur écrit $45{,}8$ s.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Identifier, parmi les courbes 1 et 2 du document 2, celle qui représente $x(t)$ et celle qui représente $y(t)$, en commentant leur allure.

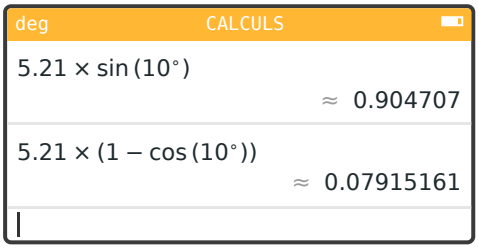
Le pendule oscille de part et d'autre de la verticale : l'abscisse x de G prend alternativement des valeurs négatives et positives, symétriques par rapport à 0. C'est le cas de la courbe 2, qui part d'une valeur négative comme sur le schéma de l'annexe.

L'altitude y n'est jamais négative : elle est nulle au passage par O et maximale aux deux extrémités, donc deux fois par oscillation. C'est le cas de la courbe 1, dont la période est moitié de celle de la courbe 2.

Courbe 2 (trait fin) : $x(t)$; courbe 1 (trait épais) : $y(t)$.

COMPRENDRE
L'amplitude de la courbe 2 est cohérente : $L\sin 10^\circ \approx 0{,}90$ m. En revanche $L(1-\cos 10^\circ) \approx 0{,}08$ m : la courbe 1 semble dilatée d'un facteur 10 pour être lisible. Cela ne change pas l'identification.

À LA CALCULATRICE



2.2.2 Déterminer la valeur de la période du pendule constitué du câble, de la boule et du professeur.

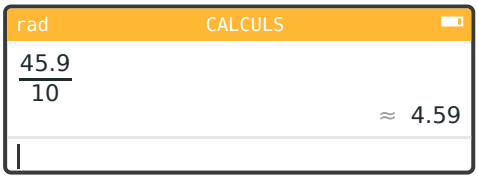
On lit la période sur la courbe 2, $x(t)$. Pour limiter l'erreur de lecture, on repère plusieurs périodes : entre le minimum à $t = 0$ et le dixième minimum suivant, à $t \approx 45{,}9$ s, il s'écoule 10 périodes.

$$T = \frac{45{,}9}{10} = 4{,}59 \text{ s}$$

$T \approx 4{,}6$ s

PIÈGE
Lire la période sur la courbe 1 : $y(t)$ se répète deux fois par oscillation et donnerait 2,3 s, la moitié de la période du pendule.

À LA CALCULATRICE



2.2.3 Par analyse dimensionnelle, vérifier l'homogénéité de l'expression $T = k\sqrt{\frac{L}{g}}$, où k est une grandeur sans dimension.

L est une longueur, en m ; g est une accélération, en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

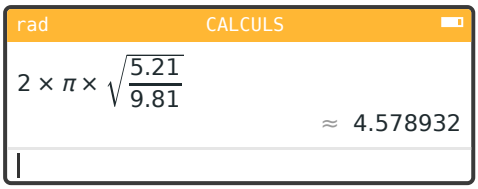
$\frac{L}{g}$ s'exprime donc en $\frac{\text{m}}{\text{m}\cdot\text{s}^{-2}} = \text{s}^2$, et $\sqrt{\frac{L}{g}}$ en s.

Comme k est sans dimension, $k\sqrt{\frac{L}{g}}$ a la dimension d'un temps, comme la période T.

L'expression $T = k\sqrt{\frac{L}{g}}$ est homogène.

COMPRENDRE
Cette expression n'est plus exigible dans le programme actuel de spécialité, mais la vérification d'homogénéité reste un réflexe utile. Avec $k = 2\pi$, elle donne 4,58 s.

À LA CALCULATRICE



2.2.4 Expliquer ce que le professeur a voulu démontrer dans cette expérience. Le résultat obtenu est-il concluant ?

Données utiles $4{,}56\text{ s} \leqslant T \leqslant 4{,}60\text{ s}$ (2.1.1) ; $T \approx 4{,}6$ s avec le professeur (2.2.2)

En s'asseyant sur la boule, le professeur augmente fortement la masse du pendule. Il s'allonge pour que le centre de masse de l'ensemble reste à la distance L du plafond, et il garde le même angle de 10° : seule la masse change.

La période mesurée avec le professeur, $4{,}6$ s, est compatible avec l'encadrement obtenu pour la boule seule.

Il montre que la période d'un pendule simple ne dépend pas de sa masse ; le résultat est concluant, à la précision des mesures près.

COMPRENDRE

C'est cohérent avec l'expression de la question 2.2.3 : la masse m n'y figure pas, seuls L et g interviennent.