Le très grand télescope

Bac S 2017 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 30**

1.1 Décrire le phénomène de diffraction. Dans quelle condition ce phénomène est-il observable ?

La diffraction est l'étalement d'une onde, qui change de direction de propagation, lorsqu'elle traverse une ouverture ou rencontre un obstacle. Sa longueur d'onde et sa fréquence ne sont pas modifiées.

Le phénomène est d'autant plus marqué que le rapport $\frac{\lambda}{a}$ est grand, a étant la dimension de l'ouverture.

La diffraction s'observe quand la dimension a de l'ouverture n'est pas trop grande devant la longueur d'onde λ.

COMPRENDRE
Pour la lumière, la diffraction reste visible avec une ouverture bien plus grande que λ : ici $a = 0{,}2$ mm, soit plusieurs centaines de fois une longueur d'onde du visible.

1.2 Quel caractère de la lumière est mis en évidence par l'apparition d'une figure de diffraction ?

La diffraction est une propriété caractéristique des ondes.

La figure de diffraction met en évidence le caractère **ondulatoire** de la lumière.

1.3 À partir du document 1, déterminer le diamètre d_{Airy} de la tache pour chaque ouverture. Comment évolue-t-il quand l'ouverture augmente ?

Données utiles document 1 : intensité lumineuse en fonction de x pour $a = 0{,}2$ mm et $a = 0{,}4$ mm

Le diamètre de la tache centrale est la distance entre les deux premières annulations de l'intensité, de part et d'autre du maximum.

Pour $a = 0{,}2$ mm : l'intensité s'annule en $x \approx -0{,}013$ m et $x \approx +0{,}013$ m, donc $d_{\text{Airy}} \approx 0{,}026$ m.

Pour $a = 0{,}4$ mm : l'intensité s'annule en $x \approx -0{,}006$ m et $x \approx +0{,}006$ m, donc $d_{\text{Airy}} \approx 0{,}012$ m.

$d_{\text{Airy}} \approx 2{,}6$ cm pour $a = 0{,}2$ mm et $d_{\text{Airy}} \approx 1{,}2$ cm pour $a = 0{,}4$ mm : plus l'ouverture est grande, plus la tache est étroite.

COMPRENDRE
L'ouverture double et la tache est environ deux fois plus étroite : d_{Airy} est inversement proportionnel à a, comme l'angle θ_{min} de la suite.

MÉTHODE
Lecture précise : mesurer à la règle la longueur de la double flèche et celle de tout l'axe ($0{,}060$ m), puis faire une proportion. La lecture ne donne que deux chiffres significatifs.

1.4 Deux objets sont placés sur la Lune à la distance d l'un de l'autre. Déterminer la valeur minimale de d pour qu'ils soient séparés par un télescope terrestre de diamètre 4,0 m, puis par un télescope du VLT.

Données utiles $\theta_{\min} = 1{,}22\,\dfrac{\lambda}{a}$; $D_{T\text{-}L} = 3{,}8 \times 10^8$ m ; $\lambda = 560$ nm ; VLT : $a = 8{,}2$ m

Depuis la Terre, les deux objets sont vus sous l'angle θ tel que $\tan\theta = \dfrac{d}{D_{T\text{-}L}}$, soit $\theta \approx \dfrac{d}{D_{T\text{-}L}}$ (angle petit, en radian).

Ils sont séparés si $\theta \geqslant \theta_{\min}$. À la limite : $\dfrac{d_{\min}}{D_{T\text{-}L}} = 1{,}22\,\dfrac{\lambda}{a}$, donc

$$d_{\min} = \frac{1{,}22\,\lambda\,D_{T\text{-}L}}{a}$$

On prend $\lambda = 560 \times 10^{-9}$ m, longueur d'onde du maximum de sensibilité de l'œil.

Télescope de 4,0 m : $d_{\min} = \dfrac{1{,}22 \times 560 \times 10^{-9} \times 3{,}8 \times 10^8}{4{,}0} = 65$ m

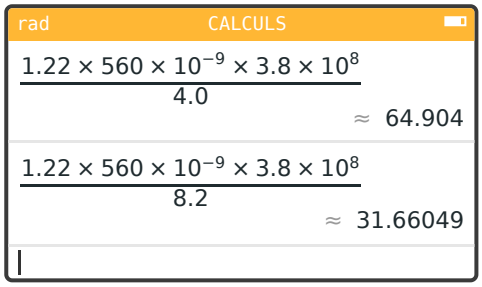
Télescope du VLT : $d_{\min} = \dfrac{1{,}22 \times 560 \times 10^{-9} \times 3{,}8 \times 10^8}{8{,}2} = 32$ m

$d_{\min} = 65$ m avec le télescope de 4,0 m ; $d_{\min} = 32$ m avec un télescope du VLT.

PIÈGE
Laisser λ en nanomètres, ou prendre pour a les 0,2 mm de l'expérience : ici a est le diamètre du miroir, en mètres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $D_{T\text{-}L}$ et les diamètres. La relation $\theta_{\min} = 1{,}22\,\lambda/a$ est fournie par le sujet : elle n'est pas à connaître.

À LA CALCULATRICE



1.5 Au vu des résultats obtenus, justifier les choix des scientifiques en termes de matériel et d'implantation.

Matériel : avec un miroir de 8,2 m, on sépare des détails de 32 m sur la Lune, contre 65 m avec un miroir de 4,0 m. Plus le diamètre est grand, plus $\theta_{\min}$ est petit : la diffraction limite moins la finesse de l'image et le pouvoir de résolution est meilleur.

Implantation : l'image est aussi dégradée par les fluctuations de l'atmosphère. À 2 635 m d'altitude, dans un désert, la couche d'air traversée est plus mince, sèche et stable.

Un grand diamètre réduit l'effet de la diffraction ; un site d'altitude en plein désert réduit l'effet des fluctuations atmosphériques.

2.1.1 À partir des demi-équations électroniques des couples, retrouver l'équation de la réaction entre l'aluminium et les ions oxonium.

Données utiles couples $H_3O^+(aq)$ / $H_2(g)$ et $Al^{3+}(aq)$ / $Al(s)$

Oxydation de l'aluminium : $Al(s) = Al^{3+}(aq) + 3\,e^-$ $\quad(\times 2)$

Réduction des ions oxonium : $2\,H_3O^+(aq) + 2\,e^- = H_2(g) + 2\,H_2O(l)$ $\quad(\times 3)$

Les 6 électrons cédés par l'aluminium sont tous captés par les ions oxonium ; on additionne membre à membre :

$$2\,Al(s) + 6\,H_3O^+(aq) \longrightarrow 2\,Al^{3+}(aq) + 3\,H_2(g) + 6\,H_2O(l)$$

PIÈGE
Laisser des électrons dans l'équation finale : il faut multiplier les demi-équations pour échanger le même nombre d'électrons, ici 6.

MÉTHODE
Pour le couple H_3O^+ / H_2 : équilibrer H et O avec H_2O, puis les charges avec des électrons. Vérifier à la fin les charges de l'équation : $6+$ de chaque côté.

2.1.2 De quel type de réaction s'agit-il ? Quel est le rôle de l'aluminium et celui des ions oxonium ? Justifier.

Des électrons sont transférés de l'aluminium vers les ions oxonium : c'est une réaction d'oxydoréduction.

L'aluminium Al cède des électrons : c'est le réducteur, il est oxydé en $\mathrm{Al^{3+}}$.

L'ion oxonium $\mathrm{H_3O^+}$ capte des électrons : c'est l'oxydant, il est réduit en $\mathrm{H_2}$.

Réaction d'oxydoréduction : Al est le réducteur, $\mathrm{H_3O^+}$ est l'oxydant.

PIÈGE
Confondre les mots : l'oxydant est l'espèce qui capte les électrons, et c'est elle qui subit la réduction.

2.1.3 Quel est le volume d'aluminium V_{Al} déposé sur le miroir ? Vérifier que la quantité de matière d'aluminium vaut $n_{\mathrm{Al}} = 0{,}40$ mol.

Données utiles $S = 50\ \mathrm{m^2}$; épaisseur $e = 80$ nm ; $\rho_{\mathrm{Al}} = 2{,}7 \times 10^6\ \mathrm{g \cdot m^{-3}}$; $M(\mathrm{Al}) = 27\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$

La couche est assimilée à un pavé de surface S et d'épaisseur e :

$V_{\mathrm{Al}} = S \times e = 50 \times 80 \times 10^{-9} = 4{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^3}$

Masse d'aluminium : $m_{\mathrm{Al}} = \rho_{\mathrm{Al}} \times V_{\mathrm{Al}}$, donc

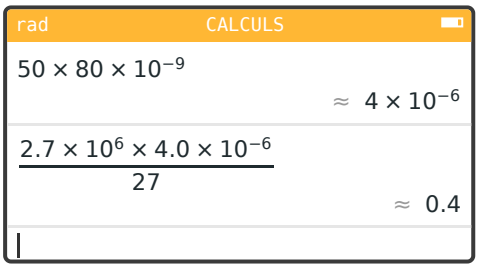
$$n_{\mathrm{Al}} = \frac{m_{\mathrm{Al}}}{M(\mathrm{Al})} = \frac{\rho_{\mathrm{Al}} \times V_{\mathrm{Al}}}{M(\mathrm{Al})} = \frac{2{,}7 \times 10^6 \times 4{,}0 \times 10^{-6}}{27}$$

$V_{\mathrm{Al}} = 4{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^3}$ et $n_{\mathrm{Al}} = 0{,}40$ mol, valeur attendue.

PIÈGE
Oublier de convertir l'épaisseur : $80\ \mathrm{nm} = 80 \times 10^{-9}$ m. La masse volumique est donnée en $\mathrm{g \cdot m^{-3}}$, le volume doit rester en $\mathrm{m^3}$.

COMPRENDRE
$4{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^3}$, c'est 4,0 mL : à peine 11 g d'aluminium suffisent pour couvrir les $50\ \mathrm{m^2}$ du miroir.

À LA CALCULATRICE



2.1.4 Déterminer la quantité de matière d'ions oxonium nécessaire à l'élimination de la couche d'aluminium.

Données utiles $n_{\mathrm{Al}} = 0{,}40$ mol (2.1.3)

D'après l'équation, 2 mol d'aluminium réagissent avec 6 mol d'ions oxonium :

$$\frac{n_{\mathrm{H_3O^+}}}{6} = \frac{n_{\mathrm{Al}}}{2} \quad \text{donc} \quad n_{\mathrm{H_3O^+}} = 3\,n_{\mathrm{Al}} = 3 \times 0{,}40$$

$n_{\mathrm{H_3O^+}} = 1{,}2$ mol

PIÈGE
Inverser le rapport et diviser par 3 : il faut trois fois plus d'ions oxonium que d'atomes d'aluminium.

2.1.5 Montrer que la concentration molaire C_a de la solution d'acide chlorhydrique à 37 % est de l'ordre de $12\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Données utiles étiquette : pourcentage massique 37 % ; densité $d = 1{,}188$; $M = 36{,}46\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $\rho_{\text{eau}} = 1{,}0\times10^{3}\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$

On raisonne sur un volume $V = 1{,}0$ L de solution.

Masse de la solution : $m_{\text{sol}} = d\times\rho_{\text{eau}}\times V = 1{,}188\times1{,}0\times10^{3}\times 1{,}0 = 1{,}188\times10^{3}$ g

Masse d'acide dissous : $m_a = 0{,}37\times m_{\text{sol}}$

Quantité de matière d'acide : $n_a = \dfrac{m_a}{M}$, d'où

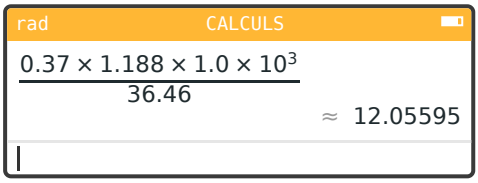
$$C_a = \frac{n_a}{V} = \frac{0{,}37\times d\times\rho_{\text{eau}}}{M} = \frac{0{,}37\times1{,}188\times1{,}0\times10^{3}}{36{,}46}$$

$C_a = 12{,}1\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$, bien de l'ordre de $12\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

PIÈGE
Confondre la masse de la solution (1 188 g par litre) et la masse d'acide qu'elle contient (37 % seulement de cette masse).

MÉTHODE
Pourcentage massique vers concentration : prendre 1 L de solution, calculer sa masse avec la densité, en garder le pourcentage, puis diviser par la masse molaire.

À LA CALCULATRICE



2.1.6 Proposer un protocole pour préparer 1,00 L d'une solution S_1 cent fois moins concentrée que la solution d'acide chlorhydrique à 37 %.

Données utiles $V_1 = 1{,}00$ L ; facteur de dilution 100

La dilution conserve la quantité de matière d'acide : $C_a\times V_a = C_1\times V_1$ avec $C_1 = \dfrac{C_a}{100}$.

Volume à prélever : $V_a = \dfrac{V_1}{100} = \dfrac{1{,}00}{100} = 1{,}00\times10^{-2}\ \text{L} = 10{,}0\ \text{mL}$

Protocole, avec blouse, gants et lunettes, sous la hotte (acide concentré corrosif) :

- verser un peu de solution concentrée dans un bécher ;
- y prélever 10,0 mL avec une pipette jaugée de 10,0 mL munie d'un pipeteur ;
- les introduire dans une fiole jaugée de 1,00 L contenant déjà de l'eau distillée ;
- ajouter de l'eau distillée aux trois quarts, boucher, agiter ;
- ajuster le niveau au trait de jauge avec de l'eau distillée, boucher, homogénéiser.

On prélève $V_a = 10{,}0$ mL de solution concentrée (pipette jaugée) et on complète à 1,00 L dans une fiole jaugée.

PIÈGE
Citer une éprouvette ou un bécher gradué : une dilution précise demande de la verrerie jaugée, pipette pour le prélèvement et fiole pour le volume final.

COMPRENDRE
On verse l'acide concentré dans l'eau, jamais l'inverse : la dilution dégage de la chaleur et peut provoquer des projections.

2.1.7 Quel volume V_1 de la solution S_1 est nécessaire pour éliminer la couche d'aluminium ?

Données utiles $n_{H_3O^+} = 1{,}2$ mol (2.1.4) ; $C_a \approx 12\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.1.5)

Concentration de S_1 : $C_1 = \dfrac{C_a}{100} = \dfrac{12}{100} = 0{,}12\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

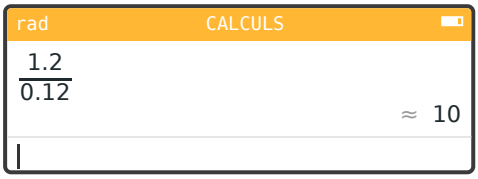
L'acide chlorhydrique apporte $n_{H_3O^+} = C_1 \times V_1$, donc

$$V_1 = \frac{n_{H_3O^+}}{C_1} = \frac{1{,}2}{0{,}12}$$

$V_1 = 10$ L

COMPRENDRE
C'est le volume minimal, celui des proportions stœchiométriques. Il reste très inférieur aux 3 000 L d'eau consommés par l'opération complète.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 L'énergie d'ionisation de l'atome d'argon est apportée par l'énergie cinétique de l'électron incident. Déterminer la vitesse de cet électron. Commenter l'ordre de grandeur obtenu.

Données utiles $E_i = 15{,}8$ eV ; $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg

Pour ioniser l'atome, l'énergie cinétique de l'électron doit au moins valoir E_i. À la limite : $\dfrac{1}{2} m v^2 = E_i$, avec E_i en joule.

$$v = \sqrt{\frac{2\,E_i}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 15{,}8 \times 1{,}60 \times 10^{-19}}{9{,}11 \times 10^{-31}}}$$

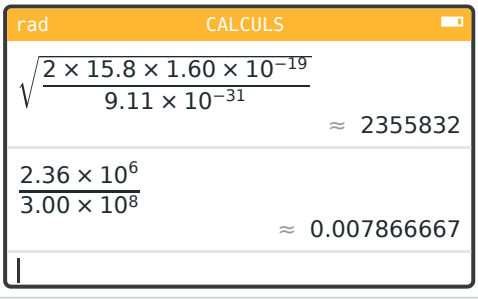
L'ordre de grandeur est $10^6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: c'est une vitesse très élevée, mais elle reste inférieure à 1 % de la célérité de la lumière ($c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$). L'expression classique de l'énergie cinétique est donc valable.

$v = 2{,}36 \times 10^6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (vitesse minimale), soit environ $0{,}8$ % de c.

PIÈGE
Laisser E_i en électronvolts : dans $\frac{1}{2}mv^2$, l'énergie est en joule, $E_i = 15{,}8 \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J.

COMPRENDRE
Le commentaire attendu en 2017 comparait v à c (électron non relativiste si $v < 0{,}1\,c$). La relativité restreinte n'est plus au programme de spécialité ; la comparaison à c reste un bon réflexe.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 (Seconde question numérotée 2.2.1 dans le sujet.) Pour un transfert d'énergie de 11,6 eV, faire un schéma énergétique et indiquer par une flèche la transition. Quelle est la nature (IR, visible, UV) du rayonnement émis lors du retour à l'état fondamental ?

Données utiles $E_i = 15{,}8$ eV ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s ; $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

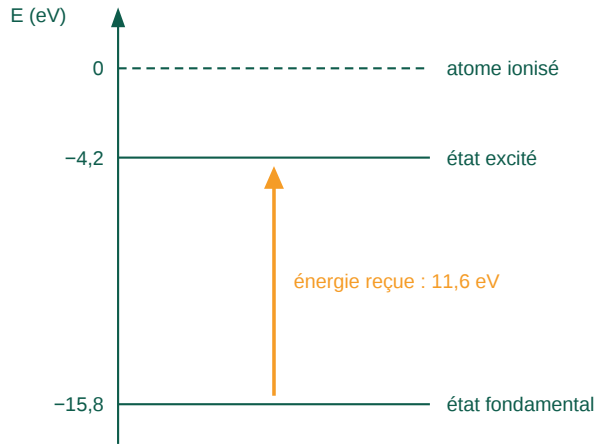
Le sujet numérote deux fois « 2.2.1 » : il s'agit ici de la question 2.2.2. La constante de Planck y est aussi mal imprimée : sa valeur est $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s.

En prenant l'énergie de l'atome ionisé comme origine, l'état fondamental est à $-15{,}8$ eV. L'atome qui reçoit 11,6 eV passe au niveau $-15{,}8 + 11{,}6 = -4{,}2$ eV (schéma ci-dessous, flèche vers le haut).

En revenant à l'état fondamental, l'atome émet un photon d'énergie $\Delta E = 11{,}6$ eV. Or $\Delta E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$, donc

$$\lambda = \frac{h\,c}{\Delta E} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{11{,}6 \times 1{,}60 \times 10^{-19}} = 1{,}07 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

$\lambda = 107$ nm, inférieure à 400 nm : le rayonnement émis appartient au domaine des **ultraviolets**.



2.2.1 · Schéma énergétique de l'atome d'argon : transition lors d'un transfert de 11,6 eV

PIÈGE
Placer le niveau excité à $-11{,}6$ eV : 11,6 eV est l'écart entre les deux niveaux, pas l'énergie du niveau atteint.

COMPRENDRE
Limites à connaître : visible de 400 nm à 800 nm, ultraviolet en dessous de 400 nm, infrarouge au-dessus de 800 nm. Grande énergie de photon, petite longueur d'onde.

À LA CALCULATRICE

