Se chauffer avec le numérique

Bac S 2016 Polynésie (ancien programme) · Exercice 2 **8 points** **Durée conseillée 1 h 20**

1.1 Quelle devrait être l'épaisseur du mur extérieur s'il n'était constitué que de béton armé ?

Données utiles mur extérieur : $Z_{HQE} = 4{,}00\ \text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$; béton armé : $\lambda_b = 2{,}2\ \text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

Le label impose $Z \geqslant Z_{HQE}$. Pour un seul matériau, $Z = \dfrac{e}{\lambda_b}$, donc l'épaisseur minimale est $e = Z_{HQE} \times \lambda_b$.

$e = 4{,}00 \times 2{,}2 = 8{,}8\ \text{m}$

$e = 8{,}8\ \text{m}$: une épaisseur irréalisable, le béton seul ne suffit pas.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme λ_b, la donnée la moins précise. Cette règle vaut pour tous les calculs de l'exercice.

1.2 L'isolant choisi est la laine de verre. Justifier ce choix.

Données utiles λ en $\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$: laine de verre 0,032 ; laine de roche 0,034 ; polystyrène 0,038

Comme $Z = \dfrac{e}{\lambda}$, à épaisseur égale la résistance thermique est d'autant plus grande que la conductivité thermique λ est petite.

Parmi les trois isolants du tableau, la laine de verre a la plus faible conductivité : $0{,}032 < 0{,}034 < 0{,}038$.

La laine de verre est le meilleur isolant proposé : elle donne la résistance voulue avec la plus petite épaisseur.

PIÈGE
Comparer la laine de verre au béton seulement ne justifie rien : les trois isolants sont bien meilleurs que le béton. Il faut la comparer aux deux autres isolants.

1.3 Déterminer l'épaisseur minimale de laine de verre nécessaire pour que la condition d'obtention du label HQE soit vérifiée.

Données utiles $Z_{HQE} = 4{,}00\ \text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$; béton : $e_b = 0{,}20$ m, $\lambda_b = 2{,}2$; polymère : $e_p = 0{,}050$ m, $\lambda_p = 0{,}18$; laine de verre : $\lambda_v = 0{,}032$ (en $\text{W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$)

Les résistances thermiques des trois couches superposées s'ajoutent. Pour $1{,}0\ \text{m}^2$ de mur :

$$Z = \frac{e_b}{\lambda_b} + \frac{e_v}{\lambda_v} + \frac{e_p}{\lambda_p}$$

L'épaisseur minimale correspond à $Z = Z_{HQE}$:

$$e_v = \lambda_v \left(Z_{HQE} - \frac{e_b}{\lambda_b} - \frac{e_p}{\lambda_p} \right)$$

$$e_v = 0{,}032 \times \left(4{,}00 - \frac{0{,}20}{2{,}2} - \frac{0{,}050}{0{,}18} \right) = 0{,}12\ \text{m}$$

$e_v = 0{,}12$ m, soit environ 12 cm de laine de verre.

PIÈGE
Ajouter les épaisseurs ou les conductivités n'a pas de sens : seules les résistances $\dfrac{e}{\lambda}$ s'ajoutent. Les épaisseurs se convertissent en mètres (20 cm = 0,20 m ; 5,0 cm = 0,050 m).

COMPRENDRE
Béton et polymère n'apportent à eux deux que $0{,}37\ \text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$ sur les 4,00 exigés : 12 cm de laine de verre font plus de 90 % de l'isolation.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.032 \times \left(4.00 - \dfrac{0.20}{2.2} - \dfrac{0.050}{0.18} \right) \approx 0.116202$

2.1 Citer les trois modes de transfert qui permettent aux ordinateurs de céder de l'énergie thermique à la pièce où ils sont stockés.

Les trois modes de transfert thermique sont la **conduction**, la **convection** et le **rayonnement**.

COMPRENDRE
Conduction : de proche en proche dans la matière, sans déplacement d'ensemble. Convection : par le mouvement de l'air autour des serveurs. Rayonnement : par émission d'ondes électromagnétiques (infrarouge), même sans milieu matériel.

2.2 Montrer que l'énergie thermique $Q_{serveurs}$ libérée en une journée par les serveurs est égale à $8{,}3 \times 10^{11}$ J.

Données utiles $N = 20\,000$ serveurs ; $P = 480$ W par serveur ; $\Delta t = 1$ jour

Toute l'énergie électrique consommée est transformée en énergie thermique, donc $Q_{serveurs} = N \times P \times \Delta t$.

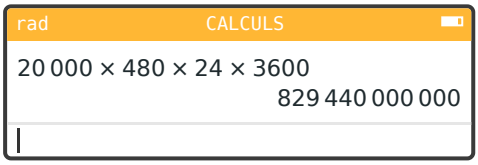
Durée en secondes : $\Delta t = 24 \times 3600 = 86\,400$ s.

$$Q_{serveurs} = 20\,000 \times 480 \times 86\,400 = 8{,}29 \times 10^{11} \text{ J}$$

$Q_{serveurs} \approx 8{,}3 \times 10^{11}$ J : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Laisser la durée en heures donne des W·h, pas des joules : 1 W correspond à 1 J par seconde, la journée s'exprime donc en secondes.

À LA CALCULATRICE



2.3.1 Calculer le transfert thermique Q_{sol} à travers le sol pour une journée d'hiver.

Données utiles sol : $Z_{HQE} = 4{,}00\ \text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$; $L = 80$ m ; $l = 50$ m ; $T_{int} = 23\ ^\circ\text{C}$; $T_{sol} = 11\ ^\circ\text{C}$; $\Delta t = 86\,400$ s

Surface du sol : $S = L \times l = 80 \times 50 = 4{,}0 \times 10^3\ \text{m}^2$.

Résistance thermique du sol : $R_{th} = \dfrac{Z_{HQE}}{S}$. Flux thermique : $\phi = \dfrac{T_{int} - T_{sol}}{R_{th}} = \dfrac{(T_{int} - T_{sol}) \times S}{Z_{HQE}}$.

$$Q_{sol} = \phi \times \Delta t = \frac{(T_{int} - T_{sol}) \times L \times l}{Z_{HQE}} \times \Delta t$$

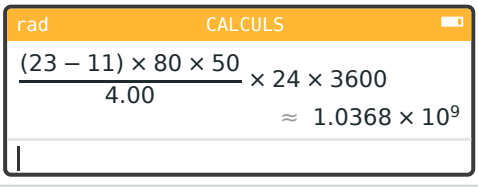
$$Q_{sol} = \frac{(23 - 11) \times 80 \times 50}{4{,}00} \times 86\,400 = 1{,}0 \times 10^9 \text{ J}$$

$Q_{sol} = 1{,}0 \times 10^9$ J

PIÈGE
De l'autre côté de la dalle se trouve le sol à 11 °C, pas l'air extérieur à 7,0 °C. Et Z_{HQE} vaut pour 1 m² : il faut diviser par la surface, pas l'utiliser tel quel.

COMPRENDRE
Un écart de températures a la même valeur en °C et en K : inutile de convertir pour calculer $T_{int} - T_{sol} = 12$ K.

À LA CALCULATRICE



2.3.2 Déterminer l'énergie thermique totale perdue par l'ensemble des parois du centre de données au cours d'une journée d'hiver.

Données utiles $Q_{sol} = 1{,}0 \times 10^9$ J (2.3.1) ; $Q_{murs} = 9{,}0 \times 10^8$ J ; $Q_{toiture} = 6{,}8 \times 10^8$ J

Les pertes à travers les différentes parois s'ajoutent :

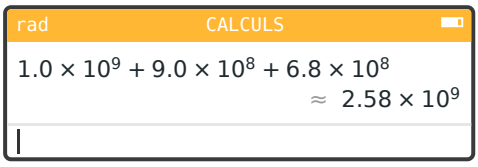
$$Q_{parois} = Q_{sol} + Q_{murs} + Q_{toiture}$$

$$Q_{parois} = 1{,}0 \times 10^9 + 9{,}0 \times 10^8 + 6{,}8 \times 10^8 = 2{,}6 \times 10^9 \text{ J}$$

$$\boxed{Q_{parois} = 2{,}6 \times 10^9 \text{ J}}$$

MÉTHODE
Avant d'additionner des puissances de dix différentes, tout écrire avec le même exposant : $1{,}0 \times 10^9 + 0{,}90 \times 10^9 + 0{,}68 \times 10^9$.

À LA CALCULATRICE



2.4 Que risque-t-il de se passer au niveau du bâtiment du centre de données si rien n'est fait ?

Données utiles $Q_{serveurs} = 8{,}3 \times 10^{11}$ J (2.2) ; $Q_{parois} = 2{,}6 \times 10^9$ J (2.3.2)

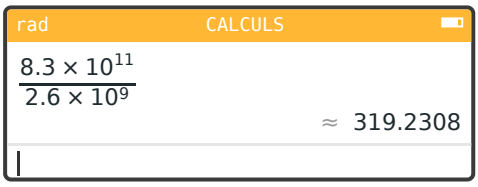
En une journée, les serveurs libèrent $8{,}3 \times 10^{11}$ J alors que les parois, très isolantes, n'évacuent que $2{,}6 \times 10^9$ J, soit environ 320 fois moins.

L'énergie thermique s'accumule donc dans le bâtiment.

Sans refroidissement, la température intérieure augmente fortement : les serveurs risquent la surchauffe et la panne.

COMPRENDRE
L'isolation HQE, utile pour un logement, joue ici contre le bâtiment : elle retient la chaleur produite à l'intérieur. D'où la climatisation permanente évoquée dans le texte.

À LA CALCULATRICE



3.1 Quelle surface de logement le centre de données permet-il de chauffer durant six mois ? La valeur annoncée dans le texte introductif est-elle réaliste ?

Données utiles $Q = 1{,}5 \times 10^{14}$ J en six mois ; $50\ \text{kW} \cdot \text{h}$ par m² de logement ; $1\ \text{kW} \cdot \text{h} = 3{,}6 \times 10^6$ J ; texte : jusqu'à $600\,000\ \text{m}^2$

Énergie nécessaire pour chauffer 1 m² pendant six mois : $E_1 = 50 \times 3{,}6 \times 10^6 = 1{,}8 \times 10^8$ J.

Surface que l'on peut chauffer :

$$S = \frac{Q}{E_1} = \frac{1{,}5 \times 10^{14}}{1{,}8 \times 10^8} = 8{,}3 \times 10^5\ \text{m}^2$$

Le texte annonce jusqu'à $600\,000\ \text{m}^2 = 6 \times 10^5\ \text{m}^2$: même ordre de grandeur, et un peu moins que la valeur calculée, ce qui est cohérent puisque toute l'énergie libérée ne peut pas être récupérée.

$\boxed{S = 8{,}3 \times 10^5\ \text{m}^2}$: la valeur annoncée de $600\,000\ \text{m}^2$ est réaliste.

PIÈGE
Diviser des joules par des kW·h donne un résultat faux d'un facteur $3{,}6 \times 10^6$. Les deux énergies doivent être dans la même unité avant de faire le quotient.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$50 \times 3.6 \times 10^6$
$\approx 1.8 \times 10^8$

$\frac{1.5 \times 10^{14}}{50 \times 3.6 \times 10^6}$
≈ 833333.3

3.2 La machine thermique convertit sans perte l'énergie qu'elle reçoit. Donner la relation entre Q_{eau}, Q_{air} et W.

La machine reçoit Q_{air} (de l'air du centre de données) et W (énergie électrique) ; elle cède Q_{eau} à l'eau du circuit primaire. Sans perte, l'énergie cédée est égale à l'énergie reçue.

$$Q_{eau} = Q_{air} + W$$

COMPRENDRE
Sur le schéma, les flèches entrantes sont les énergies reçues, la flèche sortante l'énergie cédée. Le fonctionnement de cette machine (pompe à chaleur) n'est pas au programme actuel ; la conservation de l'énergie suffit.

3.3 L'eau du circuit primaire entre dans la machine thermique à 10 °C avec un débit de $2 \times 10^2\ \text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. Quel mode de chauffage peut-on envisager pour les logements voisins ?

Données utiles $Q_{air} = 5{,}2 \times 10^{11}$ J et $W = 1{,}0 \times 10^5\ \text{kW} \cdot \text{h}$ par jour ; $c_{eau} = 4185\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $\rho_{eau} = 1{,}0 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\theta_i = 10\ ^\circ\text{C}$; radiateur : 50 à 65 °C ; plancher chauffant : 25 à 30 °C

Démarche : calculer l'énergie reçue par l'eau en une journée, la masse d'eau qui traverse la machine pendant cette durée, puis la température de sortie de l'eau.

Énergie reçue par l'eau en un jour (3.2), avec $W = 1{,}0 \times 10^5 \times 3{,}6 \times 10^6 = 3{,}6 \times 10^{11}$ J :

$$Q_{eau} = Q_{air} + W = 5{,}2 \times 10^{11} + 3{,}6 \times 10^{11} = 8{,}8 \times 10^{11}\ \text{J}$$

Masse d'eau circulant en un jour, avec le débit volumique D et $\Delta t = 24$ h :

$$m_{eau} = \rho_{eau} \times D \times \Delta t = 1{,}0 \times 10^3 \times 2 \times 10^2 \times 24 = 4{,}8 \times 10^6\ \text{kg}$$

Cette eau s'échauffe de θ_i à θ_f : $Q_{eau} = m_{eau}\, c_{eau}\, (\theta_f - \theta_i)$, donc

$$\theta_f = \theta_i + \frac{Q_{eau}}{m_{eau}\, c_{eau}} = 10 + \frac{8{,}8 \times 10^{11}}{4{,}8 \times 10^6 \times 4185} = 54\ ^\circ\text{C}$$

Cette température est comprise entre 50 °C et 65 °C ; elle est trop élevée pour un plancher chauffant (25 à 30 °C).

$\theta_f \approx 54\ ^\circ\text{C}$: un chauffage par **radiateurs** est envisageable.

PIÈGE
Le débit est donné par heure et les énergies par jour : la masse d'eau se calcule sur 24 h. Ne pas oublier non plus de convertir W en joules avant de l'ajouter à Q_{air}.

COMPRENDRE
La relation donne un écart de température (≈ 44 K ou 44 °C) : on l'ajoute directement aux 10 °C d'entrée, sans passer par les kelvins.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer la démarche, puis enchaîner énergie reçue, masse chauffée, relation $Q = m\, c\, \Delta\theta$, et conclure en comparant aux données. Chaque étape juste rapporte des points, même si le calcul n'aboutit pas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$5.2 \times 10^{11} + 1.0 \times 10^5 \times 3.6 \times 10^6$
$\approx 8.8 \times 10^{11}$

$1.0 \times 10^3 \times 2 \times 10^2 \times 24$
≈ 4800000

$10 + \frac{8.8 \times 10^{11}}{4.8 \times 10^6 \times 4185}$
≈ 53.80725