Diffraction par une poudre de cacao

Bac S 2017 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 1 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Rappeler les trois principales propriétés du faisceau d'un laser.

Le faisceau d'un laser est :

- **monochromatique** : il ne contient qu'une seule longueur d'onde ;
- **directif** : il diverge très peu, le faisceau reste fin ;
- **cohérent** : les ondes émises gardent entre elles un déphasage constant.

Lumière monochromatique, directive et cohérente.

PIÈGE
Sa directivité concentre l'énergie sur une très petite surface (grande puissance par unité de surface) : c'est une conséquence souvent citée, mais « puissant » seul ne suffit pas.

COMPRENDRE
Les propriétés du laser figuraient au programme de Terminale S. Elles ne sont plus exigibles en spécialité aujourd'hui ; la diffraction, elle, y est toujours.

1.2 Pour une longueur d'onde donnée, décrire l'évolution du demi-angle θ_0 en fonction du diamètre a du fil. Donner la relation qui lie λ, θ_0 et a.

À longueur d'onde fixée, plus le fil est fin, plus la diffraction est marquée : θ_0 augmente quand a diminue, et inversement. Le demi-angle est inversement proportionnel au diamètre du fil.

$\theta_0 = \dfrac{\lambda}{a}$, avec θ_0 en radian, λ et a en mètre.

PIÈGE
Oublier les unités : la relation n'est valable qu'avec θ_0 en radian, λ et a dans la même unité de longueur.

COMPRENDRE
Un fil et une fente de même largeur donnent la même figure de diffraction : la relation apprise pour la fente s'applique au fil.

1.3 Avec l'hypothèse des petits angles ($\tan\theta_0 \approx \theta_0$), démontrer à l'aide du schéma que $L = k \cdot \dfrac{1}{a}$ avec $k = 2\lambda D$.

Dans le triangle rectangle formé par le fil, le centre de la tache centrale et son bord, le côté opposé à θ_0 mesure $\dfrac{L}{2}$ et le côté adjacent D :

$$\tan\theta_0 = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

L'angle étant petit, $\tan\theta_0 \approx \theta_0$, donc $\theta_0 = \dfrac{L}{2D}$.

Or $\theta_0 = \dfrac{\lambda}{a}$ (1.2), d'où $\dfrac{\lambda}{a} = \dfrac{L}{2D}$.

$L = \dfrac{2\lambda D}{a} = k \cdot \dfrac{1}{a}$ avec $k = 2\lambda D$

PIÈGE
Écrire $\tan\theta_0 = L/D$: l'angle θ_0 ne sous-tend que la demi-largeur de la tache centrale. Le facteur 2 de k vient de là.

1.4 À partir du graphique donnant L en fonction de $1/a$, déterminer la longueur d'onde λ de la diode laser utilisée.

Données utiles $D = 200{,}0$ cm $= 2{,}000$ m ; $k = 2\lambda D$ (1.3)

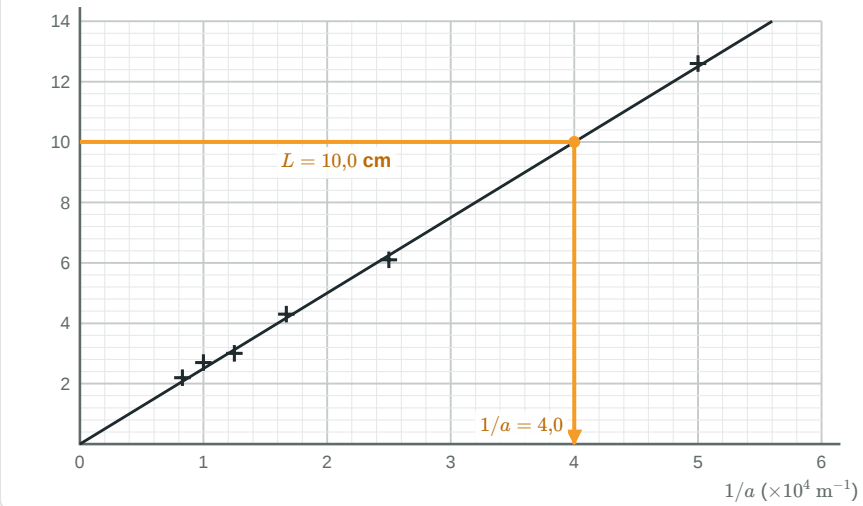
Les points sont alignés avec l'origine : on trace la droite qui passe par l'origine et au plus près des points. Cela confirme $L = k \cdot \dfrac{1}{a}$, où k est le coefficient directeur.

La droite passe par le point $\left(4{,}0 \times 10^{4}\ \text{m}^{-1}\ ;\ 10{,}0\ \text{cm}\right)$:

$$k = \frac{10{,}0 \times 10^{-2} - 0}{4{,}0 \times 10^{4} - 0} = 2{,}5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$$

Comme $k = 2\lambda D$: $\quad \lambda = \dfrac{k}{2D} = \dfrac{2{,}5 \times 10^{-6}}{2 \times 2{,}000} = 6{,}25 \times 10^{-7}\ \text{m}$

$\lambda \approx 6{,}3 \times 10^{-7}$ m, soit environ 630 nm



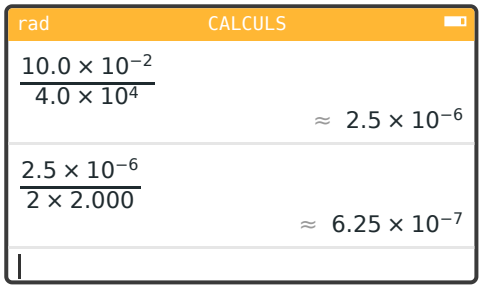
1.4 · Graphique du sujet avec la droite modèle passant par l'origine et le point lu sur la droite

PIÈGE
Laisser L en centimètre ou D en centimètre : k doit être en m^2 et D en mètre pour obtenir λ en mètre.

COMPRENDRE
La lecture graphique ne donne que deux chiffres significatifs pour k : λ s'écrit avec deux chiffres. On garde $6{,}25 \times 10^{-7}$ m pour le calcul d'incertitude qui suit.

MÉTHODE
Coefficient directeur : choisir un point de la droite tracée, loin de l'origine et sur un croisement du quadrillage, plutôt qu'un point de mesure.

À LA CALCULATRICE



1.5 Exprimer la valeur de la longueur d'onde λ avec son incertitude. Confronter aux valeurs données par le fabricant de l'appareil ; conclure.

Données utiles $U(k) = 1{,}2 \times 10^{-7}\ \text{m}^2$; $D = 200{,}0 \pm 0{,}1$ cm ; $k = 2{,}5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$ et $\lambda = 6{,}25 \times 10^{-7}$ m (1.4) ; fabricant : 635 nm et 830 nm

Le schéma donne $U(D) = 0{,}1$ cm pour $D = 200{,}0$ cm.

$$U(\lambda) = 6{,}25 \times 10^{-7} \times \sqrt{\left(\frac{0{,}1}{200{,}0}\right)^2 + \left(\frac{1{,}2 \times 10^{-7}}{2{,}5 \times 10^{-6}}\right)^2}$$

$U(\lambda) = 3 \times 10^{-8}\ \text{m} = 0{,}3 \times 10^{-7}\ \text{m}$

Donc $\lambda = (6{,}3 \pm 0{,}3) \times 10^{-7}$ m : la longueur d'onde est comprise entre $6{,}0 \times 10^{-7}$ m et $6{,}6 \times 10^{-7}$ m.

La valeur $635\ \text{nm} = 6{,}35 \times 10^{-7}$ m du fabricant appartient à cet intervalle ; $830\ \text{nm} = 8{,}30 \times 10^{-7}$ m n'y est pas.

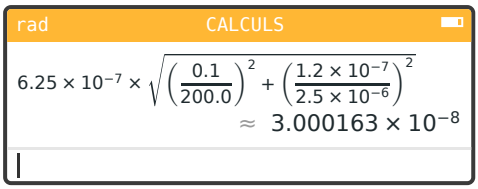
$\lambda = (6{,}3 \pm 0{,}3) \times 10^{-7}$ m : la mesure est compatible avec la diode de 635 nm, c'est elle qui a été utilisée.

PIÈGE
Donner $U(\lambda)$ avec plusieurs chiffres, ou une valeur de λ plus précise que son incertitude. Un seul chiffre significatif pour l'incertitude, et λ arrondie au même rang.

COMPRENDRE
Dans les rapports $U(D)/D$ et $U(k)/k$, seules comptent des unités identiques en haut et en bas : le centimètre convient pour D. L'incertitude vient presque entièrement de k (4,8 % contre 0,05 %).

MÉTHODE
Confronter à une valeur de référence : écrire l'intervalle $[\lambda - U\ ;\ \lambda + U]$ et vérifier si la référence s'y trouve.

À LA CALCULATRICE



2.1 Les grains de cacao étant assimilés à des sphères, justifier qu'on observe une figure de diffraction identique à celle obtenue avec un trou circulaire.

Vu depuis le faisceau, un grain sphérique présente un contour circulaire : c'est un obstacle en forme de disque, de diamètre a.

Or un obstacle et une ouverture de mêmes forme et dimension donnent la même figure de diffraction, comme un fil et une fente de même largeur.

Un grain sphérique de diamètre a diffracte comme un trou circulaire de diamètre a : anneaux concentriques autour d'une tache centrale.

COMPRENDRE

C'est la même idée qu'en partie 1, où un fil remplace une fente. La poudre contient de très nombreux grains : la figure renseigne sur leur diamètre moyen.

2.2 À partir du graphe de l'intensité lumineuse relative en fonction du demi-angle, dire si l'échantillon de poudre peut être utilisé pour un chocolat de couverture.

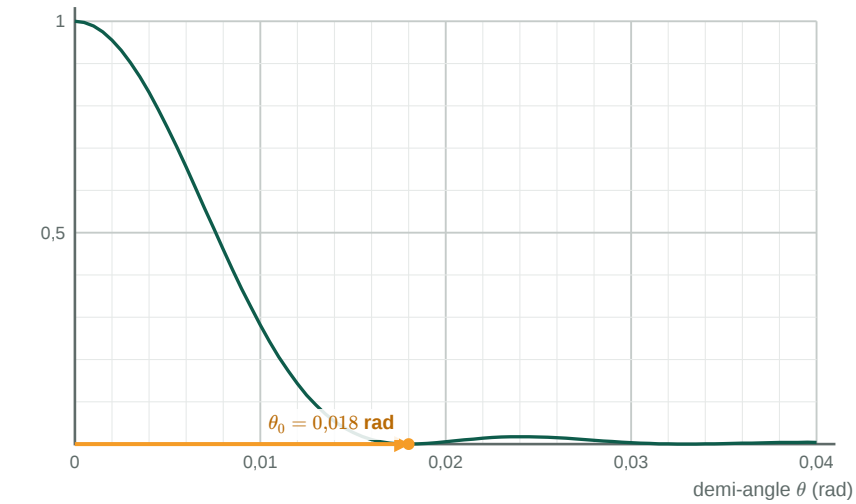
Données utiles $\lambda = 635$ nm ; $\sin\theta_0 = \dfrac{1{,}22\,\lambda}{a}$; diamètre recommandé : 10 µm (couverture), 30 µm (au lait), 300 µm (aggloméré)

Le demi-angle θ_0 repère le bord de la tache centrale, c'est-à-dire la première extinction. Sur le graphe, l'intensité s'annule pour la première fois en $\theta_0 = 0{,}018$ rad.

$$a = \frac{1{,}22\,\lambda}{\sin\theta_0} = \frac{1{,}22 \times 635 \times 10^{-9}}{\sin(0{,}018)} = 4{,}3 \times 10^{-5}\ \text{m}$$

Le diamètre moyen des grains vaut environ 43 µm, soit plus de quatre fois les 10 µm recommandés pour un chocolat de couverture.

$a \approx 43$ µm : l'échantillon ne convient pas pour un chocolat de couverture (grains trop gros) ; il est plus proche d'un chocolat au lait.



2.2 · Graphe du sujet (moitié $\theta \geqslant 0$, la courbe est symétrique) : la première extinction donne θ_0

PIÈGE
Calculatrice en mode degré : $\sin(0{,}018)$ serait calculé pour $0{,}018^\circ$ et donnerait $a \approx 2{,}5$ mm. L'angle du graphe est en radian.

COMPRENDRE
L'angle est si petit que $\sin\theta_0 \approx \theta_0$: diviser directement par $0{,}018$ donne le même résultat. La lecture de θ_0 limite la précision à deux chiffres significatifs.

À LA CALCULATRICE

