Eliminer le tartre

Bac S 2017 Métropole (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Montrer que la concentration molaire en acide chlorhydrique de la solution commerciale est de l'ordre de $2{,}6\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Données utiles $9{,}0$ g de HCl pour 100 g de solution ; $\rho_d = 1{,}04\times10^{3}\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$; $M(\text{HCl}) = 36{,}5\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

On raisonne sur $m_{sol} = 100$ g de solution, qui contiennent $m(\text{HCl}) = 9{,}0$ g.

Quantité de matière dissoute : $n(\text{HCl}) = \dfrac{m(\text{HCl})}{M(\text{HCl})}$. Volume de la solution : $V_{sol} = \dfrac{m_{sol}}{\rho_d}$.

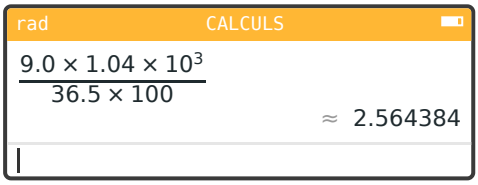
$$c_a = \frac{n(\text{HCl})}{V_{sol}} = \frac{m(\text{HCl})\times\rho_d}{M(\text{HCl})\times m_{sol}} = \frac{9{,}0\times1{,}04\times10^{3}}{36{,}5\times100}$$

$c_a = 2{,}6\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$: c'est bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Diviser $9{,}0$ g par 100 mL : les 100 g sont une masse de solution, pas un volume. Il faut passer par la masse volumique (100 g occupent 96 mL).

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise ($9{,}0$ g). La dissolution étant totale, $[\text{H}_3\text{O}^+] = c_a$.

À LA CALCULATRICE



1.2 Identifier les couples mis en jeu dans la réaction acido-basique support du titrage.

L'ion H_3O^+ cède un ion H^+ : c'est l'acide du couple $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$.

L'ion HO^- capte cet ion H^+ : c'est la base du couple $\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-$.

Couples : $\text{H}_3\text{O}^+\,(\text{aq})/\text{H}_2\text{O}\,(\text{l})$ et $\text{H}_2\text{O}\,(\text{l})/\text{HO}^-\,(\text{aq})$

COMPRENDRE
Un couple s'écrit toujours acide/base. L'eau figure dans les deux : base du premier, acide du second. C'est une espèce amphotère.

1.3 Montrer que le volume de solution d'hydroxyde de sodium à verser pour atteindre l'équivalence est supérieur au volume de la burette de $25{,}0$ mL.

Données utiles $c_a = 2{,}6\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (1.1) ; $V_a = 10{,}0$ mL ; $c_b = 1{,}0\times10^{-1}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{HO}^- \longrightarrow 2\,\text{H}_2\text{O}$:

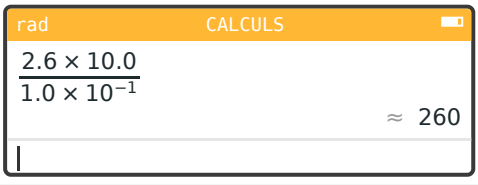
$n(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{initial}} = n(\text{HO}^-)_{\text{versé}}$, soit $c_a\,V_a = c_b\,V_E$.

$$V_E = \frac{c_a\,V_a}{c_b} = \frac{2{,}6\times10{,}0}{1{,}0\times10^{-1}}$$

$V_E = 2{,}6\times10^{2}\ \text{mL} > 25{,}0\ \text{mL}$: une seule burette ne suffit pas.

MÉTHODE
Dans le rapport c_aV_a/c_b, les concentrations sont dans la même unité : V_E sort dans l'unité de V_a. Inutile de convertir les millilitres en litres.

À LA CALCULATRICE



1.4 Comment les élèves ont-ils résolu le problème soulevé à la question 1.3 ?

Données utiles $V_E = 2{,}6 \times 10^2$ mL sans dilution (1.3) ; dilution d'un facteur 20

Les élèves ont dilué 20 fois le détartrant avant de le titrer. La concentration de la solution titrée est divisée par 20 ; comme $V_E = \dfrac{c\,V}{c_b}$ avec le même volume prélevé et le même c_b, le volume équivalent est lui aussi divisé par 20 :

$$V_E \approx \frac{2{,}6 \times 10^2}{20} = 13 \text{ mL}$$

Grâce à la dilution au vingtième, $V_E \approx 13$ mL $< 25{,}0$ mL : une burette suffit.

COMPRENDRE
L'eau distillée ajoutée ensuite dans le bécher ne modifie pas V_E : elle ne change pas la quantité d'ions H_3O^+ à titrer. Elle sert à immerger la cellule et à obtenir des portions de droites.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{2.6 \times 10^2}{20} \approx 13$

1.5 Déterminer la concentration molaire en ions H_3O^+ dans la solution diluée S. Ce résultat est-il compatible avec l'indication de l'étiquette ?

Données utiles $V_S = 10{,}0$ mL ; $c_b = 1{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; dilution d'un facteur 20 ; $c_a = 2{,}6$ mol · L^{-1} (1.1)

On trace les deux portions de droite qui modélisent la courbe, avant et après la rupture de pente. Leur intersection donne l'équivalence : $V_E = 12{,}0$ mL.

À l'équivalence : $c_S\,V_S = c_b\,V_E$, donc

$$c_S = \frac{c_b\,V_E}{V_S} = \frac{1{,}0 \times 10^{-1} \times 12{,}0}{10{,}0} = 0{,}12 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Pour le détartrant commercial, 20 fois plus concentré : $c_{exp} = 20\,c_S = 20 \times 0{,}12 = 2{,}4$ mol · L^{-1}.

Écart relatif avec la valeur tirée de l'étiquette : $\dfrac{|c_{exp} - c_a|}{c_a} = \dfrac{2{,}6 - 2{,}4}{2{,}6} \approx 8\ \%$.

$c_S = 0{,}12$ mol · L^{-1}, soit $2{,}4$ mol · L^{-1} pour le détartrant : écart d'environ $8\ \%$, résultat compatible avec l'étiquette.

PIÈGE
S'arrêter à c_S pour conclure. L'étiquette concerne le détartrant commercial : il faut multiplier par 20 avant de comparer à $2{,}6$ mol · L^{-1}.

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, les ions H_3O^+, très conducteurs, sont remplacés par des ions Na^+ : σ diminue. Après, les ions HO^- et Na^+ s'accumulent : σ augmente.

MÉTHODE
Pour juger une compatibilité sans incertitude fournie, calculer l'écart relatif. Ici l'étiquette (« 9 % ») est peu précise et V_E est lu graphiquement : un écart inférieur à $10\ \%$ est acceptable.

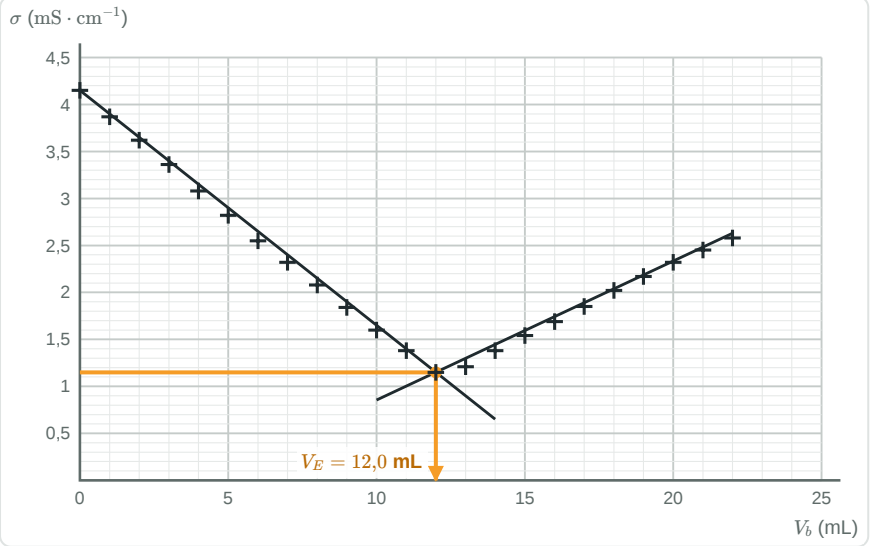
À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1.0 \times 10^{-1} \times 12.0}{10.0} \approx 0.12$

$20 \times 0.12 \approx 2.4$

$\dfrac{2.6 - 2.4}{2.6} \approx 0.07692308$



1.5 · Figure 1 du sujet, avec les deux droites et la lecture du volume équivalent

2.1 Estimer le volume total de tartre déposé sur la surface extérieure du tambour du lave-linge.

Données utiles $R = h = 40$ cm ; épaisseur $e \approx 10\ \mu$m ; aire d'un cylindre fermé : $2\pi R^2 + 2\pi Rh$

Volume de la couche : $V_{tartre} = S \times e$, avec $S = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$.

Comme $h = R = 0{,}40$ m : $S = 4\pi R^2 = 4\pi \times 0{,}40^2 = 2{,}0\ \text{m}^2$.

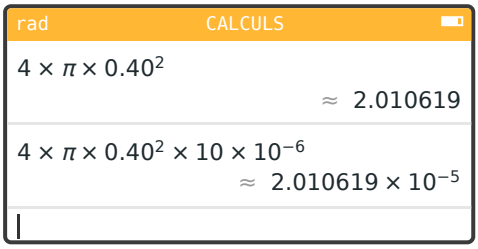
Avec $e = 10\ \mu\text{m} = 10 \times 10^{-6}$ m :

$$V_{tartre} = 4\pi R^2 \times e = 4\pi \times 0{,}40^2 \times 10 \times 10^{-6}$$

$V_{tartre} = 2{,}0 \times 10^{-5}\ \text{m}^3$ (soit $20\ \text{cm}^3$)

PIÈGE
Laisser R en centimètres et e en micromètres. La masse volumique du tartre est donnée en $\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$: tout convertir en mètres prépare la question suivante.

À LA CALCULATRICE



2.2 Le flacon de 750 mL de détartrant est-il suffisant pour détartrer totalement le tambour du lave-linge ?

Données utiles $V_{tartre} = 2{,}0 \times 10^{-5}\ \text{m}^3$ (2.1) ; $\rho = 2{,}65 \times 10^6\ \text{g} \cdot \text{m}^{-3}$; $M(\text{CaCO}_3) = 100{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; flacon : $V = 750$ mL, $c = 2{,}4\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Démarche : comparer la quantité d'ions H_3O^+ nécessaire pour consommer tout le tartre à celle que contient le flacon.

Quantité de tartre : $m(\text{CaCO}_3) = \rho V_{tartre}$, donc

$$n(\text{CaCO}_3) = \frac{\rho V_{tartre}}{M(\text{CaCO}_3)} = \frac{2{,}65 \times 10^6 \times 2{,}0 \times 10^{-5}}{100{,}1} = 0{,}53\ \text{mol}$$

Quantité d'ions nécessaire : d'après $2\,\text{H}_3\text{O}^+ + \text{CaCO}_3 \longrightarrow \text{Ca}^{2+} + \text{CO}_2 + 3\,\text{H}_2\text{O}$, il faut 2 mol de H_3O^+ par mole de CaCO_3 :

$n(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{néc}} = 2\,n(\text{CaCO}_3) = 2 \times 0{,}53 = 1{,}1$ mol

Quantité disponible dans le flacon : $n(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{flacon}} = c\,V = 2{,}4 \times 0{,}750 = 1{,}8$ mol

$1{,}8\ \text{mol} > 1{,}1\ \text{mol}$: le flacon suffit pour détartrer totalement le tambour ; le carbonate de calcium est le réactif limitant.

PIÈGE
Oublier le coefficient 2 devant H_3O^+, ou comparer directement $1{,}8$ mol à $0{,}53$ mol. La conclusion resterait la même ici, mais le raisonnement serait faux.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer la démarche, nommer chaque grandeur, détailler les calculs, puis conclure par une phrase qui répond à la question. Les étapes justes rapportent des points même si le résultat final est faux.

À LA CALCULATRICE

