Corrigé complet — Bac S 2018 Métropole rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**La caféine dans le thé** Formule semi-développée · Spectre RMN du proton · Spectre d'absorption UV-visible · Dilution · Dosage par étalonnage · Loi de Beer-Lambert	4 pts	40 min	7 questions	p. 2
Ex 2	**Voyage dans la ceinture d'astéroïdes** Énergie d'un photon · Travail de la force électrique · Énergie cinétique · Quantité de mouvement · Mouvement circulaire uniforme · Troisième loi de Kepler	11 pts	1 h 50	17 questions	p. 6
Ex 3	**Des bonbons salés à la réglisse** Réaction acido-basique · Diagramme de prédominance · Titrage pH-métrique · Titrage conductimétrique · Relation à l'équivalence · Pourcentage massique	5 pts	50 min	9 questions	p. 12
Ex 4	**Spécialité : Formation d'une cavité souterraine du gouffre de Padirac** Résolution de problème · Solubilité · Quantité de matière et masse molaire · Masse volumique · Volume d'un cylindre · Ordre de grandeur	5 pts	50 min	2 questions	p. 16

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

La caféine dans le thé

Bac S 2018 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 40 min**

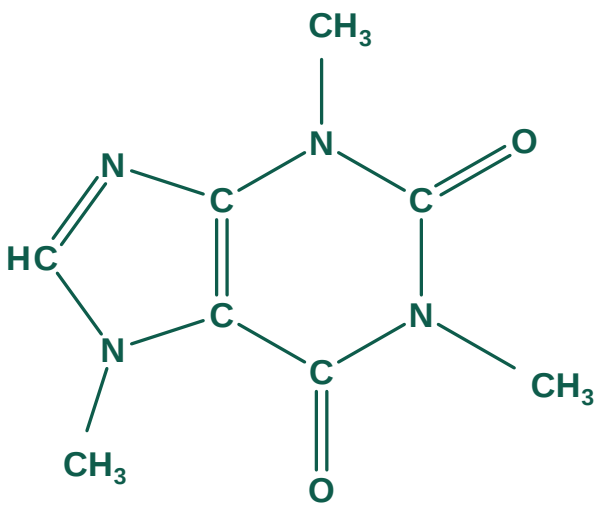
1.1 Représenter la formule semi-développée de la caféine.

Chaque sommet de la formule topologique est un atome de carbone, complété par des atomes d'hydrogène jusqu'à quatre liaisons. On écrit tous les atomes et toutes les liaisons, sauf les liaisons avec H.

Formule semi-développée ci-dessous : trois groupes $\mathrm{CH_3}$ portés par des atomes d'azote, un groupe CH dans le cycle à cinq atomes, deux groupes $\mathrm{C{=}O}$ (formule brute $\mathrm{C_8H_{10}N_4O_2}$).

PIÈGE
Oublier que l'extrémité libre d'un trait est un groupe $\mathrm{CH_3}$, ou ajouter des H aux deux carbones communs aux deux cycles : ils ont déjà quatre liaisons.

MÉTHODE
Contrôle rapide : la formule brute donne $8 \times 12{,}0 + 10 \times 1{,}0 + 4 \times 14{,}0 + 2 \times 16{,}0 = 194\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, la masse molaire de l'énoncé.



1.1 · Formule semi-développée de la caféine

1.2 Justifier que le spectre RMN de la caféine présente quatre singulets.

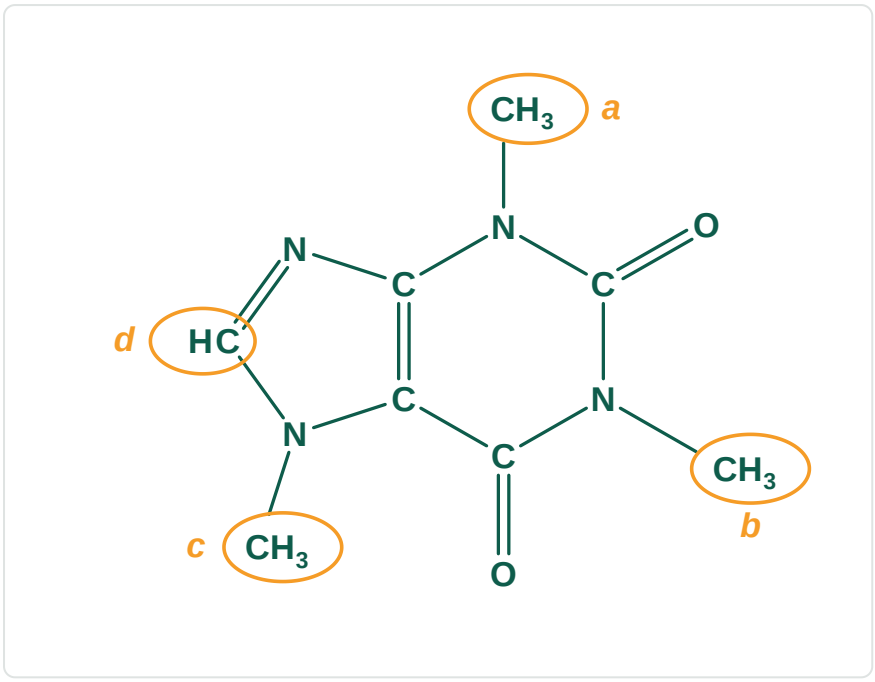
La molécule compte quatre groupes de protons équivalents : les trois groupes $\mathrm{CH_3}$ (a, b, c), qui n'ont pas le même environnement chimique, et le proton du groupe CH (d). Le spectre comporte donc quatre signaux.

Chaque groupe est porté par un carbone dont les voisins sont des atomes d'azote : aucun proton sur un carbone voisin, soit $n = 0$. D'après la règle des $(n+1)$-uplets, chaque signal est formé de $0 + 1 = 1$ pic.

Quatre groupes de protons équivalents, sans proton voisin : quatre singulets.

PIÈGE
Regrouper les trois $\mathrm{CH_3}$ en un seul signal. Leurs voisinages diffèrent (un ou deux $\mathrm{C{=}O}$ à côté de l'azote, ou cycle à cinq atomes) : ils ne sont pas équivalents entre eux.

COMPRENDRE
La RMN du proton (protons équivalents, multiplicité) figurait au programme de Terminale S. Elle n'est plus au programme actuel de spécialité, qui garde les spectres infrarouge et UV-visible.



1.2 · Les quatre groupes de protons équivalents : trois groupes CH_3 (a, b, c) et le proton d

2.1 Estimer la longueur d'onde optimale de réglage du spectrophotomètre pour le dosage. Justifier.

Données utiles figure 2 : spectre UV de la caféine dans le dichlorométhane

On règle le spectrophotomètre sur la longueur d'onde du maximum d'absorption de la caféine : les absorbances mesurées sont alors les plus grandes, donc l'incertitude relative sur chaque mesure est la plus faible.

Sur la figure 2, le maximum ($A \approx 1{,}1$) se situe un peu après la graduation 270 nm.

$\lambda_{max} \approx 272$ nm

COMPRENDRE
Au sommet du pic, la courbe est presque plate : un léger écart de réglage du monochromateur modifie très peu l'absorbance. Toute valeur lue entre 270 et 275 nm est acceptable.

2.2 Le dichlorométhane est incolore et la caféine n'absorbe presque pas au-delà de 330 nm. La caféine est-elle une espèce colorée dans le dichlorométhane ?

Le domaine visible s'étend de 400 nm à 800 nm environ. L'absorbance de la caféine est quasiment nulle au-delà de 330 nm : elle n'absorbe aucune radiation visible, seulement dans l'ultraviolet.

La caféine n'est pas une espèce colorée : sa solution dans le dichlorométhane est incolore.

MÉTHODE
Une espèce est colorée si elle absorbe dans le visible ; sa couleur est alors complémentaire de celle absorbée. Absorber seulement dans l'UV ne donne aucune couleur.

2.3 Déterminer la masse de caféine dissoute pour obtenir 100 mL de solution S_0.

Données utiles $C_0 = 5{,}7 \times 10^{-4}$ mol · L^{-1} ; $V_0 = 100$ mL ; $M_{CAF} = 194$ g · mol^{-1}

Quantité de caféine dans S_0 : $n_0 = C_0 V_0$. Masse correspondante : $m_0 = n_0 M_{CAF}$, donc

$$m_0 = C_0 V_0 M_{CAF} = 5{,}7 \times 10^{-4} \times 0{,}100 \times 194 = 1{,}1 \times 10^{-2} \text{ g}$$

$m_0 = 1{,}1 \times 10^{-2}$ g $= 11$ mg

PIÈGE
Laisser le volume en millilitres : C_0 est en mol · L^{-1}, il faut $V_0 = 0{,}100$ L.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme C_0, la donnée la moins précise. Peser 11 mg demande une balance au milligramme.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$5.7 \times 10^{-4} \times 0.100 \times 194$

$\approx$ 0.011058

2.4 Choisir, en justifiant, le lot de verrerie qui permet de préparer avec précision la solution S_3 de concentration $C_3 = 5{,}7 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Données utiles $C_0 = 5{,}7 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; lots 1 à 4 du tableau

Lors d'une dilution, la quantité de soluté se conserve : $C_0\, V_{\text{mère}} = C_3\, V_{\text{fille}}$. Le facteur de dilution vaut

$$F = \frac{C_0}{C_3} = \frac{V_{\text{fille}}}{V_{\text{mère}}} = \frac{5{,}7 \times 10^{-4}}{5{,}7 \times 10^{-5}} = 10$$

Rapport des volumes pour chaque lot : lot 1 : $\dfrac{20{,}0}{2{,}0} = 10$; lot 2 : $\dfrac{20{,}0}{5{,}0} = 4$; lot 3 : pipette graduée ; lot 4 : $\dfrac{50{,}0}{5} = 10$.

Les lots 1 et 4 donnent $F = 10$, mais l'éprouvette graduée du lot 4 est peu précise. La pipette jaugée et la fiole jaugée du lot 1 sont de la verrerie de précision.

Lot 1 : pipette jaugée de 2,0 mL et fiole jaugée de 20,0 mL.

PIÈGE

S'arrêter au facteur de dilution et retenir aussi le lot 4. La question demande une préparation précise : prélèvement à la pipette jaugée, jamais à l'éprouvette.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{5.7 \times 10^{-4}}{5.7 \times 10^{-5}}$

$\approx$ 10

2.5 Évaluer le nombre maximal de tasses de ce thé qu'un adulte pourrait boire par jour, en se limitant au critère de la quantité de caféine. Commenter.

Données utiles $A = 0{,}43$ pour la solution diluée 10 fois ; $V = 100\ \text{mL}$; $M_{CAF} = 194\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; seuil : 400 mg de caféine par jour ; figure 3

Concentration de la solution diluée. Les points de la figure 3 sont alignés avec l'origine : $A = k\,C$ (loi de Beer-Lambert). On trace la droite passant par l'origine au plus près des quatre points ; pour $A = 0{,}43$ on lit $C_d = 6{,}8 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Concentration avant dilution. La solution a été diluée 10 fois : $C = 10\,C_d = 6{,}8 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Masse de caféine dans une tasse. Toute la caféine de l'infusion se trouve dans $V = 100\ \text{mL}$ de dichlorométhane :

$$m = C\,V\,M_{CAF} = 6{,}8 \times 10^{-4} \times 0{,}100 \times 194 = 1{,}3 \times 10^{-2}\ \text{g} = 13\ \text{mg}$$

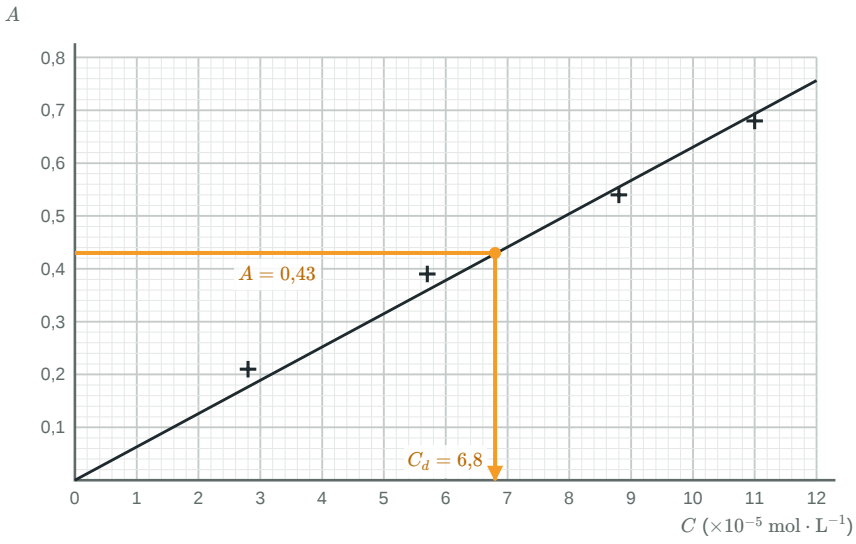
Nombre de tasses. $N = \dfrac{m_{\max}}{m} = \dfrac{400}{13} \approx 30$

Commentaire : personne ne boit autant de thé en une journée, donc ce thé seul ne présente pas de risque lié à la caféine. Il faudrait toutefois ajouter les autres apports (café, sodas), et une infusion plus longue extrait davantage de caféine.

Une tasse contient environ 13 mg de caféine : le seuil de 400 mg correspond à une trentaine de tasses par jour.

PIÈGE
Oublier la dilution par 10 : la concentration lue sur le graphe est celle de la solution diluée. On trouverait 1,3 mg par tasse et 300 tasses, résultat irréaliste.

COMPRENDRE
La lecture graphique dépend de la droite tracée : C_d entre $6{,}6$ et $7{,}0 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est acceptable. Le résultat est un ordre de grandeur : « environ 30 tasses ».



2.5 · Figure 3 du sujet, avec la droite d'étalonnage et la lecture pour $A = 0{,}43$

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$6.8 \times 10^{-4} \times 0.100 \times 194$
$\approx$ 0.013192

$\dfrac{400}{13}$
$\approx$ 30.76923

Voyage dans la ceinture d'astéroïdes

Bac S 2018 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **11 points** **Durée conseillée 1 h 50**

1.1.1 Calculer la valeur maximale de la longueur d'onde de la radiation qui permettrait d'ioniser un atome de xénon en ion Xe^+.

Données utiles $E_i = 12{,}1$ eV ; $1\text{ eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1}

Un photon de longueur d'onde λ transporte l'énergie $E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$.

Il ionise l'atome si $E \geqslant E_i$, soit $\lambda \leqslant \dfrac{h\,c}{E_i}$. La plus grande longueur d'onde convenable est donc :

$$\lambda_{\max} = \frac{h\,c}{E_i} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{12{,}1 \times 1{,}60 \times 10^{-19}} = 1{,}03 \times 10^{-7}\text{ m}$$

$\lambda_{\max} = 1{,}03 \times 10^{-7}\text{ m} = 103\text{ nm}$

PIÈGE
Laisser E_i en électronvolts : la relation exige des joules. Sans conversion, on obtient une longueur d'onde sans aucun sens physique.

COMPRENDRE
Énergie minimale et longueur d'onde maximale vont ensemble, car E et λ varient en sens inverse. Trois chiffres significatifs, comme toutes les données utilisées.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^{8}}{12.1 \times 1.60 \times 10^{-19}} \approx 1.027376 \times 10^{-7}$$

1.1.2 Dans quel domaine d'ondes électromagnétiques se situe cette radiation ? Justifier.

Données utiles $\lambda_{\max} = 103$ nm (1.1.1)

Dans le vide, le domaine visible s'étend de 400 nm à 800 nm environ. Ici $\lambda \leqslant 103\text{ nm} < 400\text{ nm}$.

La radiation appartient au domaine des **ultraviolets**.

1.2.1 Montrer que la masse d'un atome de xénon vaut $m = 2{,}18 \times 10^{-25}$ kg.

Données utiles $M = 131{,}3\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$

Une mole de xénon contient N_A atomes et a pour masse M, donc :

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{131{,}3}{6{,}02 \times 10^{23}} = 2{,}18 \times 10^{-22}\text{ g}$$

$m = 2{,}18 \times 10^{-25}$ kg : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Le quotient M/N_A sort en grammes puisque M est en g · mol^{-1}. Oublier le facteur 10^{-3} donne 10^{-22} et la démonstration échoue.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{131.3}{6.02 \times 10^{23}} \approx 2.181063 \times 10^{-22}$$

1.2.2 Déterminer l'expression du travail $W_{AB}(\overrightarrow{F_e})$ de la force électrique appliquée à un ion xénon allant de la grille A à la grille B, en fonction de e et U.

Données utiles $E = \dfrac{U}{d}$; charge de l'ion Xe^+ : $q = +e$

L'ion porte la charge $q = e$; il subit la force $\overrightarrow{F_e} = e\,\overrightarrow{E}$, constante car le champ est uniforme.

$W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = \overrightarrow{F_e} \cdot \overrightarrow{AB} = e\,E \times AB \times \cos 0$, car $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont même direction et même sens (figure 1).

Avec $AB = d$ et $E = \dfrac{U}{d}$: $\quad W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = e \times \dfrac{U}{d} \times d$

$$\boxed{W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = e\,U}$$

COMPRENDRE
Ce travail est positif : la force est motrice et l'ion accélère. La distance d disparaît, seule la tension entre les grilles compte.

1.2.3 En déduire que la vitesse d'un ion xénon à la sortie de la chambre d'accélération est $v_B = \sqrt{\dfrac{2\,e\,U}{m}}$.

Données utiles $W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = e\,U$ (1.2.2) ; vitesse nulle en A

$E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\overrightarrow{F_e})$

L'ion part de A sans vitesse, donc $E_c(A) = 0$ et $E_c(B) = \dfrac{1}{2}\,m\,v_B^2$:

$$\frac{1}{2}\,m\,v_B^2 = e\,U \quad \text{soit} \quad v_B^2 = \frac{2\,e\,U}{m}$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m}}}$$

1.2.4 Déterminer, pour une tension accélératrice de 300 V, la valeur de la vitesse d'éjection des ions xénon. Commenter.

Données utiles $U = 300$ V ; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C ; $m = 2{,}18 \times 10^{-25}$ kg (1.2.1)

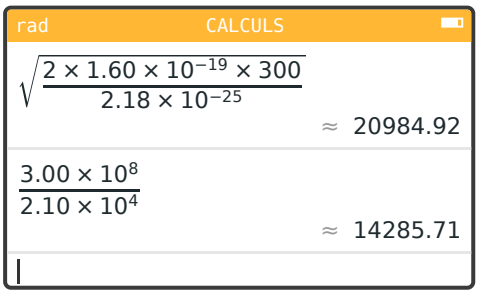
$$v_B = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 300}{2{,}18 \times 10^{-25}}} = 2{,}10 \times 10^4 \ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Les ions sortent à environ $21 \ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$: c'est une vitesse très grande à notre échelle, mais elle reste très inférieure à la célérité de la lumière ($3{,}00 \times 10^8 \ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), environ $14\,000$ fois plus grande.

$$\boxed{v_B = 2{,}10 \times 10^4 \ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

MÉTHODE
« Commenter » une vitesse : la comparer à une référence connue, ici la célérité de la lumière. Comme $v_B \ll c$, l'expression $\frac{1}{2}\,m\,v^2$ de l'énergie cinétique reste valable.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Donner l'expression de la quantité de mouvement $\overrightarrow{p_1}$ de l'atome éjecté et celle, $\overrightarrow{p_2}$, de la sonde de masse $(M_S - m)$ après l'éjection.

La quantité de mouvement d'un système est le produit de sa masse par son vecteur vitesse.

$\overrightarrow{p_1} = m\,\overrightarrow{v_B}$ et $\overrightarrow{p_2} = (M_S - m)\,\overrightarrow{v_S}$

COMPRENDRE
La quantité de mouvement et sa conservation étaient au programme du bac S. Elles ne figurent plus dans le programme actuel de spécialité, où la deuxième loi de Newton s'écrit avec $m\,\vec{a}$.

1.3.2 Justifier la conservation de la quantité de mouvement du système {sonde + atome de xénon} et l'égalité $\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = \vec{0}$.

Loin de tout astre, le système {sonde + atome de xénon} ne subit aucune force extérieure : il est isolé.

Dans le référentiel R supposé galiléen, la deuxième loi de Newton donne $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$: la quantité de mouvement $\vec{p}$ du système se conserve.

Avant l'éjection, le système est immobile dans R : $\vec{p}_{\text{avant}} = \vec{0}$. Après l'éjection : $\vec{p}_{\text{après}} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2}$.

$\vec{p}_{\text{après}} = \vec{p}_{\text{avant}}$, donc $\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = \vec{0}$

PIÈGE
La force qui éjecte l'atome est intérieure au système {sonde + atome} : elle ne modifie pas sa quantité de mouvement totale. Seules les forces extérieures comptent.

1.3.3 En déduire l'expression de v_S en fonction de v_B, M_S et m.

$\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = \vec{0}$ s'écrit $(M_S - m)\,\overrightarrow{v_S} = -\,m\,\overrightarrow{v_B}$: les deux vitesses sont de sens opposés, comme sur le schéma.

En valeur : $(M_S - m)\,v_S = m\,v_B$

$$v_S = \frac{m\,v_B}{M_S - m}$$

1.3.4 Calculer la valeur de v_S et commenter le résultat.

Données utiles $v_B = 2{,}1 \times 10^4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $M_S = 1240$ kg ; $m = 2{,}18 \times 10^{-25}$ kg

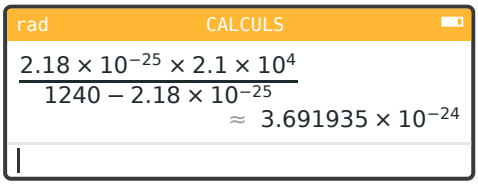
$$v_S = \frac{2{,}18 \times 10^{-25} \times 2{,}1 \times 10^4}{1240 - 2{,}18 \times 10^{-25}} = 3{,}7 \times 10^{-24}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Cette vitesse est infime : un seul atome, de masse dérisoire devant celle de la sonde, ne la met pratiquement pas en mouvement. Il faut éjecter un nombre immense d'atomes, pendant longtemps, pour obtenir une vitesse notable.

$v_S = 3{,}7 \times 10^{-24}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme v_B. Au dénominateur, m est négligeable devant M_S : $v_S \approx \dfrac{m}{M_S}\,v_B$ donne le même résultat.

À LA CALCULATRICE



1.3.5 La sonde a une réserve de 450 kg de xénon. Indiquer pendant combien d'années le moteur ionique peut fonctionner.

Données utiles consommation : 3,3 mg de xénon par seconde

Le débit est constant : $\Delta t = \dfrac{\text{masse de la réserve}}{\text{masse éjectée par seconde}}$, avec $450\ \text{kg} = 450 \times 10^3\ \text{g}$ et $3{,}3\ \text{mg} = 3{,}3 \times 10^{-3}\ \text{g}$.

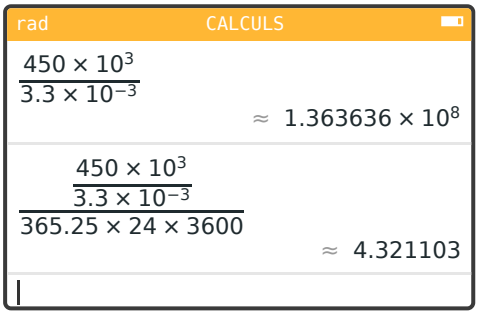
$$\Delta t = \frac{450 \times 10^3}{3{,}3 \times 10^{-3}} = 1{,}4 \times 10^8\ \text{s}$$

Une année dure $365{,}25 \times 24 \times 3600\ \text{s}$, d'où $\Delta t = \dfrac{1{,}4 \times 10^8}{365{,}25 \times 24 \times 3600} = 4{,}3\ \text{ans}$.

Le moteur peut fonctionner environ $4{,}3$ ans en continu.

PIÈGE
Mélanger kilogrammes et milligrammes : les deux masses doivent être dans la même unité avant de diviser. Il y a un facteur 10^6 entre les deux.

À LA CALCULATRICE



1.3.6 Bien que rare et cher, le xénon a été choisi comme gaz de propulsion. À l'aide des données, indiquer deux arguments pour justifier ce choix.

Données utiles tableau : énergies d'ionisation (eV) et propriétés des six éléments testés

- Le xénon est **inerte** : contrairement au sodium, au mercure et au césium, il n'est ni corrosif ni toxique, donc il n'abîme pas le moteur.
- Parmi les trois gaz inertes, c'est celui dont l'**énergie d'ionisation est la plus faible** : 12,1 eV contre 14,0 eV pour le krypton et 15,8 eV pour l'argon. Produire les ions coûte donc moins d'énergie.

Le xénon est inerte et il est le plus facile à ioniser des gaz inertes testés.

PIÈGE
Écrire que le xénon a la plus faible énergie d'ionisation du tableau est faux : le césium (3,89 eV) et le sodium (5,14 eV) s'ionisent plus facilement, mais ils sont corrosifs.

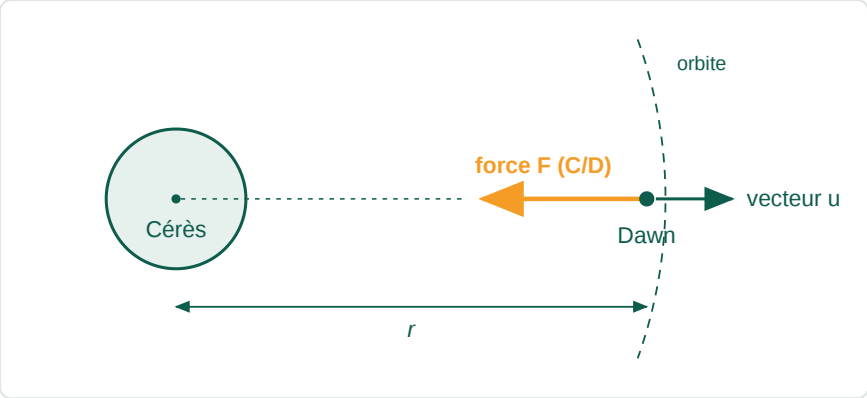
2.1 Donner les caractéristiques de la force exercée par Cérès sur la sonde Dawn, de masse M_D. Faire un schéma représentant cette force.

C'est la force d'interaction gravitationnelle $\overrightarrow{F}_{C/D}$:

- point d'application : le centre de la sonde Dawn ;
- direction : la droite passant par les centres de Cérès et de Dawn ;
- sens : de Dawn vers Cérès (force attractive) ;
- valeur : $F_{C/D} = G\dfrac{M_C\,M_D}{r^2}$, où r est la distance entre les deux centres.

$\overrightarrow{F}_{C/D} = -\,G\dfrac{M_C\,M_D}{r^2}\,\vec{u}$, avec $\vec{u}$ vecteur unitaire dirigé de Cérès vers Dawn.

PIÈGE
La distance r se mesure entre les centres : $r = R + h$, et non l'altitude h seule. Le schéma doit montrer une flèche partant de Dawn et pointant vers Cérès.



2.1 · Force exercée par Cérès sur la sonde Dawn

2.2 Montrer que, dans le cas d'un mouvement circulaire, le mouvement de la sonde Dawn autour de Cérès est uniforme.

Système {sonde Dawn}, de masse M_D constante (moteurs désactivés) ; référentiel lié au centre de Cérès, supposé galiléen ; seule force : $\overrightarrow{F}_{C/D}$.

Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{F}_{C/D} = M_D\,\vec{a}$. Dans le repère de Frenet $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$, la force est dirigée vers le centre de Cérès, donc :

$$\vec{a} = \frac{G\,M_C}{r^2}\,\vec{u}_N$$

Or, pour un mouvement circulaire de rayon r : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\,\vec{u}_N + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$.

Par identification selon $\vec{u}_T$:

$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: la valeur de la vitesse est constante, le mouvement circulaire est **uniforme**.

PIÈGE
Dire que l'accélération est constante est faux : sa direction change sans cesse. C'est l'absence de composante tangentielle qui prouve que la vitesse garde la même valeur.

2.3 Établir que la vitesse de la sonde sur son orbite de rayon r est $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_C}{r}}$.

On identifie cette fois les deux expressions de $\vec{a}$ (2.2) selon $\vec{u}_N$:

$$\frac{v^2}{r} = \frac{G\,M_C}{r^2} \quad \text{soit} \quad v^2 = \frac{G\,M_C}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_C}{r}}$$

COMPRENDRE
La masse M_D de la sonde n'intervient pas : tout objet placé sur cette orbite aurait la même vitesse.

2.4 En déduire l'expression de la troisième loi de Kepler.

Le mouvement étant uniforme, la sonde parcourt la circonférence $2\pi r$ pendant une période T : $v = \dfrac{2\pi r}{T}$, soit $T = \dfrac{2\pi r}{v}$.

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = 4\pi^2 r^2 \times \frac{r}{G\,M_C} = \frac{4\pi^2 r^3}{G\,M_C}$$

$\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_C}$: le rapport $\dfrac{T^2}{r^3}$ est le même pour tous les satellites de Cérès (troisième loi de Kepler).

MÉTHODE
Pour obtenir la loi de Kepler sur une orbite circulaire : écrire $T = 2\pi r/v$, élever au carré, puis remplacer v^2 par son expression.

2.5 Déterminer une valeur de la masse de l'astéroïde Cérès dans le cadre de l'hypothèse d'un mouvement circulaire. Commenter.

Données utiles $R = 470$ km ; altitude $h = 13\,500$ km ; $T = 15$ jours ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; valeur donnée : $M_C = (9{,}46 \pm 0{,}04) \times 10^{20}$ kg

D'après la troisième loi de Kepler (2.4) : $M_C = \dfrac{4\pi^2 r^3}{G\,T^2}$

$r = R + h = 470 + 13\,500 = 13\,970\ \text{km} = 1{,}397 \times 10^7\ \text{m}$ et $T = 15 \times 24 \times 3600 = 1{,}296 \times 10^6\ \text{s}$

$$M_C = \frac{4\pi^2 \times (1{,}397 \times 10^7)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (1{,}296 \times 10^6)^2} = 9{,}6 \times 10^{20}\ \text{kg}$$

La valeur obtenue est proche de la valeur donnée (écart d'environ 1,6 %), mais elle sort de l'intervalle $[9{,}42 ; 9{,}50] \times 10^{20}$ kg. L'écart s'explique par les valeurs arrondies de la période (15 jours) et de l'altitude moyenne, et par l'orbite qui n'est que quasi circulaire.

$M_C = 9{,}6 \times 10^{20}$ kg, résultat cohérent avec la valeur donnée compte tenu de la précision des mesures.

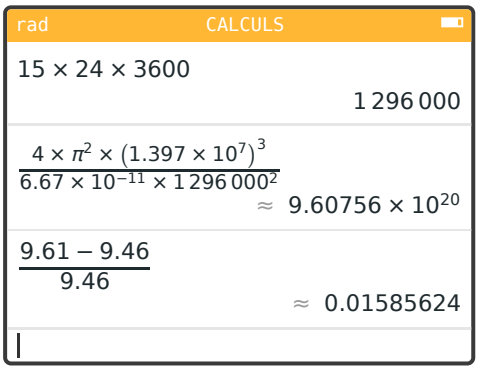
PIÈGE

Prendre $r = 13\,500$ km en oubliant le rayon de Cérès, ou laisser T en jours et r en kilomètres : avec G en unités SI, il faut des mètres et des secondes.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs seulement, car la période n'est connue qu'à deux chiffres. Comme T est au carré, une demi-journée d'erreur sur T change M_C d'environ 7 %.

À LA CALCULATRICE



Des bonbons salés à la réglisse

Bac S 2018 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Expliquer pourquoi la réaction support du titrage est qualifiée d'acido-basique, en précisant les couples mis en jeu.

Au cours de la réaction, l'ion ammonium NH_4^+ cède un ion hydrogène H^+ : c'est un acide. L'ion hydroxyde HO^- capte cet ion H^+ : c'est une base.

Il y a transfert d'un ion H^+ entre l'acide d'un couple et la base d'un autre couple : la réaction est acido-basique.

Couples mis en jeu : NH_4^+/NH_3 et H_2O/HO^-.

PIÈGE
Un couple s'écrit toujours acide/base. Ici l'eau est l'acide du couple H_2O/HO^- ; ne pas citer H_3O^+/H_2O, qui n'intervient pas dans cette équation.

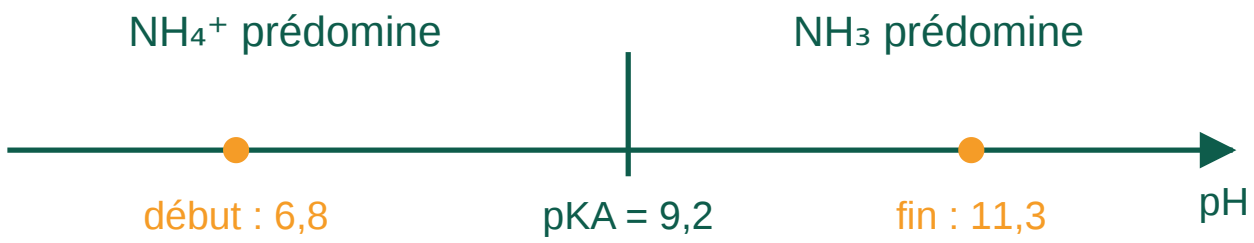
2.1 À l'aide de la figure 1, déterminer l'espèce prédominante du couple NH_4^+/NH_3 au début et à la fin du titrage. Justifier.

Données utiles $pK_A(NH_4^+/NH_3) = 9{,}2$; figure 1

Si $pH < pK_A$, l'acide NH_4^+ prédomine ; si $pH > pK_A$, la base NH_3 prédomine.

Lecture de la figure 1 : au début ($V = 0$), $pH \approx 6{,}8 < 9{,}2$; à la fin ($V = 20$ mL), $pH \approx 11{,}3 > 9{,}2$.

Au début, NH_4^+ prédomine ; à la fin, NH_3 prédomine.



2.1 · Diagramme de prédominance du couple, avec les pH lus au début et à la fin du titrage

2.2 En déduire que la transformation chimique décrite par l'équation de la réaction du titrage a bien eu lieu.

Au début, le couple est surtout présent sous sa forme acide NH_4^+ ; à la fin, il est surtout sous sa forme basique NH_3.

Les ions NH_4^+ ont donc été consommés et l'ammoniac NH_3 s'est formé au fur et à mesure de l'ajout des ions HO^-, comme le prévoit l'équation $NH_4^+ + HO^- \longrightarrow NH_3 + H_2O$.

Le réactif NH_4^+ a été converti en produit NH_3 : la transformation a bien eu lieu.

2.3 Indiquer pourquoi ce graphique ne permet pas de déterminer le pourcentage massique en chlorure d'ammonium.

Le pourcentage massique se calcule à partir de la quantité d'ions NH_4^+ titrée, donc à partir du volume équivalent V_E.

Sur une courbe de pH, l'équivalence se repère par un saut de pH (méthode des tangentes parallèles ou maximum de la dérivée $\frac{dpH}{dV}$). Or la courbe de la figure 1 monte régulièrement, sans saut marqué.

Aucun saut de pH n'est repérable : V_E ne peut pas être déterminé avec ce graphique.

2.4 Quel(s) paramètre(s) faut-il faire évoluer pour rendre la courbe de suivi pH-métrique exploitable ?

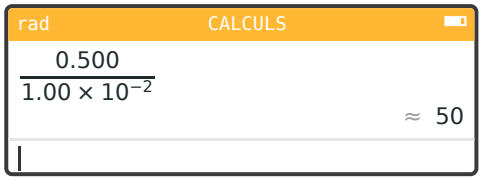
Données utiles simulation 1 : concentrations $1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; simulation 2 : concentrations $0{,}500\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; volume titré $10{,}0$ mL dans les deux cas

Les deux simulations ne diffèrent que par les concentrations des solutions titrée et titrante ; le volume titré est le même.

Avec les solutions diluées (simulation 1), la courbe ressemble à celle des élèves, sans saut net. Avec les solutions 50 fois plus concentrées (simulation 2), un saut de pH net apparaît vers 10 mL.

Il faut augmenter les concentrations de la solution titrée et de la solution titrante.

À LA CALCULATRICE



2.5 Proposer une ou des modifications du protocole du groupe A afin de rendre la courbe de titrage pH-métrique directement exploitable.

Solution titrée plus concentrée : à l'étape 1, dissoudre plusieurs bonbons au lieu d'un seul, dans une fiole jaugée de plus petit volume (par exemple 50,0 mL).

Solution titrante plus concentrée : à l'étape 3, utiliser une solution d'hydroxyde de sodium de concentration voisine de $0{,}5\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, comme dans la simulation 2.

Dissoudre davantage de bonbons dans un volume plus petit et titrer par une solution d'hydroxyde de sodium plus concentrée.

COMPRENDRE

Concentrer seulement la solution titrante ne suffit pas : le volume équivalent deviendrait minuscule, donc très imprécis. Les deux concentrations doivent rester du même ordre de grandeur.

3.1 Interpréter qualitativement le changement de pente observé sur la courbe de conductimétrie et déterminer le volume équivalent.

Données utiles λ en $\text{mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$: HO^- 19,8 ; Cl^- 7,7 ; NH_4^+ 7,3 ; Na^+ 5,0

Les ions Cl^- sont spectateurs : leur quantité ne change pas.

Avant l'équivalence : chaque ion HO^- versé est consommé et fait disparaître un ion NH_4^+, tandis qu'un ion Na^+ arrive dans le bécher. Tout se passe comme si Na^+ remplaçait NH_4^+. Comme $\lambda(Na^+) < \lambda(NH_4^+)$, la conductivité diminue lentement.

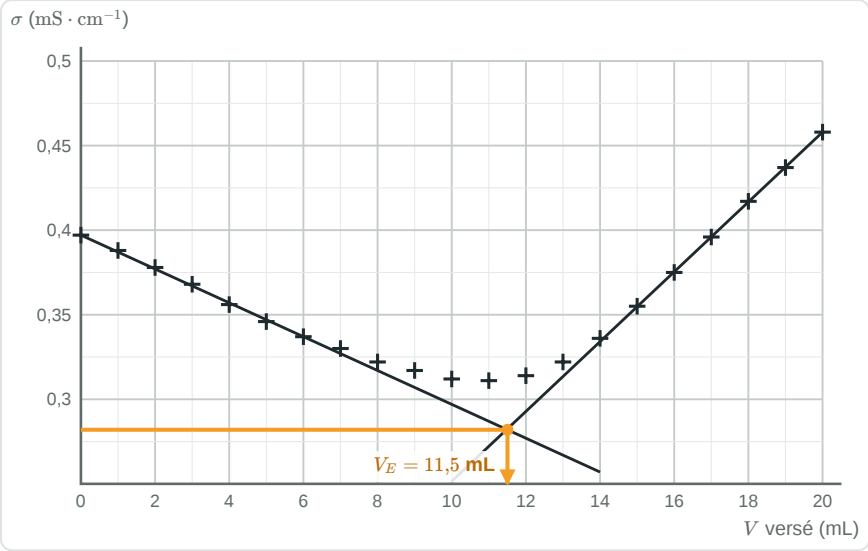
Après l'équivalence : il n'y a plus d'ions NH_4^+. Les ions Na^+ et HO^- versés s'accumulent ; $\lambda(HO^-)$ étant élevée, la conductivité augmente nettement.

On trace la droite moyenne de chaque portion rectiligne ; l'abscisse de leur point d'intersection est le volume équivalent.

$V_E = 11{,}5$ mL

PIÈGE

Le volume équivalent n'est pas l'abscisse du minimum des points (vers 11 mL) : la courbe s'arrondit près de l'équivalence. Tracer les droites sur les points éloignés de cette zone.



3.1 · Figure 4 du sujet : les deux droites moyennes se coupent au volume équivalent

3.2 En déduire que le pourcentage massique en chlorure d'ammonium dans le bonbon est proche de l'indication donnée par l'étiquette du paquet.

Données utiles $V_E = 11{,}5$ mL (3.1) ; $C_B = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; prise d'essai $40{,}0$ mL ; fiole $250{,}0$ mL ; $M = 53{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; masse du bonbon $1{,}0$ g ; étiquette : 4,2 %

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques (un pour un) :

$n(\text{NH}_4^+)_{\text{titré}} = n(\text{HO}^-)_{\text{versé}} = C_B\,V_E = 1{,}00 \times 10^{-2} \times 11{,}5 \times 10^{-3} = 1{,}15 \times 10^{-4}\ \text{mol}$

Seuls 40,0 mL des 250,0 mL de S_0 ont été titrés. Dans la fiole :

$$n(\text{NH}_4^+)_{S_0} = \frac{250{,}0}{40{,}0} \times 1{,}15 \times 10^{-4} = 7{,}19 \times 10^{-4}\ \text{mol}$$

D'après l'équation de dissolution, une mole de NH_4Cl libère une mole de NH_4^+ : $n(\text{NH}_4\text{Cl}) = n(\text{NH}_4^+)_{S_0}$.

Masse dans le bonbon : $m(\text{NH}_4\text{Cl}) = n \times M = 7{,}19 \times 10^{-4} \times 53{,}5 = 3{,}85 \times 10^{-2}$ g

Pourcentage massique : $100 \times \dfrac{m(\text{NH}_4\text{Cl})}{m(\text{bonbon})} = 100 \times \dfrac{3{,}85 \times 10^{-2}}{1{,}0} = 3{,}8\ \%$

Écart relatif avec l'étiquette : $\dfrac{4{,}2 - 3{,}8}{4{,}2} \approx 10\ \%$.

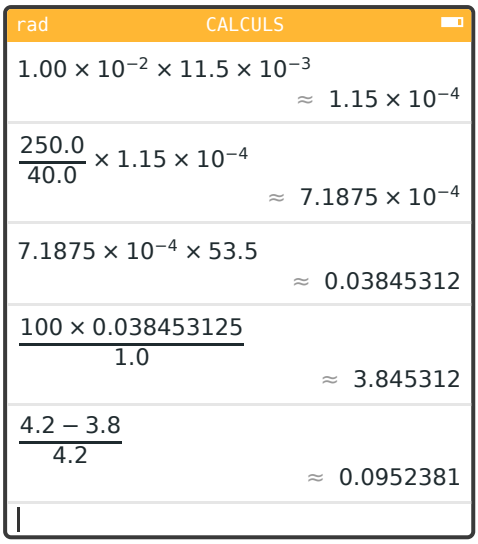
Pourcentage massique : 3,8 %, proche des 4,2 % annoncés (écart d'environ 10 %).

PIÈGE
Oublier le facteur $250{,}0/40{,}0$: la quantité titrée n'est que celle du prélèvement, pas celle du bonbon entier. On trouverait alors 0,62 %.

COMPRENDRE
La masse du bonbon (1,0 g) n'a que deux chiffres significatifs : le pourcentage s'écrit 3,8 %. Les calculs intermédiaires gardent trois chiffres pour ne pas cumuler les arrondis.

MÉTHODE
Titrage d'un prélèvement : 1) relation à l'équivalence ; 2) passage du prélèvement à la solution mère par le rapport des volumes ; 3) masse par $m = n\,M$; 4) comparaison à la valeur de référence.

À LA CALCULATRICE



3.3 Mise à part l'erreur sur le volume équivalent, indiquer une autre source possible d'erreur sur la détermination du pourcentage massique.

Une seule source est demandée, par exemple : la masse du bonbon n'est donnée qu'avec deux chiffres significatifs (1,0 g), soit une incertitude relative de plusieurs pour cent qui se reporte sur le pourcentage.

Autres réponses possibles : dissolution incomplète du bonbon ou perte de matière lors du transfert dans la fiole ; ajustement imprécis au trait de jauge de la fiole ou de la pipette ; concentration de la solution d'hydroxyde de sodium connue avec une certaine incertitude.

Source d'erreur possible : la masse du bonbon, connue avec seulement deux chiffres significatifs.

Spécialité : Formation d'une cavité souterraine du gouffre de Padirac

Bac S 2018 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Vérifier que le volume d'eau de pluie qui s'infiltre en 2015 à travers une surface égale à celle de l'ouverture du gouffre est de l'ordre de 6×10^5 L.

Données utiles diamètre d'ouverture $D = 35$ m ; 70 % des précipitations s'infiltrent ; 1 mm de précipitations = 1 L d'eau par m² ; diagramme des précipitations mensuelles de 2015

Lecture du diagramme, mois par mois (en mm) : 60 ; 55 ; 58 ; 85 ; 90 ; 80 ; 57 ; 60 ; 80 ; 80 ; 75 ; 72.

Hauteur d'eau tombée en 2015 : $h = 852 \text{ mm} \approx 8{,}5 \times 10^2 \text{ mm}$, soit $8{,}5 \times 10^2$ L d'eau par m² de sol.

Surface de l'ouverture (disque de rayon $r = \dfrac{D}{2} = 17{,}5$ m) : $S = \pi r^2 = \pi \times 17{,}5^2 = 9{,}6 \times 10^2 \text{ m}^2$

Volume d'eau tombé sur cette surface : $V_{\text{pluie}} = 8{,}5 \times 10^2 \times 9{,}6 \times 10^2 = 8{,}2 \times 10^5$ L

Volume infiltré (70 %) : $V = 0{,}70 \times V_{\text{pluie}} = 0{,}70 \times 8{,}2 \times 10^5 = 5{,}7 \times 10^5$ L

$V = 5{,}7 \times 10^5$ L, bien de l'ordre de 6×10^5 L.

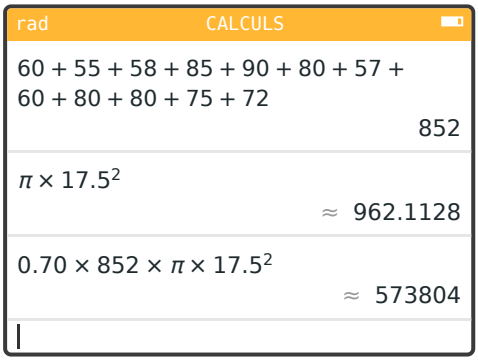
PIÈGE

Utiliser le diamètre à la place du rayon dans πr^2 : le volume est alors multiplié par 4. Oublier le facteur 0,70 donne 8×10^5 L, qui n'est pas la valeur attendue.

COMPRENDRE

La lecture des barres se fait à quelques millimètres près : deux chiffres significatifs suffisent, comme pour D. Une hauteur d'eau en mm est un volume par unité de surface, en $\text{L} \cdot \text{m}^{-2}$.

À LA CALCULATRICE



2 Montrer que la masse maximale de calcite « dissoute » par litre d'eau de pluie est de l'ordre de 0,3 g. Problème : estimer le nombre d'années nécessaires à la formation d'une cavité semblable au gouffre de Padirac et commenter le résultat.

Données utiles solubilité de la calcite : 3 ; 1 ; 0,6 ; 0,2 $\text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ pour pH = 4,5 ; 5,0 ; 5,5 ; 6,0 ; $M(\text{C}) = 12{,}0$, $M(\text{O}) = 16{,}0$, $M(\text{Ca}) = 40{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $\rho = 2{,}7 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $D = 35$ m ; $H = 103$ m ; $V = 6 \times 10^5$ L par an (Q1)

Question 2. Entre pH = 4,5 et pH = 6, la solubilité la plus grande est celle du pH le plus acide : $s_{\text{max}} = 3\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1} = 3 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à pH = 4,5.

Masse molaire : $M(\text{CaCO}_3) = 40{,}1 + 12{,}0 + 3 \times 16{,}0 = 100{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse maximale dissoute dans $V_0 = 1$ L : $m_{\text{max}} = s_{\text{max}} \times V_0 \times M(\text{CaCO}_3) = 3 \times 10^{-3} \times 1 \times 100{,}1 = 0{,}3$ g

$m_{\text{max}} = 0{,}3$ g par litre d'eau de pluie, valeur attendue.

Problème. Démarche : on compare le volume de roche à faire disparaître au volume de calcite emporté chaque année par l'eau infiltrée.

Masse de calcite dissoute en un an. Chaque litre d'eau infiltrée emporte au plus 0,3 g de calcite :

$m_{\text{an}} = m_{\text{max}} \times V = 0{,}3 \times 6 \times 10^5 = 1{,}8 \times 10^5\ \text{g} = 1{,}8 \times 10^2\ \text{kg}$

Volume de roche correspondant. $\rho = \dfrac{m_{\text{an}}}{V_{\text{an}}}$ donc $V_{\text{an}} = \dfrac{m_{\text{an}}}{\rho} = \dfrac{1{,}8 \times 10^2}{2{,}7 \times 10^3} = 6{,}7 \times 10^{-2}\ \text{m}^3$ par an

Volume de la cavité. Cylindre de rayon $r = 17{,}5$ m et de hauteur $H = 103$ m :

$V_{\text{cav}} = \pi r^2 H = \pi \times 17{,}5^2 \times 103 = 9{,}9 \times 10^4\ \text{m}^3$

Durée de formation.

$$\Delta t = \frac{V_{\text{cav}}}{V_{\text{an}}} = \frac{9{,}9 \times 10^4}{6{,}7 \times 10^{-2}} = 1{,}5 \times 10^6\ \text{ans}$$

$\Delta t \approx 1{,}5 \times 10^6$ ans : il faut de l'ordre d'un à deux millions d'années.

Commentaire.

- Cette durée est très longue à l'échelle humaine mais cohérente avec celle des phénomènes géologiques.
- C'est une durée minimale : on a pris la solubilité maximale (pH = 4,5) et supposé l'eau saturée en calcite. À pH = 6, la solubilité est 15 fois plus faible et la durée 15 fois plus longue.
- Ce n'est qu'un ordre de grandeur : on suppose les précipitations de 2015 et le taux d'infiltration inchangés pendant toute la durée, une roche de calcite pure et une cavité cylindrique.

PIÈGE
Unités : la masse dissoute est en grammes, la masse volumique en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Sans conversion en kilogrammes, le volume annuel est mille fois trop grand et la durée mille fois trop courte.

COMPRENDRE
La surface de l'ouverture intervient dans l'eau infiltrée et dans le volume de la cavité : elle se simplifie. Le résultat est le temps mis par l'eau pour creuser 103 m de roche, quel que soit le diamètre.

MÉTHODE
Résolution de problème : annoncer la démarche, nommer chaque grandeur intermédiaire, écrire la relation littérale avant le calcul, puis conclure par une phrase. Une démarche claire rapporte des points même si le résultat final est faux.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$3 \times 10^{-3} \times (40.1 + 12.0 + 3 \times 16.0)$
≈ 0.3003

$$\frac{\frac{0.3 \times 6 \times 10^5}{1000}}{2.7 \times 10^3}$$
≈ 0.06666667

$\pi \times 17.5^2 \times 103$
≈ 99097.61

$$\frac{\pi \times 17.5^2 \times 103}{\frac{\frac{0.3 \times 6 \times 10^5}{1000}}{2.7 \times 10^3}}$$
≈ 1486464