Spécialité : Formation d'une cavité souterraine du gouffre de Padirac

Bac S 2018 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Vérifier que le volume d'eau de pluie qui s'infiltre en 2015 à travers une surface égale à celle de l'ouverture du gouffre est de l'ordre de 6×10^5 L.

Données utiles diamètre d'ouverture $D = 35$ m ; 70 % des précipitations s'infiltrent ; 1 mm de précipitations = 1 L d'eau par m² ; diagramme des précipitations mensuelles de 2015

Lecture du diagramme, mois par mois (en mm) : 60 ; 55 ; 58 ; 85 ; 90 ; 80 ; 57 ; 60 ; 80 ; 80 ; 75 ; 72.

Hauteur d'eau tombée en 2015 : $h = 852 \text{ mm} \approx 8{,}5 \times 10^2 \text{ mm}$, soit $8{,}5 \times 10^2$ L d'eau par m² de sol.

Surface de l'ouverture (disque de rayon $r = \dfrac{D}{2} = 17{,}5$ m) : $S = \pi r^2 = \pi \times 17{,}5^2 = 9{,}6 \times 10^2 \text{ m}^2$

Volume d'eau tombé sur cette surface : $V_{\text{pluie}} = 8{,}5 \times 10^2 \times 9{,}6 \times 10^2 = 8{,}2 \times 10^5$ L

Volume infiltré (70 %) : $V = 0{,}70 \times V_{\text{pluie}} = 0{,}70 \times 8{,}2 \times 10^5 = 5{,}7 \times 10^5$ L

$V = 5{,}7 \times 10^5$ L, bien de l'ordre de 6×10^5 L.

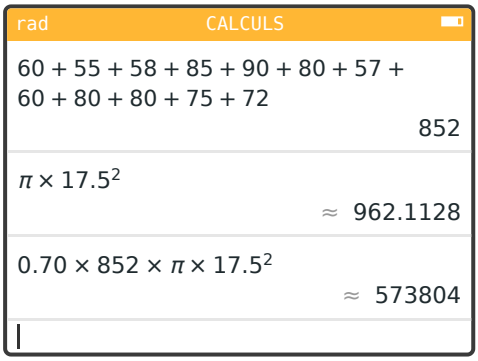
PIÈGE

Utiliser le diamètre à la place du rayon dans πr^2 : le volume est alors multiplié par 4. Oublier le facteur 0,70 donne 8×10^5 L, qui n'est pas la valeur attendue.

COMPRENDRE

La lecture des barres se fait à quelques millimètres près : deux chiffres significatifs suffisent, comme pour D. Une hauteur d'eau en mm est un volume par unité de surface, en $\text{L} \cdot \text{m}^{-2}$.

À LA CALCULATRICE



2 Montrer que la masse maximale de calcite « dissoute » par litre d'eau de pluie est de l'ordre de 0,3 g. Problème : estimer le nombre d'années nécessaires à la formation d'une cavité semblable au gouffre de Padirac et commenter le résultat.

Données utiles solubilité de la calcite : 3 ; 1 ; 0,6 ; 0,2 $\text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ pour pH = 4,5 ; 5,0 ; 5,5 ; 6,0 ; $M(\text{C}) = 12{,}0$, $M(\text{O}) = 16{,}0$, $M(\text{Ca}) = 40{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $\rho = 2{,}7 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $D = 35$ m ; $H = 103$ m ; $V = 6 \times 10^5$ L par an (Q1)

Question 2. Entre pH = 4,5 et pH = 6, la solubilité la plus grande est celle du pH le plus acide : $s_{\max} = 3\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1} = 3 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à pH = 4,5.

Masse molaire : $M(\text{CaCO}_3) = 40{,}1 + 12{,}0 + 3 \times 16{,}0 = 100{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse maximale dissoute dans $V_0 = 1$ L : $m_{\max} = s_{\max} \times V_0 \times M(\text{CaCO}_3) = 3 \times 10^{-3} \times 1 \times 100{,}1 = 0{,}3$ g

$m_{\max} = 0{,}3$ g par litre d'eau de pluie, valeur attendue.

Problème. Démarche : on compare le volume de roche à faire disparaître au volume de calcite emporté chaque année par l'eau infiltrée.

Masse de calcite dissoute en un an. Chaque litre d'eau infiltrée emporte au plus 0,3 g de calcite :

$m_{\text{an}} = m_{\max} \times V = 0{,}3 \times 6 \times 10^5 = 1{,}8 \times 10^5\ \text{g} = 1{,}8 \times 10^2\ \text{kg}$

Volume de roche correspondant. $\rho = \dfrac{m_{\text{an}}}{V_{\text{an}}}$ donc $V_{\text{an}} = \dfrac{m_{\text{an}}}{\rho} = \dfrac{1{,}8 \times 10^2}{2{,}7 \times 10^3} = 6{,}7 \times 10^{-2}\ \text{m}^3$ par an

Volume de la cavité. Cylindre de rayon $r = 17{,}5$ m et de hauteur $H = 103$ m :

$V_{\text{cav}} = \pi r^2 H = \pi \times 17{,}5^2 \times 103 = 9{,}9 \times 10^4\ \text{m}^3$

Durée de formation.

$$\Delta t = \frac{V_{\text{cav}}}{V_{\text{an}}} = \frac{9{,}9 \times 10^4}{6{,}7 \times 10^{-2}} = 1{,}5 \times 10^6\ \text{ans}$$

$\Delta t \approx 1{,}5 \times 10^6$ ans : il faut de l'ordre d'un à deux millions d'années.

Commentaire.

- Cette durée est très longue à l'échelle humaine mais cohérente avec celle des phénomènes géologiques.
- C'est une durée minimale : on a pris la solubilité maximale (pH = 4,5) et supposé l'eau saturée en calcite. À pH = 6, la solubilité est 15 fois plus faible et la durée 15 fois plus longue.
- Ce n'est qu'un ordre de grandeur : on suppose les précipitations de 2015 et le taux d'infiltration inchangés pendant toute la durée, une roche de calcite pure et une cavité cylindrique.

PIÈGE
Unités : la masse dissoute est en grammes, la masse volumique en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Sans conversion en kilogrammes, le volume annuel est mille fois trop grand et la durée mille fois trop courte.

COMPRENDRE
La surface de l'ouverture intervient dans l'eau infiltrée et dans le volume de la cavité : elle se simplifie. Le résultat est le temps mis par l'eau pour creuser 103 m de roche, quel que soit le diamètre.

MÉTHODE
Résolution de problème : annoncer la démarche, nommer chaque grandeur intermédiaire, écrire la relation littérale avant le calcul, puis conclure par une phrase. Une démarche claire rapporte des points même si le résultat final est faux.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$3 \times 10^{-3} \times (40.1 + 12.0 + 3 \times 16.0)$

≈ 0.3003

$$\frac{\frac{0.3 \times 6 \times 10^5}{1000}}{2.7 \times 10^3}$$

≈ 0.06666667

$\pi \times 17.5^2 \times 103$

≈ 99097.61

$$\frac{\pi \times 17.5^2 \times 103}{\frac{\frac{0.3 \times 6 \times 10^5}{1000}}{2.7 \times 10^3}}$$

≈ 1486464