Spécialité : Hydratation lors d'un marathon

Bac S 2018 Métropole (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Déterminer le volume maximal de boisson isotonique que la marathonienne peut ingérer le jour du marathon pour suivre les recommandations de l'OMS sur les « sucres libres ».

Données utiles besoins énergétiques le jour du marathon : $E = 19 \times 10^3$ kJ ; sucres libres : 68,5 kJ pour 100 mL de boisson ; limite de l'OMS : 10 % des besoins

Énergie maximale que peuvent apporter les sucres libres :

$$E_{max} = \frac{10}{100} \times E = 0{,}10 \times 19 \times 10^3 = 1{,}9 \times 10^3 \text{ kJ}$$

Avec 68,5 kJ dans 100 mL, la boisson fournit $e = 685 \text{ kJ} \cdot \text{L}^{-1}$.

$$V_{max} = \frac{E_{max}}{e} = \frac{1{,}9 \times 10^3}{685} = 2{,}8 \text{ L}$$

$$\boxed{V_{max} = 2{,}8 \text{ L}}$$

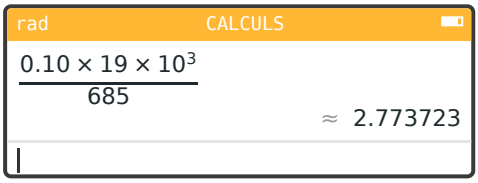
PIÈGE

Diviser par 68,5 sans voir que cette énergie correspond à 100 mL : on obtient alors un nombre de portions de 100 mL (28), pas un volume en litres.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise (19×10^3 kJ). On garde la valeur non arrondie en mémoire pour la suite.

À LA CALCULATRICE



2 Calculer la concentration molaire en bleu brillant de la solution S_5. Problème : la marathonienne compense toute sa perte en eau avec cette seule boisson ; déterminer si elle respecte les recommandations sur les « sucres libres » et sur le bleu brillant.

Données utiles $C_0 = 0{,}100\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_5 = 8{,}0$ mL ; $V = 100{,}0$ mL ; tableau des absorbances ; $A_{boisson} = 0{,}789$; $M = 793\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; DJA : 12,5 mg par kg ; perte en eau : 1,5 à 2,5 L par heure pendant 4 h ; V_{max} (Q1)

Question 2. Lors d'une dilution, la quantité de soluté se conserve : $C_0 \times V_5 = C_5 \times V$.

$$C_5 = \frac{C_0 \times V_5}{V} = \frac{0{,}100 \times 8{,}0}{100{,}0} = 8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\boxed{C_5 = 8{,}0 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

Problème.

Volume de boisson bu. En 4 h, la perte en eau est comprise entre $4 \times 1{,}5 = 6{,}0$ L et $4 \times 2{,}5 = 10$ L. Pour la compenser : $6{,}0\ \text{L} \leqslant V_{bu} \leqslant 10\ \text{L}$.

Sucres libres. Même dans le cas le plus favorable, $V_{bu} = 6{,}0\ \text{L} > V_{max} = 2{,}8\ \text{L}$. L'apport vaut entre $6{,}0 \times 685 = 4{,}1 \times 10^3$ kJ et $10 \times 685 = 6{,}9 \times 10^3$ kJ, soit 22 % à 36 % des besoins : la limite de 10 % est dépassée.

Bleu brillant : concentration dans la boisson. Comme en question 2, $C_i = \dfrac{C_0 \times V_i}{V}$:

Solution	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
C_i ($\mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$)	1,0	2,0	3,0	5,0	8,0	10,0
A	0,134	0,259	0,434	0,745	1,150	1,402
A/C_i ($\text{L} \cdot \mu\text{mol}^{-1}$)	0,134	0,130	0,145	0,149	0,144	0,140

Le rapport A/C_i est à peu près constant : l'absorbance est proportionnelle à la concentration (loi de Beer-Lambert), $A = k \times C$ avec, en moyenne, $k = 0{,}140\ \text{L} \cdot \mu\text{mol}^{-1} = 1{,}40 \times 10^5\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$C = \frac{A_{boisson}}{k} = \frac{0{,}789}{1{,}40 \times 10^5} = 5{,}6 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Concentration massique : $t = C \times M = 5{,}6 \times 10^{-6} \times 793 = 4{,}5 \times 10^{-3}\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$, soit 4,5 mg par litre.

Bleu brillant : masse ingérée. Dans le cas le plus défavorable ($V_{bu} = 10$ L) : $m = t \times V_{bu} = 4{,}5 \times 10 = 45$ mg.

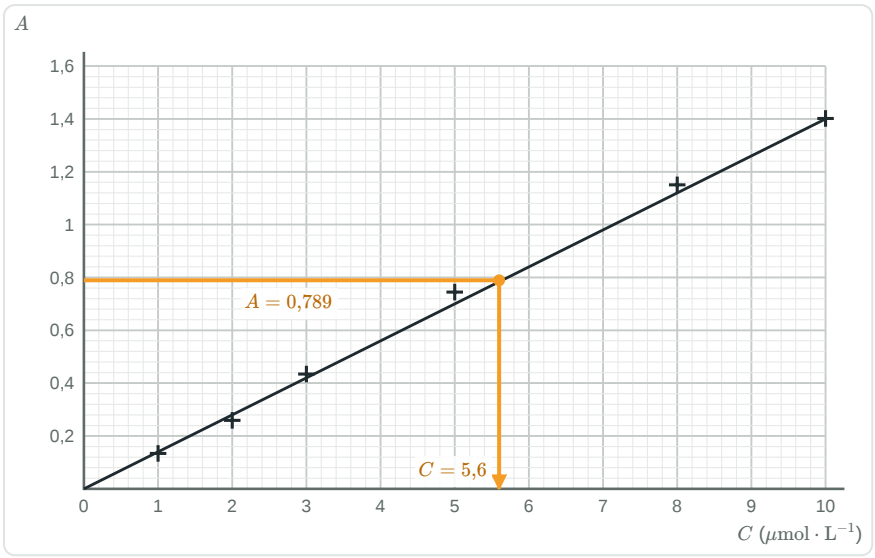
Dose admissible. La masse de la coureuse n'est pas donnée : on l'estime à 60 kg. $m_{DJA} = 12{,}5 \times 60 = 750$ mg. Ainsi $m \ll m_{DJA}$.

La recommandation sur les sucres libres n'est pas respectée (6,0 à 10 L bus pour 2,8 L au maximum) ; celle sur le bleu brillant l'est largement (45 mg au plus pour 750 mg admissibles).

COMPRENDRE
La conclusion ne dépend pas de la masse choisie : 45 mg n'atteindraient la DJA que pour une personne de 3,6 kg. Une donnée manquante s'estime, puis on vérifie que le résultat y est peu sensible.

COMPRENDRE
Dilution, loi de Beer-Lambert et dosage par étalonnage restent au programme actuel. Seule la forme de l'exercice, une résolution de problème réservée à l'enseignement de spécialité de l'ancien bac S, a disparu.

MÉTHODE
Dosage par étalonnage : calculer les concentrations des solutions étalons, vérifier la proportionnalité entre A et C (rapport constant ou droite passant par l'origine), puis en déduire la concentration inconnue, qui doit se situer dans la gamme étalon.



2 · Droite d'étalonnage et lecture de la concentration de la boisson

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.100 \times 8.0}{100.0} \approx 0.008$

$\frac{6.0 \times 685}{19 \times 10^3} \approx 0.2163158$

$\frac{10 \times 685}{19 \times 10^3} \approx 0.3605263$

$\frac{0.134 + 0.1295 + \frac{0.434}{3} + 0.149 + \frac{1.150}{8} + 0.1402}{6} \approx 0.1401861$

$\frac{0.789}{1.40 \times 10^5} \approx 5.635714 \times 10^{-6}$

$5.6 \times 10^{-6} \times 793 \approx 0.0044408$

$12.5 \times 60 \approx 750$