A propos des éclipses solaires

Bac S 2018 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 2 **11 points** **Durée conseillée 1 h 50**

1.1 Partie A. Dans le référentiel géocentrique, quelle est la nature du mouvement d'un point situé sur l'équateur ?

Dans le référentiel géocentrique, un point de l'équateur décrit un cercle, centré sur le centre de la Terre, à vitesse de valeur constante.

Le mouvement est **circulaire uniforme**.

COMPRENDRE
Uniforme ne veut pas dire sans accélération : le vecteur vitesse change de direction à chaque instant.

1.2 Partie A. Montrer que la valeur de la vitesse d'un point situé sur l'équateur est égale à $465\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Données utiles $D_T = 12\,742$ km ; durée d'un tour : 23 h 56 min

En un tour, de durée Δt, le point parcourt le périmètre de l'équateur πD_T :

$$v = \frac{\pi D_T}{\Delta t}$$

$\Delta t = 23 \times 3600 + 56 \times 60 = 86\,160$ s et $D_T = 12\,742 \times 10^3$ m.

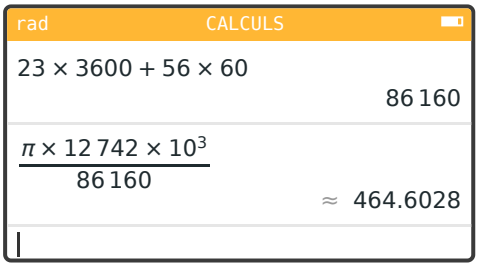
$$v = \frac{\pi \times 12\,742 \times 10^3}{86\,160} = 464{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$v \approx 465\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, valeur attendue.

PIÈGE
Utiliser le diamètre comme un rayon ($2\pi D_T$), garder les kilomètres, ou prendre 24 h : le tour dure un jour sidéral.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : la durée « environ 23 h 56 min » limite la précision. Trois chiffres suffisent, comme la valeur annoncée.

À LA CALCULATRICE



1.3 Partie A. Quelle est la vitesse d'un point de la ville de Columbia, sachant que $V = 465 \times \cos(\alpha)$?

Données utiles latitude de Columbia : $\alpha = 38{,}94^\circ$

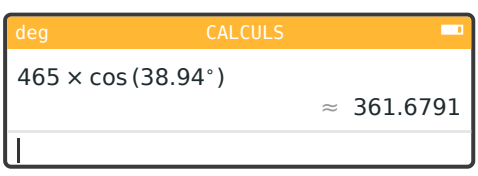
$V = 465 \times \cos(38{,}94^\circ)$

$V = 362\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

PIÈGE
Calculatrice en radians, ou longitude ($92{,}33^\circ$) à la place de la latitude.

COMPRENDRE
Un point de latitude α décrit un cercle de rayon $R_T \cos(\alpha)$ dans le même temps : il va moins vite qu'à l'équateur.

À LA CALCULATRICE



2.1 Partie A. En exploitant la carte, montrer que, dans le référentiel terrestre, la vitesse moyenne V_0 de l'ombre de la Lune sur la Terre vaut environ $750\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Données utiles passage à Salem à 17 h 17, à Charleston à 18 h 47 ; échelle : segment de 500 km

Distance : mesurée à la règle sur la carte, la distance Salem–Charleston vaut environ 8,2 fois la longueur du segment d'échelle.

$L = 8{,}2 \times 500 = 4{,}1 \times 10^3$ km

Durée : $\Delta t = 18\text{ h }47 - 17\text{ h }17 = 1\text{ h }30\text{ min} = 5\,400$ s

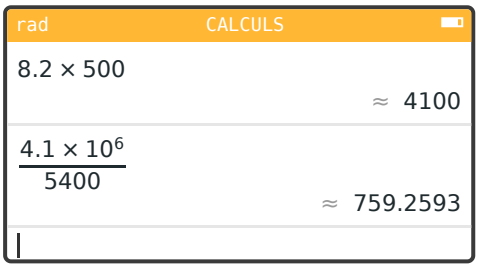
$$V_0 = \frac{L}{\Delta t} = \frac{4{,}1 \times 10^6}{5\,400} = 7{,}6 \times 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$V_0 \approx 7{,}6 \times 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit environ $750\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ compte tenu de la précision de la mesure à la règle.

COMPRENDRE
La mesure entre Columbia et Charleston (27 min de trajet) est acceptée aussi et donne une valeur voisine. La trajectoire étant légèrement courbe, la distance mesurée en ligne droite est un peu sous-estimée.

MÉTHODE
Exploiter une échelle : mesurer le segment d'échelle et la distance cherchée avec la même règle, puis faire le rapport. Choisir les deux points les plus éloignés réduit l'erreur relative de lecture.

À LA CALCULATRICE



2.2 Partie A. À partir de la durée maximale de l'éclipse en un lieu, estimer le diamètre de l'ombre de la Lune sur la Terre. Cette valeur est-elle pertinente au regard de la carte ?

Données utiles $V_0 = 750\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (2.1) ; durée maximale : 2 min 38 s (Columbia)

Pendant la durée τ de l'éclipse en un lieu, l'ombre, qui avance à la vitesse V_0, défile entièrement au-dessus de ce lieu : elle se déplace d'une distance égale à son diamètre D_O.

$D_O = V_0 \times \tau$ avec $\tau = 2 \times 60 + 38 = 158$ s

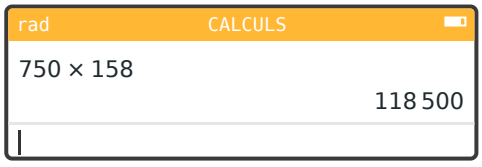
$D_O = 750 \times 158 = 1{,}2 \times 10^5$ m

Sur la carte, la bande grise balayée par l'ombre a une largeur d'environ un quart du segment d'échelle, soit environ 120 km.

$D_O \approx 1{,}2 \times 10^2$ km : valeur pertinente, elle correspond à la largeur de la bande d'ombre sur la carte.

COMPRENDRE
La durée est maximale pour un lieu placé sur la ligne centrale de la bande : il est traversé par un diamètre entier de l'ombre. Sur le bord de la bande, l'éclipse totale est plus brève.

À LA CALCULATRICE



3.1 Partie A. Pourquoi ne tient-on pas compte de la diffraction des rayons lumineux par la Lune ? Argumenter avec des valeurs numériques.

Données utiles $D_L = 3\,474$ km ; lumière visible : λ entre 400 nm et 800 nm

La diffraction par un obstacle de taille a est d'autant plus marquée que le rapport $\dfrac{\lambda}{a}$ est grand.

Ici l'obstacle est la Lune : $a = D_L \approx 3 \times 10^{6}$ m, et la lumière visible a une longueur d'onde $\lambda \approx 6 \times 10^{-7}$ m.

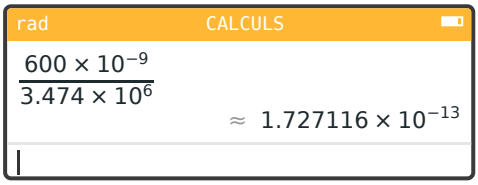
$$\frac{\lambda}{D_L} \approx \frac{6 \times 10^{-7}}{3 \times 10^{6}} \approx 2 \times 10^{-13}$$

La longueur d'onde est environ 10^{13} fois plus petite que l'obstacle : la diffraction est totalement négligeable, la lumière se propage en ligne droite.

PIÈGE
Écrire seulement « la Lune est grande » : l'énoncé exige des valeurs. Il faut comparer λ et D_L dans la même unité.

COMPRENDRE
Ce rapport est l'ordre de grandeur de l'angle de diffraction $\theta \approx \lambda/a$, en radians. C'est ce qui justifie le tracé de l'ombre avec des rayons rectilignes sur le schéma du sujet.

À LA CALCULATRICE

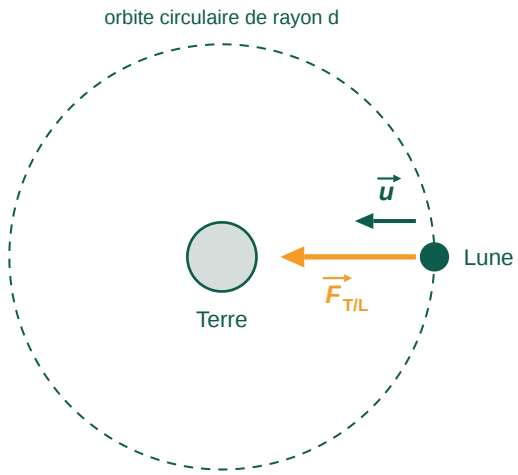


3.2 Partie A. Faire un schéma avec la Terre, la Lune et son orbite circulaire ; représenter la force $\overrightarrow{F_{T/L}}$ et le vecteur unitaire $\vec{u}$ orienté de la Lune vers la Terre.

Voir le schéma : la force $\overrightarrow{F_{T/L}}$ est appliquée au centre de la Lune, portée par la droite Lune–Terre et dirigée vers la Terre (force attractive). Le vecteur $\vec{u}$ a la même direction et le même sens.

$\overrightarrow{F_{T/L}}$ et $\vec{u}$ partent de la Lune et pointent vers le centre de la Terre.

PIÈGE
Faire partir la force de la Terre : $\overrightarrow{F_{T/L}}$ s'exerce sur la Lune, son point d'application est le centre de la Lune.



3.2 · La Lune sur son orbite circulaire autour de la Terre

3.3 Partie A. Donner l'expression vectorielle de $\overrightarrow{F}_{T/L}$.

La Terre et la Lune, à répartition sphérique de masse, ont leurs centres distants de d.

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{T/L} = G\,\frac{M_L\,M_T}{d^2}\,\vec{u}}$$

PIÈGE
Mettre un signe « $-$ » par habitude : ici $\vec{u}$ est orienté de la Lune vers la Terre, dans le sens de la force.

3.4 Partie A. Établir l'expression vectorielle de l'accélération de la Lune en fonction de G, M_T, d et $\vec{u}$.

Système {Lune}, de masse M_L constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : $\overrightarrow{F}_{T/L}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = M_L\,\vec{a}_L$, soit $G\,\dfrac{M_L\,M_T}{d^2}\,\vec{u} = M_L\,\vec{a}_L$.

$$\boxed{\vec{a}_L = \frac{G\,M_T}{d^2}\,\vec{u}}$$

COMPRENDRE
La masse de la Lune se simplifie : l'accélération ne dépend que de l'astre attracteur et de la distance. Elle est dirigée vers le centre de la Terre (centripète).

3.5 Partie A. Montrer que la vitesse de la Lune sur son orbite s'exprime par $V_L = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{d}}$.

Données utiles $\vec{a}_L = \dfrac{G\,M_T}{d^2}\,\vec{u}$ (3.4)

Pour un mouvement circulaire de rayon d, l'accélération s'écrit dans le repère de Frenet, avec $\vec{u}$ dirigé vers le centre et $\vec{t}$ tangent à la trajectoire :

$$\vec{a}_L = \frac{V_L^2}{d}\,\vec{u} + \frac{\mathrm{d}V_L}{\mathrm{d}t}\,\vec{t}$$

Par identification avec le résultat de 3.4 :

selon $\vec{t}$: $\dfrac{\mathrm{d}V_L}{\mathrm{d}t} = 0$, le mouvement est uniforme ;

selon $\vec{u}$: $\dfrac{V_L^2}{d} = \dfrac{G\,M_T}{d^2}$, donc $V_L^2 = \dfrac{G\,M_T}{d}$.

$$\boxed{V_L = \sqrt{\frac{G\,M_T}{d}}\text{, relation attendue.}}$$

MÉTHODE
Orbite circulaire : 1) deuxième loi de Newton ; 2) accélération dans le repère de Frenet ; 3) identification. La composante tangentielle donne l'uniformité, la composante normale donne la vitesse.

3.6 Partie A. Calculer la valeur de la vitesse de la Lune sur son orbite.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $d = 3{,}84 \times 10^{5}$ km

$d = 3{,}84 \times 10^{8}$ m

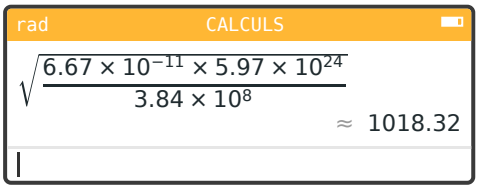
$$V_L = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{3{,}84 \times 10^{8}}}$$

$$\boxed{V_L = 1{,}02 \times 10^{3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$$

PIÈGE
Laisser d en kilomètres : G est en unités SI, la distance doit être en mètres.

COMPRENDRE
Environ $1\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$ dans le référentiel géocentrique. L'ombre va moins vite sur le sol (2.1) car la Terre tourne dans le même sens et emporte l'observateur.

À LA CALCULATRICE



1.1 Partie B. Le spectre donné de la couronne solaire est-il un spectre d'émission ou d'absorption ? Justifier.

Le spectre montre des pics d'intensité lumineuse (He, Fe, Hα) qui se détachent au-dessus d'un fond peu intense : la couronne émet de la lumière à ces longueurs d'onde précises.

C'est un spectre **d'émission** (spectre de raies d'émission).

COMPRENDRE
Un spectre d'absorption montrerait l'inverse : un fond continu intense avec des creux d'intensité aux longueurs d'onde absorbées.

1.2 Partie B. À quel domaine du spectre électromagnétique ce spectre appartient-il ? Justifier.

Les longueurs d'onde du spectre vont d'environ 540 nm à 670 nm. Elles sont comprises entre 400 nm et 800 nm, limites du domaine visible dans le vide.

Le spectre appartient au domaine **visible**.

1.3 Partie B. À quelle transition T1, T2 ou T3 du diagramme énergétique correspond la radiation de l'hélium observée dans le spectre ?

Données utiles $\lambda = 587{,}6$ nm ; $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J·s ; $c = 2{,}998 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}602 \times 10^{-19}$ J

Énergie du photon émis : $\Delta E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$

$$\Delta E = \frac{6{,}626 \times 10^{-34} \times 2{,}998 \times 10^{8}}{587{,}6 \times 10^{-9}} = 3{,}381 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\Delta E = \frac{3{,}381 \times 10^{-19}}{1{,}602 \times 10^{-19}} = 2{,}110 \text{ eV}$$

Écarts d'énergie du diagramme :

T1 : $-1{,}873 - (-3{,}627) = 1{,}754$ eV

T2 : $-1{,}517 - (-3{,}627) = 2{,}110$ eV

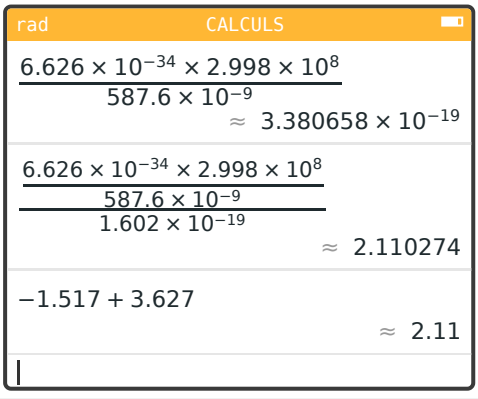
T3 : $-3{,}627 - (-4{,}780) = 1{,}153$ eV

La radiation de l'hélium correspond à la transition **T2** ($\Delta E = 2{,}110$ eV).

PIÈGE
Oublier de convertir les nanomètres en mètres, ou comparer des joules à des électronvolts.

COMPRENDRE
Les données ont quatre chiffres significatifs : on en garde quatre, ce qui permet de trancher sans ambiguïté entre les trois transitions.

À LA CALCULATRICE



1.4 Partie B. Un spectromètre d'incertitude relative $\frac{U(\lambda)}{\lambda} = 10^{-3}$ permet-il de discerner la radiation de l'hélium de celles du sodium (589,0 nm et 589,6 nm) ?

Données utiles $\lambda_{He} = 587{,}6$ nm

$U(\lambda) = 10^{-3} \times \lambda$. Pour les trois raies, voisines de 588 nm : $U(\lambda) = 0{,}6$ nm.

Hélium : $\lambda_{He} = (587{,}6 \pm 0{,}6)$ nm, soit l'intervalle $[587{,}0\ ;\ 588{,}2]$ nm.

Raie du sodium la plus proche : $\lambda_{Na} = (589{,}0 \pm 0{,}6)$ nm, soit $[588{,}4\ ;\ 589{,}6]$ nm.

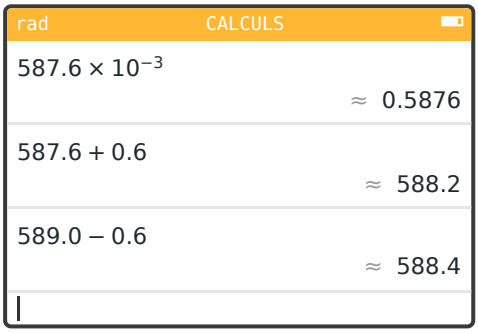
Les deux intervalles n'ont aucune valeur commune ; la raie à 589,6 nm est encore plus éloignée.

Oui : ce spectromètre permet de discerner la radiation de l'hélium de celles du sodium.

COMPRENDRE
Les deux raies du sodium, distantes de 0,6 nm seulement, ont des intervalles qui se recouvrent : ce spectromètre ne les sépare pas l'une de l'autre.

MÉTHODE
Deux mesures sont discernables si leurs intervalles $[\lambda - U\ ;\ \lambda + U]$ ne se recouvrent pas. Une incertitude s'arrondit par excès, avec un seul chiffre significatif.

À LA CALCULATRICE



2.1 Partie B. Comparer les températures de la couronne solaire et de la surface du Soleil.

Données utiles $\lambda_{max} = \frac{2{,}9 \times 10^{-3}}{T}$; $\Delta\lambda = 7{,}2 \times 10^{-7} \times \lambda_0 \times \sqrt{T}$; $\lambda_0 = 656{,}3$ nm (raie Hα)

Surface du Soleil (loi de Wien). Sur le spectre de la surface, le maximum d'intensité est lu à $\lambda_{max} \approx 0{,}46\ \mu$m.

$$T_{surface} = \frac{2{,}9 \times 10^{-3}}{\lambda_{max}} = \frac{2{,}9 \times 10^{-3}}{0{,}46 \times 10^{-6}} = 6{,}3 \times 10^{3}\ \text{K}$$

Couronne (élargissement de la raie Hα). Sur le détail de la raie, la largeur à mi-hauteur vaut une graduation de l'axe : $\Delta\lambda \approx 0{,}5$ nm.

En isolant T : $T_{couronne} = \left(\frac{\Delta\lambda}{7{,}2 \times 10^{-7} \times \lambda_0}\right)^2$

$$T_{couronne} = \left(\frac{0{,}5 \times 10^{-9}}{7{,}2 \times 10^{-7} \times 656{,}3 \times 10^{-9}}\right)^2 = 1{,}1 \times 10^{6}\ \text{K}$$

$$\frac{T_{couronne}}{T_{surface}} = \frac{1{,}1 \times 10^{6}}{6{,}3 \times 10^{3}} \approx 1{,}7 \times 10^{2}$$

$T_{couronne} \approx 1 \times 10^{6}$ K et $T_{surface} \approx 6 \times 10^{3}$ K : la couronne est environ 200 fois plus chaude que la surface.

PIÈGE
Oublier le carré en isolant T, ou mélanger nanomètres et mètres : $\Delta\lambda$ et λ_0 doivent être dans la même unité, λ_{max} en mètres.

COMPRENDRE
Les lectures graphiques sont peu précises : toute valeur de λ_{max} entre 0,43 et 0,50 µm est recevable. Seul l'ordre de grandeur compte, quelques milliers de kelvins contre un million.

COMPRENDRE
La loi de Wien ne figure plus au programme de spécialité de terminale ; ici les deux relations sont fournies, il suffit de les exploiter.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{2.9 \times 10^{-3}}{0.46 \times 10^{-6}} \approx 6304.348$$

$$\left(\frac{0.5 \times 10^{-9}}{7.2 \times 10^{-7} \times 656.3 \times 10^{-9}}\right)^2 \approx 1119619$$

$$\frac{1.1 \times 10^{6}}{6.3 \times 10^{3}} \approx 174.6032$$

2.2 Partie B. À quel problème sont confrontés les astrophysiciens dans l'estimation de ces températures ?

Les températures ne sont pas mesurées directement : elles sont déduites de la lumière reçue, à l'aide de modèles.

- Surface : le spectre réel est irrégulier près de son maximum et le Soleil n'est pas exactement un corps noir ; λ_{max} est repérée avec peu de précision.
- Couronne : sa lumière est très faible devant celle de la surface ; elle n'est observable que lorsque le disque solaire est masqué, lors d'une éclipse. De plus, la raie est bruitée et T dépend du carré de $\Delta\lambda$.

Les deux températures sont estimées indirectement, par deux méthodes différentes et peu précises ; le résultat obtenu, une couronne bien plus chaude que la surface dont elle est issue, est de plus inattendu.

COMPRENDRE

Comme T varie comme $\Delta\lambda^2$, une erreur de 10 % sur la largeur de la raie entraîne environ 20 % d'erreur sur la température de la couronne.