étude du vol d'une balle de golf

Bac S 2018 Asie (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Déterminer l'intervalle de temps Δt qui sépare deux images de la chronophotographie.

Données utiles caméra : 1 000 images par seconde

La caméra prend 1 000 images en une seconde, donc deux images consécutives sont séparées de :

$$\Delta t = \frac{1}{1\,000} = 1{,}00 \times 10^{-3}\ \text{s}$$

$\Delta t = 1{,}00 \times 10^{-3}\ \text{s} = 1{,}00\ \text{ms}$

COMPRENDRE
La durée entre deux images est l'inverse de la fréquence de prise de vue : $\Delta t = \frac{1}{f}$ avec $f = 1\,000$ Hz.

1.2 À quel type de mouvement simple peut être assimilé le mouvement de la balle au début du vol représenté sur la figure 1 ?

Sur la figure 1, les neuf positions de la balle sont alignées : la trajectoire est une droite, le mouvement est rectiligne.

Les positions sont régulièrement espacées alors qu'elles sont prises à intervalles de temps égaux : la valeur de la vitesse est constante, le mouvement est uniforme.

Au début du vol, le mouvement de la balle est **rectiligne uniforme**.

PIÈGE
Donner un seul des deux adjectifs. Chacun se justifie par une observation différente : l'alignement des points pour « rectiligne », l'égalité des écarts pour « uniforme ».

1.3 En prenant en considération l'échelle proposée, déterminer le plus précisément possible la vitesse initiale V_0 de la balle.

Données utiles échelle de la figure 1 : segment représentant 15 cm ; $\Delta t = 1{,}00 \times 10^{-3}$ s (1.1)

Le mouvement étant uniforme, la vitesse est la même sur tout l'enregistrement. Pour limiter l'incertitude de lecture, on mesure la plus grande distance possible : celle qui sépare la 1re et la 9e position, parcourue en 8 intervalles de temps.

$$V_0 = \frac{d}{8\,\Delta t}$$

Mesures à la règle sur la figure : le segment d'échelle mesure environ 3,0 cm pour 15 cm réels ; la distance entre les positions 1 et 9 mesure environ 12,0 cm.

$$d = \frac{12{,}0 \times 15}{3{,}0} = 60\ \text{cm} = 0{,}60\ \text{m}$$

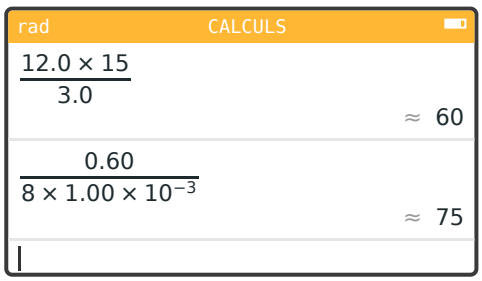
$$V_0 = \frac{0{,}60}{8 \times 1{,}00 \times 10^{-3}}$$

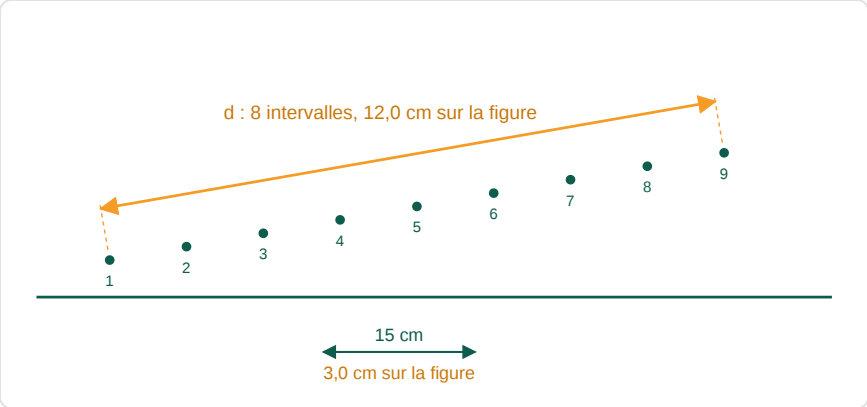
$V_0 \approx 75\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Neuf images, mais huit intervalles de temps. Diviser par $9\,\Delta t$ donne une vitesse trop faible. Penser aussi à convertir d en mètres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement : l'échelle est lue au millimètre près sur 3 cm. Selon la mesure, on trouve entre 73 et 78 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, ce qui s'accorde avec la valeur $75{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ fournie ensuite.

À LA CALCULATRICE





1.3 · Figure 1 : mesure de la distance entre la 1re et la 9e position

2.1 À partir d'une loi dont on donnera le nom, montrer que les composantes du vecteur accélération sont $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

Système : {balle}, de masse m constante. Référentiel terrestre, supposé galiléen. Seule force prise en compte : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ (pas de résistance de l'air).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Dans le repère (Oxy), $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas : $\vec{g} = -g\,\vec{j}$.

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ ». L'axe (Oy) est orienté vers le haut alors que $\vec{g}$ pointe vers le bas.

MÉTHODE
Toute étude de mouvement commence par les mêmes quatre lignes : système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi de Newton. On projette ensuite sur les axes du sujet.

2.2 Déterminer les équations horaires du mouvement.

Données utiles à $t = 0$: balle en O, vitesse $\vec{V}_0$ faisant l'angle θ avec l'horizontale

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de a_x et a_y : $v_x = C_1$ et $v_y = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$, $\vec{v} = \vec{V}_0$ de coordonnées $(V_0 \cos\theta\ ;\ V_0 \sin\theta)$, donc $C_1 = V_0 \cos\theta$ et $C_2 = V_0 \sin\theta$:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = V_0 \cos\theta \\ v_y = -g\,t + V_0 \sin\theta \end{cases}$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$, on intègre une seconde fois : $x = V_0 \cos\theta \cdot t + C_3$ et $y = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + V_0 \sin\theta \cdot t + C_4$.

À $t = 0$, la balle est en O : $C_3 = 0$ et $C_4 = 0$.

$$x(t) = V_0 \cos\theta \cdot t \qquad y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + V_0 \sin\theta \cdot t$$

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration, ou les annuler sans justification. Chacune se détermine avec une condition initiale, qu'il faut écrire.

COMPRENDRE
Le mouvement horizontal est uniforme (v_x constante) ; le mouvement vertical est uniformément accéléré. Les deux sont indépendants.

2.3 Montrer que la portée de la balle s'écrit $x_{max} = 2\dfrac{V_0^2\cos(\theta)\sin(\theta)}{g}$.

La balle retombe sur le sol lorsque $y(t) = 0$:

$$-\frac{1}{2}g\,t^2 + V_0\sin\theta\cdot t = 0 \iff t\left(-\frac{1}{2}g\,t + V_0\sin\theta\right) = 0$$

La solution $t = 0$ correspond au départ. L'autre donne la date du retour au sol : $t_{max} = \dfrac{2\,V_0\sin\theta}{g}$.

La portée est l'abscisse à cette date : $x_{max} = x(t_{max}) = V_0\cos\theta \times \dfrac{2\,V_0\sin\theta}{g}$.

$x_{max} = 2\dfrac{V_0^2\cos(\theta)\sin(\theta)}{g}$: c'est l'expression attendue.

COMPRENDRE
On peut aussi passer par l'équation de la trajectoire $y(x)$ et chercher où elle s'annule : le résultat est le même, le calcul est plus long.

MÉTHODE
Portée d'un tir lancé depuis le sol : 1) résoudre $y(t) = 0$ en factorisant par t ; 2) écarter $t = 0$; 3) reporter la date trouvée dans $x(t)$.

2.4 Déterminer la valeur de la portée x_{max} dans les conditions expérimentales données.

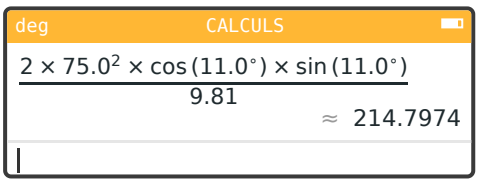
Données utiles $\theta = 11{,}0^\circ$; $V_0 = 75{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$$x_{max} = 2\frac{V_0^2\cos(\theta)\sin(\theta)}{g} = 2\times\frac{75{,}0^2\times\cos(11{,}0^\circ)\times\sin(11{,}0^\circ)}{9{,}81}$$

$x_{max} = 215\ \text{m}$

PIÈGE
Calculatrice réglée en radians : on obtient alors une portée négative, de l'ordre de -5 m. Vérifier le mode degré avant tout calcul d'angle.

À LA CALCULATRICE



2.5 Comparer la portée calculée avec celle annoncée en introduction, et indiquer en quoi la valeur réelle de la portée dans l'air peut sembler surprenante.

Données utiles portée réelle : environ 250 m ; $x_{max} = 215$ m (2.4)

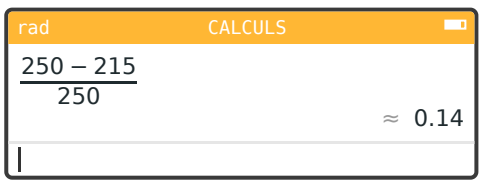
La portée calculée sans résistance de l'air (215 m) est inférieure à la portée réelle (250 m). L'écart vaut $250 - 215 = 35$ m, soit $\dfrac{35}{250} = 14\ \%$ de la portée réelle.

Ce résultat peut surprendre : on s'attend à ce que l'air freine la balle et réduise la portée. La portée réelle devrait alors être plus petite que celle du modèle sans air, et c'est l'inverse qui est observé.

$x_{max} = 215\ \text{m} < 250\ \text{m}$: dans l'air, la balle va plus loin que dans le modèle sans air. L'air ne fait donc pas que freiner la balle.

PIÈGE
Se limiter à « les valeurs sont différentes ». Il faut dire laquelle est la plus grande, chiffrer l'écart, puis expliquer pourquoi le sens de cet écart est inattendu.

À LA CALCULATRICE



3.1 Représenter sur le document réponse les forces modélisant les actions mécaniques s'exerçant sur la balle.

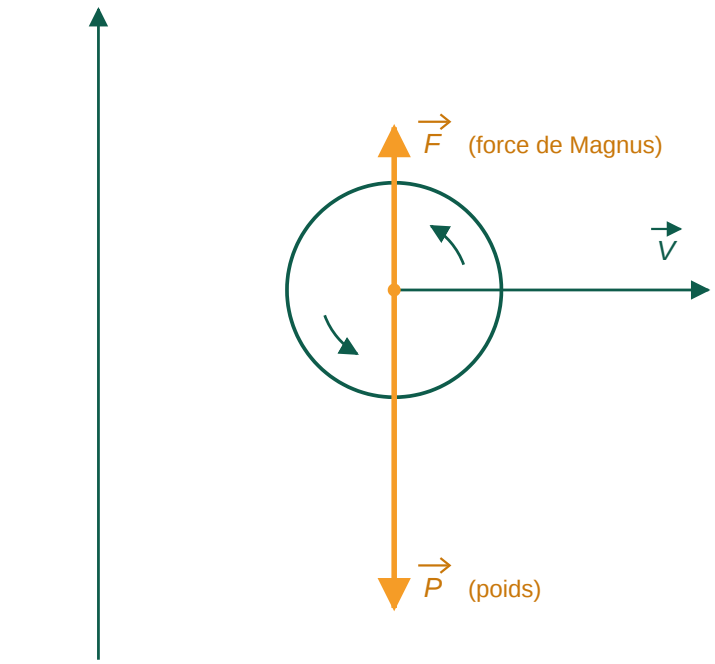
Dans ce modèle, deux forces s'exercent sur la balle, toutes deux appliquées en son centre :

- le poids $\vec{P}$, vertical, dirigé vers le bas ;
- la force $\vec{F}$ due à l'effet Magnus, verticale, dirigée vers le haut.

Les autres effets de l'air sont négligés. La balle retombe : $\vec{F}$ est tracée plus courte que $\vec{P}$.

Deux vecteurs verticaux partant du centre de la balle : $\vec{P}$ vers le bas et $\vec{F}$ vers le haut, avec $F < P$.

PIÈGE
Tracer $\vec{V}$ comme une force, ou ajouter une « force de lancer » : le club ne touche plus la balle. La vitesse n'est pas une action mécanique.



3.1 · Document réponse complété : les deux forces, appliquées au centre de la balle

3.2 En déduire l'expression de la nouvelle composante a_y de l'accélération verticale en fonction de m, g et F.

Deuxième loi de Newton appliquée à la balle dans le référentiel terrestre : $\vec{P} + \vec{F} = m\,\vec{a}$.

En projection sur l'axe vertical (Oy), orienté vers le haut : $-m\,g + F = m\,a_y$.

$$a_y = -g + \frac{F}{m}$$

COMPRENDRE
$\vec{F}$ est verticale, donc $a_x = 0$ comme dans la partie 2. Tout se passe comme si la balle tombait dans une pesanteur plus faible, d'intensité $g - \frac{F}{m}$.

3.3 Estimer la valeur de l'intensité de la force $\vec{F}$ pour retrouver la portée effectivement observée.

Données utiles $m = 46$ g ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $V_0 = 75{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\theta = 11{,}0^\circ$; portée observée : 250 m ; a_y (3.2)

Par rapport à la partie 2, seule change la composante verticale de l'accélération : $-g$ est remplacé par $-\left(g - \dfrac{F}{m}\right)$, les conditions initiales restant identiques. Le calcul de la portée est donc le même, en remplaçant g par $g - \dfrac{F}{m}$:

$$x'_{max} = 2\,\frac{V_0^2\cos(\theta)\sin(\theta)}{g - \dfrac{F}{m}}$$

On isole F : $g - \dfrac{F}{m} = 2\,\dfrac{V_0^2\cos(\theta)\sin(\theta)}{x'_{max}}$ d'où $F = m\left(g - 2\,\dfrac{V_0^2\cos(\theta)\sin(\theta)}{x'_{max}}\right)$

Avec $x'_{max} = 250$ m et $m = 46\times10^{-3}$ kg :

$$F = 46\times10^{-3}\times\left(9{,}81 - 2\times\frac{75{,}0^2\times\cos(11{,}0^\circ)\times\sin(11{,}0^\circ)}{250}\right)$$

$F \approx 6{,}3\times10^{-2}$ N, soit environ 14 % du poids de la balle ($P = m\,g = 0{,}45$ N).

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : la deuxième loi de Newton exige des kilogrammes. Vérifier aussi que $F < P$, sinon la balle ne retomberait pas.

MÉTHODE
Quand un nouveau modèle ne change qu'un paramètre d'une formule déjà établie, on la réutilise par analogie en justifiant la substitution, sans refaire toute la démonstration.

À LA CALCULATRICE

