Spécialité : Tuyau d'orgue

Bac S 2018 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Déterminer la note jouée par le tuyau étudié, avec la meilleure précision possible, en s'assurant que les documents 1 et 2 sont cohérents.

Données utiles $\lambda = 2L$; $v = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$; $\gamma = 1{,}40$; $R = 8{,}314\ \text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; $M = 0{,}0289\ \text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$; $L = 52{,}0$ cm ; $\theta = 20\ ^\circ\text{C}$

Modèle du tuyau. Avec $\lambda = \dfrac{v}{f}$ et $\lambda = 2L$:

$$f = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

À 20 °C, $T = 20 + 273 = 293$ K et $L = 0{,}520$ m :

$$f = \frac{1}{2\times 0{,}520}\sqrt{\frac{1{,}40\times 8{,}314\times 293}{0{,}0289}} = 330\ \text{Hz}$$

Document 1. Pour gagner en précision, on mesure plusieurs périodes : le premier maximum est à $t \approx 2{,}0$ ms, le sixième à $t \approx 17{,}1$ ms, donc $5T \approx 15{,}1$ ms.

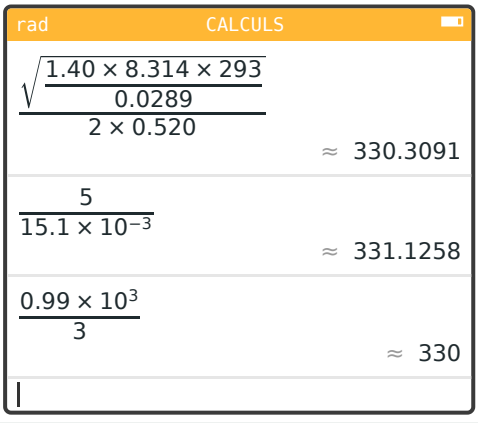
$$f = \frac{1}{T} = \frac{5}{15{,}1\times 10^{-3}} \approx 331\ \text{Hz}$$

Document 2. Le pic de rang 3 est à $f_3 \approx 0{,}99$ kHz. Comme $f_3 = 3f_1$: $f_1 \approx \dfrac{990}{3} = 330$ Hz, ce qui correspond bien au premier pic du spectre.

Les trois valeurs concordent à moins de 1 % près : les deux documents sont cohérents entre eux et avec le modèle. Dans le document 4, 330 Hz est la fréquence du Mi de l'octave 3.

$f \approx 330$ Hz : le tuyau joue un Mi_3.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Laisser L en centimètres ou θ en degrés Celsius : la formule de la célérité exige T en kelvins et la relation $f = v/(2L)$ demande L en mètres.

COMPRENDRE

Trois chiffres significatifs, comme γ, M et L. La gamme tempérée et les modes d'un tuyau sonore relevaient de l'ancienne spécialité ; ils ne figurent plus au programme actuel de spécialité de Terminale.

MÉTHODE

Sur un graphique, mesurer la plus grande durée possible (ici $5T$) ou le pic de rang le plus élevé bien lisible, puis diviser : l'erreur de lecture est divisée d'autant.

2 Discuter qualitativement l'influence d'une variation de température sur la hauteur du son produit.

La hauteur d'un son est fixée par sa fréquence fondamentale : $f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ (question 1).

γ, R et M sont constants, et l'on suppose que la longueur L du tuyau ne change pas. La fréquence est alors proportionnelle à $\sqrt{T}$: si la température augmente, la célérité du son augmente, donc f aussi.

Quand la température augmente, la fréquence augmente : le son est plus **aigu** (et plus grave si la température baisse).

COMPRENDRE
La longueur d'onde reste imposée par le tuyau ($\lambda = 2L$). C'est la célérité qui change avec la température, et la fréquence $f = v/\lambda$ la suit.

3 Déterminer quantitativement si l'affirmation du musicien (une hausse de 10 °C modifie la hauteur de la note d'un quart de ton) est correcte.

Données utiles $f_{20} = 330$ Hz (Q1) ; rapport de fréquences d'un demi-ton : $2^{1/12} = 1{,}059$ (document 3)

Ce que vaut un quart de ton. L'octave (rapport 2) contient 12 demi-tons égaux, donc 24 quarts de ton égaux. Par le même raisonnement que dans le document 3, le rapport de fréquences d'un quart de ton est :

$$2^{1/24} = 1{,}029$$

Effet de 10 °C. La température passe de $T_{20} = 293$ K à $T_{30} = 30 + 273 = 303$ K. En supposant L inchangée :

$$f_{30} = \frac{1}{2 \times 0{,}520}\sqrt{\frac{1{,}40 \times 8{,}314 \times 303}{0{,}0289}} = 336 \text{ Hz}$$

Le rapport des fréquences ne dépend que des températures :

$$\frac{f_{30}}{f_{20}} = \sqrt{\frac{T_{30}}{T_{20}}} = \sqrt{\frac{303}{293}} = 1{,}017$$

Comparaison. $1{,}017 < 1{,}029$: la fréquence augmente de 1,7 %, alors qu'un quart de ton correspond à une hausse de 2,9 %. La note monte bien, mais d'un peu plus de la moitié d'un quart de ton seulement.

Regard critique : l'énoncé précise que L est donnée « à 20 °C » ; le métal se dilate un peu quand il chauffe, ce que ce calcul néglige.

$\frac{f_{30}}{f_{20}} = 1{,}017$, à comparer à $2^{1/24} = 1{,}029$: l'affirmation du musicien est exagérée, la hausse est inférieure à un quart de ton.

PIÈGE
Faire le rapport des températures en degrés Celsius ($30/20$), ou diviser les fréquences arrondies : $336/330 = 1{,}018$. Garder les valeurs non arrondies, ou mieux, le rapport littéral.

COMPRENDRE
Un intervalle musical est un rapport de fréquences, pas une différence. Le quart de ton est la moitié d'un demi-ton au sens où $2^{1/24} \times 2^{1/24} = 2^{1/12}$: on prend la racine carrée de 1,059, pas sa moitié.

MÉTHODE
Dans une résolution de problème : traduire l'affirmation en grandeur chiffrée (ici un rapport), calculer cette grandeur avec le modèle, comparer, conclure, puis critiquer une hypothèse.

À LA CALCULATRICE

