Etude du lanceur d'un flipper

Bac S 2018 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 En comparant les enregistrements 1 et 2, identifier précisément la modification effectuée entre l'expérience 1 et l'expérience 2.

Les deux expériences utilisent la même masse ($m = 500$ g) et le même ressort. Seule la valeur maximale de x change : $4{,}0$ cm sur l'enregistrement 1, $2{,}0$ cm sur l'enregistrement 2.

L'expérimentateur a modifié l'**amplitude** : il a lâché la masse à $2{,}0$ cm de sa position d'équilibre au lieu de $4{,}0$ cm.

PIÈGE
« Précisément » demande les deux valeurs lues sur les graphiques, avec leur unité. Attention : les axes verticaux des enregistrements 1 et 2 n'ont pas la même échelle.

1.2 L'amplitude du mouvement du point G a-t-elle une influence sur sa période ? Justifier.

Sur les enregistrements 1 et 2, quatre oscillations complètes durent la même durée (environ $3{,}1$ s) alors que l'amplitude a été divisée par deux, les autres paramètres étant inchangés.

L'amplitude n'a **pas d'influence** sur la période.

MÉTHODE
Pour tester l'influence d'un paramètre, on compare deux expériences qui ne diffèrent que par ce paramètre. Ici : les enregistrements 1 et 2 pour l'amplitude, 2 et 3 pour la masse.

1.3 Que peut-on dire de l'influence de la masse sur la période des oscillations ?

Les enregistrements 2 et 3 ont la même amplitude ($2{,}0$ cm) et le même ressort ; seule la masse change ($m' > m$).

Enregistrement 2 : $T_0 \approx 0{,}78$ s. Enregistrement 3 : trois périodes durent $2{,}94$ s, soit $T_0' \approx 0{,}98$ s.

La période **augmente** quand la masse augmente.

1.4.1 Ces trois enregistrements permettent-ils d'affirmer que la constante de raideur k a une influence sur la période ? Justifier.

Les trois expériences sont réalisées avec le même ressort : la constante de raideur k n'a jamais été modifiée.

Non : sans variation de k, ces enregistrements ne disent rien de son influence sur la période.

1.4.2 Proposer une expérience supplémentaire permettant de conclure sur ce point.

On reprend l'expérience 2 (même masse $m = 500$ g, même amplitude) en remplaçant le ressort par un autre, de constante de raideur différente, puis on mesure la nouvelle période.

Si la période mesurée diffère de $0{,}78$ s, alors k a une influence sur la période.

1.5.1 En utilisant les résultats des questions précédentes, montrer que l'expression (1) ne convient pas.

Dans l'expression (1), $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{k}{m}}$, la masse est au dénominateur : si m augmente, T_0 diminue.

Or l'expérience montre le contraire (question 1.3) : la période augmente avec la masse.

L'expression (1) est en contradiction avec l'expérience : elle **ne convient pas**.

1.5.2 Par une analyse dimensionnelle, montrer que l'expression (3) ne convient pas et que l'expression (2) est homogène.

Unité de k : d'après $P = m\,g$, $1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, donc k en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ s'exprime en $\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$. Le facteur 2π est sans unité.

Expression (2) : $\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ s'exprime en $\sqrt{\dfrac{\text{kg}}{\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}}} = \sqrt{\text{s}^2} = \text{s}$.

Expression (3) : $\sqrt{\dfrac{m\,g}{k}}$ s'exprime en $\sqrt{\dfrac{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}}} = \sqrt{\text{m}} = \text{m}^{1/2}$.

(2) est homogène à une durée ; (3) est la racine carrée d'une longueur : elle **ne convient pas**.

COMPRENDRE
L'homogénéité est nécessaire, pas suffisante : elle élimine (3) mais ne prouve pas (2), et ne dit rien du facteur 2π. L'oscillateur masse-ressort n'est plus au programme actuel de spécialité.

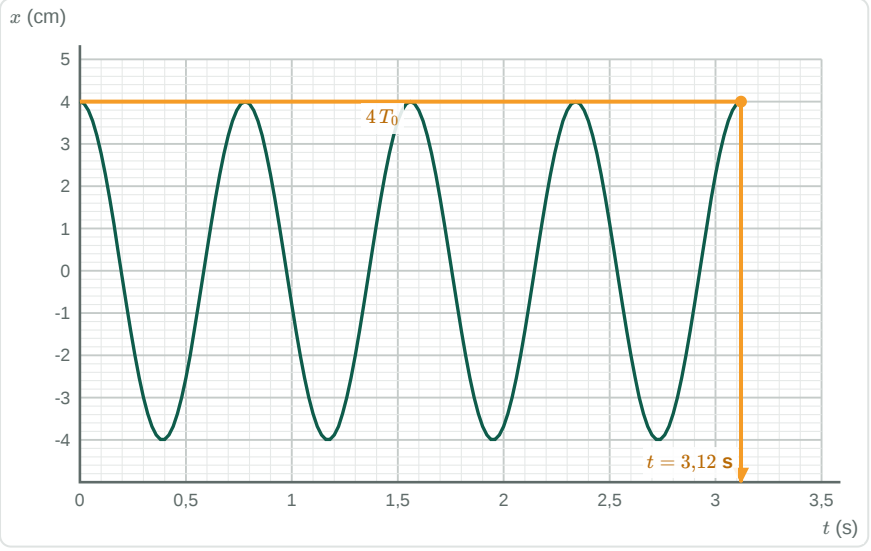
MÉTHODE
Ramener chaque grandeur aux unités de base (kg, m, s) à l'aide d'une relation connue, ici $P = m\,g$ pour le newton, puis simplifier comme dans un calcul littéral.

1.6 Déterminer le plus précisément possible, en expliquant la démarche, la période T_0 des oscillations de l'enregistrement 1.

Pour réduire l'incertitude de lecture, on mesure la durée du plus grand nombre possible de périodes. Entre le premier maximum ($t = 0$) et le cinquième ($t = 3{,}12$ s), il y a quatre périodes :

$$T_0 = \frac{3{,}12}{4} = 0{,}78\ \text{s}$$

$T_0 = 0{,}78$ s

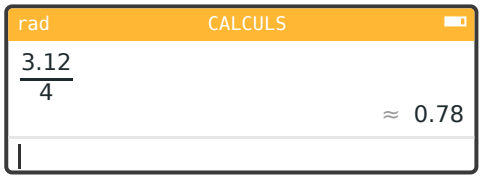


1.6 · Enregistrement 1 : quatre périodes entre le premier et le cinquième maximum

PIÈGE
Cinq maximums délimitent quatre périodes, pas cinq. Et mesurer une seule période divise la précision par quatre : la question dit « le plus précisément possible ».

COMPRENDRE
Une petite graduation vaut $0{,}1$ s : la date $3{,}12$ s est lue à quelques centièmes près, donc T_0 est connue à environ $0{,}01$ s près. Deux chiffres significatifs suffisent.

À LA CALCULATRICE



1.7 Les caractéristiques fournies pour le ressort sur le site marchand sont-elles validées par ces expériences ?

Données utiles $k = 33\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ (document 1) ; $m = 500\ \text{g} \pm 10\ \text{g}$; $T_0 = 0{,}78$ s (1.6)

Période attendue avec la raideur annoncée par le vendeur :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}500}{33}} = 0{,}77\ \text{s}$$

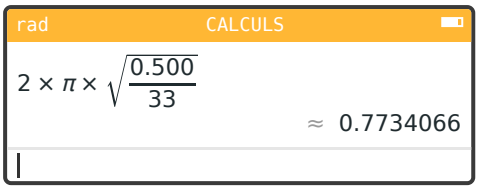
La valeur mesurée, $0{,}78$ s, s'en écarte de $0{,}01$ s, soit environ 1 % : l'écart est de l'ordre de la précision de la lecture graphique.

La raideur annoncée, $33\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$, est **validée**. L'écrasement maximal de 90 mm, lui, n'est pas testé par ces expériences.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : k est en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$, donc m doit être en kilogrammes, soit $0{,}500$ kg.

COMPRENDRE
On peut aussi calculer $k = \dfrac{4\pi^2 m}{T_0^2} \approx 32\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ et le comparer à 33. Avec m entre 490 g et 510 g, la période attendue va de $0{,}77$ s à $0{,}78$ s.

À LA CALCULATRICE



2 Par un raisonnement énergétique sans perte, montrer que l'énergie élastique emmagasinée par le ressort suffit pour que la bille atteigne l'extrémité de la rampe, puis calculer sa vitesse à cet endroit.

Données utiles $k = 33\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $\Delta\ell = 90\ \text{mm}$; $m = 100\ \text{g}$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $h = 10\ \text{cm}$

Système : la bille. Départ : ressort comprimé au maximum, bille immobile, à l'altitude choisie comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur. Arrivée : extrémité de la rampe, à la hauteur h, ressort détendu.

Énergie emmagasinée par le ressort :

$$E_{pe} = \frac{1}{2}\,k\,\Delta\ell^2 = \frac{1}{2} \times 33 \times (90 \times 10^{-3})^2 = 0{,}134\ \text{J}$$

Énergie potentielle de pesanteur à gagner pour monter de h :

$$E_{pp} = m\,g\,h = 0{,}100 \times 9{,}81 \times 0{,}10 = 0{,}0981\ \text{J}$$

$E_{pe} > E_{pp}$: l'énergie du ressort est suffisante, la bille atteint l'extrémité de la rampe.

Sans perte, l'énergie se conserve entre le départ et l'arrivée : $E_{pe} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,h$, d'où

$$v = \sqrt{\frac{2\,(E_{pe} - m\,g\,h)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times (0{,}13365 - 0{,}0981)}{0{,}100}} = 0{,}84\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$E_{pe} = 0{,}134\ \text{J} > E_{pp} = 0{,}098\ \text{J}$: la bille atteint l'extrémité de la rampe, avec $v = 0{,}84\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

PIÈGE
Trois conversions : 90 mm $= 0{,}090$ m, 100 g $= 0{,}100$ kg, 10 cm $= 0{,}10$ m. La masse est ici celle de la bille (100 g), pas la masse marquée de 500 g de la partie 1.

PIÈGE
Ne pas arrondir les énergies avant de les soustraire : avec $0{,}13 - 0{,}098$, on trouve $0{,}80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. La différence de deux valeurs proches amplifie les erreurs d'arrondi.

COMPRENDRE
Résultat à deux chiffres significatifs, comme k, $\Delta\ell$ et h. L'expression de E_{pe}, fournie par l'énoncé, n'est plus au programme actuel ; la conservation de l'énergie mécanique l'est toujours.

À LA CALCULATRICE

