"vol" au-dessus des montagnes

Bac S 2018 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1 Calculer la vitesse moyenne durant le vol et la comparer à la « vitesse de croisière » annoncée.

Données utiles $\ell = 1870$ m ; durée du vol : environ 1 min 30 s ; vitesse de croisière annoncée : $130\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

Le système parcourt la longueur ℓ du câble en $\Delta t = 1\ \text{min}\ 30\ \text{s} = 90$ s.

$$v_{\text{moy}} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{1870}{90} = 21\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

En $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$: $v_{\text{moy}} = \dfrac{1870}{90} \times 3{,}6 = 75\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

$v_{\text{moy}} = 21\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 75\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, soit environ 1,7 fois moins que les $130\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ annoncés.

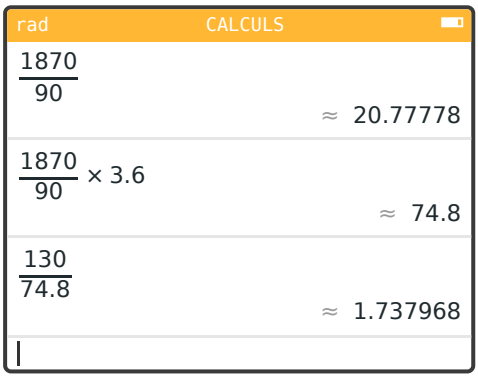
PIÈGE

Convertir avec le résultat arrondi : $21 \times 3{,}6$ donne 76 au lieu de 75. On garde la valeur non arrondie pour la suite du calcul.

COMPRENDRE

La durée « environ 1 minute 30 » n'est connue qu'à deux chiffres significatifs : le résultat en garde deux. Départ et arrivée se font à vitesse nulle, ce qui abaisse la moyenne, mais pas au point d'expliquer un tel écart.

À LA CALCULATRICE



2 Représenter sur le document réponse le point M d'altitude minimale et déterminer graphiquement son altitude z_M.

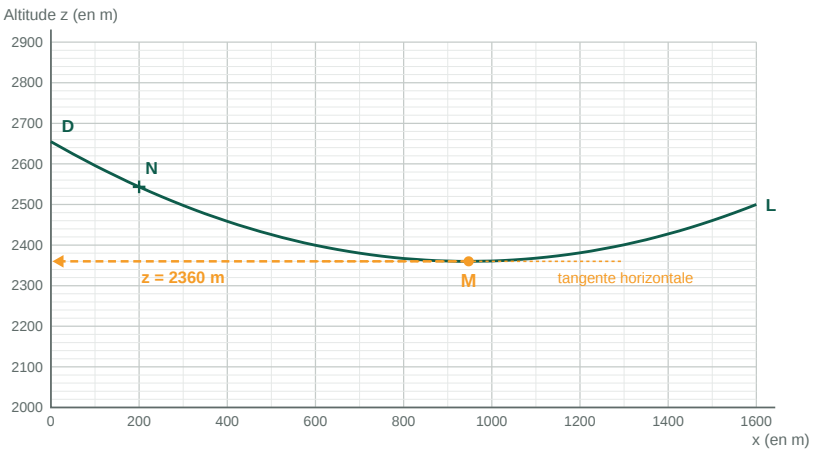
M est le point le plus bas de la courbe, là où la tangente au câble est horizontale ; son abscisse est proche de $x = 950$ m.

En traçant l'horizontale passant par M jusqu'à l'axe des altitudes (un petit carreau représente 20 m), on lit :

$z_M = 2360$ m (lecture à une dizaine de mètres près)

MÉTHODE

Pour une lecture graphique, on laisse les traits de construction sur le document réponse et on détermine d'abord la valeur d'une petite graduation : ici $100 \div 5 = 20$ m.



2 · Document réponse : point M au plus bas du câble et lecture de son altitude

3 Donner les expressions des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique du système en fonction de m, z, v et g.

- Énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} m v^2$
- Énergie potentielle de pesanteur, nulle au niveau de la mer ($z = 0$) : $E_{pp} = m g z$
- Énergie mécanique : $E_m = E_c + E_{pp}$

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$$

COMPRENDRE
Avec la référence au niveau de la mer, z est directement l'altitude lue sur le graphique. Un autre choix de référence changerait E_{pp} d'une constante, pas ses variations.

4 L'énergie mécanique se conserve-t-elle au cours du mouvement ? Justifier.

Données utiles $z_D = 2655$ m ; $z_L = 2500$ m ; vitesse nulle en D et en L

La vitesse est nulle au départ et à l'arrivée, donc l'énergie cinétique aussi :

$E_m(D) = m g z_D$ et $E_m(L) = m g z_L$

Comme $z_L < z_D$, on a $E_m(L) < E_m(D)$.

L'énergie mécanique ne se conserve pas : elle diminue entre D et L.

COMPRENDRE
Cette diminution est due aux frottements (air, poulie sur le câble), dont le travail est résistant. Sans eux, le système arriverait en L avec une vitesse non nulle.

5 Citer les transferts énergétiques qui ont lieu entre D et M, puis entre M et L.

- Entre D et M : l'altitude diminue et la vitesse augmente. De l'énergie potentielle de pesanteur est convertie en énergie cinétique.
- Entre M et L : l'altitude augmente et la vitesse diminue. De l'énergie cinétique est convertie en énergie potentielle de pesanteur.

Sur les deux trajets, une partie de l'énergie mécanique est en plus dissipée sous forme d'énergie thermique, cédée au milieu extérieur par les frottements.

D → M : $E_{pp} \to E_c$; M → L : $E_c \to E_{pp}$; dans les deux cas, dissipation par frottements.

PIÈGE
Oublier la dissipation. La question 4 a montré que l'énergie mécanique diminue : les échanges entre E_{pp} et E_c ne sont donc pas intégraux.

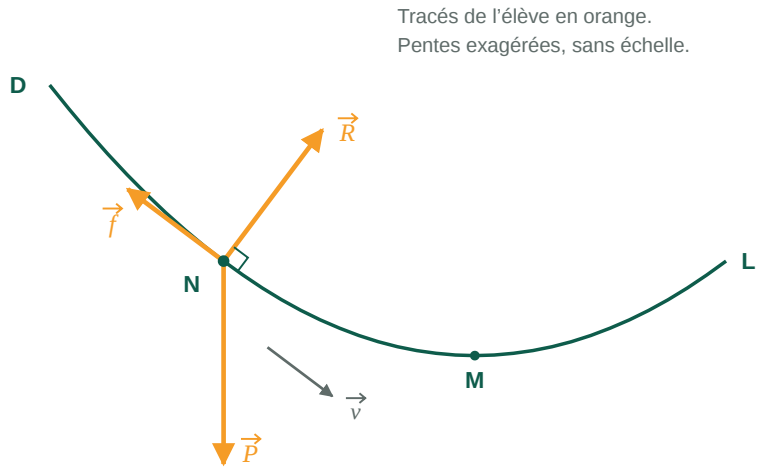
6 Schématiser, sans souci d'échelle, les trois forces exercées sur le système lors de son passage au point N.

Les trois forces sont tracées à partir du point N :

- le poids $\vec{P}$: vertical, vers le bas ;
- l'action du câble $\vec{R}$: perpendiculaire au câble en N, vers le haut ;
- la force de frottement $\vec{f}$: tangente au câble, de sens opposé à la vitesse $\vec{v}$, donc dirigée vers D puisque le système descend vers M.

Voir le document réponse : $\vec{P}$ vertical vers le bas, $\vec{R}$ perpendiculaire au câble, $\vec{f}$ le long du câble vers D.

PIÈGE
Tracer $\vec{R}$ verticale. Elle est perpendiculaire au câble, qui est incliné en N : elle penche donc vers l'avant du mouvement.



6 · Document réponse : les trois forces exercées sur le système au point N

7 Compléter le tableau en indiquant si le travail de chacune des trois forces est positif, négatif ou nul sur chaque trajet. Justifier.

Le travail d'une force $\vec{F}$ sur un petit déplacement $\vec{d}$ est $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F\,d\,\cos\alpha$: son signe est celui de $\cos\alpha$, où α est l'angle entre la force et le déplacement.

- Poids : $W_{AB}(\vec{P}) = m\,g\,(z_A - z_B)$. De D à M, $z_D > z_M$: travail positif (moteur). De M à L, $z_M < z_L$: travail négatif (résistant).
- Action du câble : $\vec{R}$ est à chaque instant perpendiculaire au câble, donc au déplacement ; $\cos 90^\circ = 0$: travail nul sur les deux trajets.
- Frottements : $\vec{f}$ est à chaque instant de sens opposé à la vitesse, donc au déplacement ; $\cos 180^\circ = -1$: travail négatif sur les deux trajets.

Poids : positif puis négatif ; action du câble : nul, nul ; frottements : négatif, négatif.

MÉTHODE
Signe d'un travail sans calcul : la force aide le mouvement (angle aigu), travail positif ; elle s'y oppose (angle obtus), travail négatif ; elle lui est perpendiculaire, travail nul.

	Trajet entre D et M	Trajet entre M et L
Travail du poids	**positif**	**négatif**
Travail de l'action du câble	**nul**	**nul**
Travail des forces de frottement	**négatif**	**négatif**

7 · Document réponse : tableau de la question 7 complété

8 Modèle 1 (frottements négligés) : par conservation de l'énergie mécanique entre D et M, déterminer la vitesse en M, la comparer à la vitesse de pointe annoncée et conclure sur la validité du modèle.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $z_D = 2655$ m ; $z_M = 2360$ m (Q2) ; $v_D = 0$; vitesse de pointe annoncée : $140\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

Sans frottement, l'énergie mécanique se conserve : $E_m(D) = E_m(M)$.

$$\frac{1}{2}\,m\,v_D^2 + m\,g\,z_D = \frac{1}{2}\,m\,v_M^2 + m\,g\,z_M \quad \text{avec } v_D = 0$$

D'où $\frac{1}{2}\,m\,v_M^2 = m\,g\,(z_D - z_M)$, soit :

$$v_M = \sqrt{2\,g\,(z_D - z_M)} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times (2655 - 2360)} = 76\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

En $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: $v_M = 76{,}1 \times 3{,}6 = 2{,}7 \times 10^2\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Cette vitesse est presque le double de la vitesse de pointe annoncée ($140\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$).

$v_M = 76\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 2{,}7 \times 10^2\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: le modèle 1 n'est pas valide, les frottements ne sont pas négligeables.

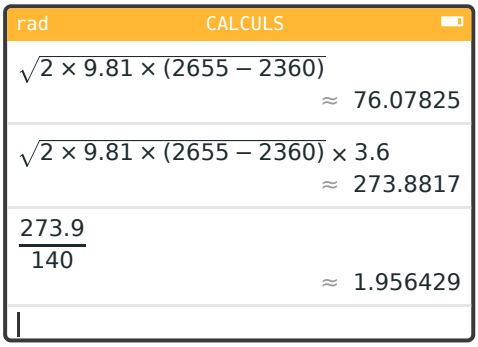
PIÈGE

Utiliser la longueur du câble (1870 m) à la place du dénivelé $z_D - z_M = 295$ m. Seule la différence d'altitude intervient dans E_{pp}.

COMPRENDRE

La masse se simplifie : dans ce modèle, la vitesse en M ne dépend que du dénivelé. La lecture de z_M à 10 m près ne change v_M que de 2 %, ce qui ne modifie pas la conclusion.

À LA CALCULATRICE



9 Modèle 2 (frottements d'intensité f constante) : par une étude énergétique, estimer la valeur de la résultante des forces de frottement.

Données utiles $m = 80$ kg ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $z_D = 2655$ m ; $z_L = 2500$ m ; $\ell = 1870$ m ; $v_D = v_L = 0$

La variation d'énergie mécanique entre D et L est égale au travail des forces non conservatives. $\vec{R}$ ne travaille pas (Q7), il reste les frottements :

$$E_m(L) - E_m(D) = W_{DL}(\vec{f})$$

$\vec{f}$ garde une intensité constante et reste opposée au déplacement tout au long du câble de longueur ℓ : $W_{DL}(\vec{f}) = -f\,\ell$.

Les vitesses en D et en L sont nulles, donc $E_m(L) - E_m(D) = m\,g\,z_L - m\,g\,z_D$. Ainsi :

$$m\,g\,(z_L - z_D) = -f\,\ell \quad\Longrightarrow\quad f = \frac{m\,g\,(z_D - z_L)}{\ell}$$

$$f = \frac{80 \times 9{,}81 \times (2655 - 2500)}{1870} = 65\ \text{N}$$

$f \approx 65$ N

PIÈGE
Écrire $W(\vec{f}) = -f\,(z_D - z_L)$ ou prendre la distance horizontale. Le travail d'un frottement dépend du chemin suivi : c'est la longueur ℓ du câble qui compte.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la masse. Le poids vaut $m\,g \approx 785$ N : les frottements n'en représentent que 8 % environ, et suffisent pourtant à annuler la vitesse à l'arrivée.

MÉTHODE
Choisir deux points où la vitesse est connue (ici D et L, vitesse nulle) : le bilan d'énergie mécanique ne contient alors qu'une seule inconnue, f.

À LA CALCULATRICE

