Corrigé complet — Bac S 2018 Amérique du Nord (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**L'huile essentielle d'anis étoilé** Isomérie Z/E · Extraction par solvant · Mécanisme réactionnel · RMN du proton · Dosage par étalonnage	9 pts	1 h 30	16 questions	p. 2
Ex 2	**Modélisation d'un parachute au laboratoire** Deuxième loi de Newton · Poussée d'Archimède · Énergie cinétique · Énergie mécanique et frottements · Chute libre	6 pts	1 h	9 questions	p. 8
Ex 3	**Détection de rayons cosmiques** Relativité restreinte · Dilatation des durées · Énergie d'une particule relativiste · Moyenne et écart-type · Incertitude de mesure · Flux de particules	5 pts	50 min	8 questions	p. 13
Ex 4	**Spécialité : Un instrument à percussion** Gamme tempérée · Hauteur d'un son · Spectre en fréquences · Fondamental et modes de vibration · Validation d'un modèle · Échelle d'une photographie	5 pts	50 min	2 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

L'huile essentielle d'anis étoilé

Bac S 2018 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 30**

1.1 L'anéthol et l'estragol sont deux isomères. Justifier.

Anéthol : $CH_3O-C_6H_4-CH=CH-CH_3$, soit 10 C, 12 H et 1 O.

Estragol : $CH_3O-C_6H_4-CH_2-CH=CH_2$, soit 10 C, 12 H et 1 O.

Les deux molécules ont la même formule brute mais des enchaînements d'atomes différents (la double liaison n'est pas à la même place).

Même formule brute $C_{10}H_{12}O$, formules semi-développées différentes : ce sont des isomères.

MÉTHODE
Pour prouver une isomérie : compter les atomes de chaque molécule, écrire la formule brute commune, puis dire en quoi les formules semi-développées diffèrent.

1.2 Lequel, de l'anéthol ou de l'estragol, présente des stéréoisomères de configuration ? Les représenter et préciser leur configuration.

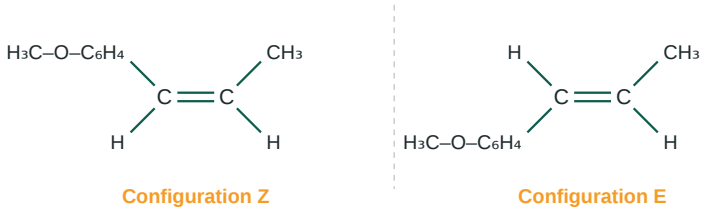
Aucune des deux molécules ne possède de carbone asymétrique : il faut examiner la double liaison $C=C$ de la chaîne.

- Anéthol : chaque carbone de $-CH=CH-CH_3$ porte deux groupes différents (H et le cycle pour l'un, H et CH_3 pour l'autre). Il existe deux dispositions dans l'espace.
- Estragol : le carbone terminal de $-CH=CH_2$ porte deux H identiques. Une seule disposition possible.

Seul l'anéthol présente deux stéréoisomères de configuration, Z et E (voir figure).

PIÈGE
Le cycle aromatique contient des doubles liaisons, mais elles ne donnent pas d'isomérie Z/E. Seule la double liaison de la chaîne latérale compte.

COMPRENDRE
Z (zusammen) : les deux H sont du même côté de la double liaison. E (entgegen) : ils sont de part et d'autre. L'isomérie Z/E n'est plus au programme actuel de spécialité.



1.2 · Les deux stéréoisomères de l'anéthol

1.3 Quelle relation de stéréoisomérie lie ces stéréoisomères ?

Les isomères Z et E ont le même enchaînement d'atomes, ne sont pas superposables et ne sont pas images l'un de l'autre dans un miroir.

Ce sont des diastéréoisomères.

COMPRENDRE
Deux stéréoisomères de configuration sont soit énantiomères (images dans un miroir, non superposables), soit diastéréoisomères (tous les autres cas). Cette classification relève de l'ancien programme.

1.4 Peut-on différencier facilement ces deux stéréoisomères au laboratoire ? Justifier.

Deux diastéréoisomères ont des propriétés physiques et chimiques différentes : température de fusion, température d'ébullition, solubilité, migration en chromatographie.

Oui : une mesure de température de changement d'état ou une chromatographie suffit à les distinguer.

PIÈGE
Ne pas confondre avec des énantiomères, qui ont les mêmes températures de changement d'état et la même solubilité, et que l'on ne distingue pas par ces mesures.

2.1 Schématiser l'ampoule à décanter et identifier les différentes phases en précisant les espèces chimiques présentes.

Données utiles masses volumiques : eau $1{,}0\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$, dichlorométhane $1{,}33\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$; anéthol soluble dans le dichlorométhane, très peu soluble dans l'eau

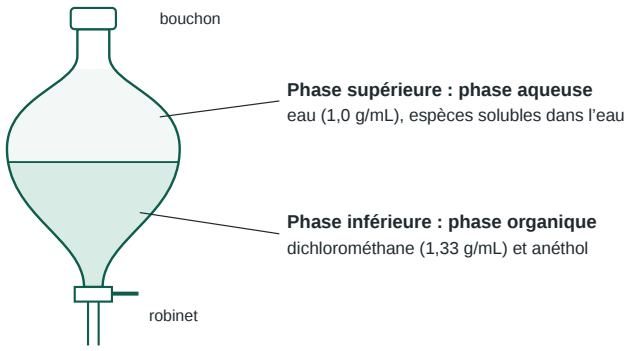
L'eau et le dichlorométhane ne sont pas miscibles : on observe deux phases.

Le dichlorométhane est plus dense que l'eau ($1{,}33 > 1{,}0$) : la phase organique est en dessous.

L'anéthol, soluble dans le dichlorométhane et très peu dans l'eau, se trouve dans la phase organique.

Phase supérieure : eau. Phase inférieure : dichlorométhane et anéthol.

PIÈGE
La phase organique n'est pas toujours au-dessus. Il faut comparer les masses volumiques : ici le solvant chloré, plus dense que l'eau, est en bas.



2.1 · Ampoule à décanter après décantation

2.2 Quelles précautions doit-on prendre pendant cette expérience ? Expliquer.

D'après ses pictogrammes, le dichlorométhane est dangereux pour la santé (toxique à long terme) et nocif ou irritant. Il est de plus volatil.

- Manipuler sous la hotte pour ne pas respirer les vapeurs.
- Porter une blouse, des gants et des lunettes de protection pour éviter tout contact.
- Pendant l'agitation de l'ampoule à décanter, ouvrir régulièrement le robinet (ampoule retournée) pour évacuer la surpression.

Hotte, gants, lunettes, blouse, et dégazage de l'ampoule.

MÉTHODE
Une précaution se justifie toujours par un danger lu sur un pictogramme : nommer le danger, puis la protection qui lui répond.

2.3 Sur quels critères est choisi le solvant d'extraction ?

Le solvant d'extraction doit :

- dissoudre très bien l'espèce à extraire : l'anéthol est soluble dans le dichlorométhane ;
- ne pas être miscible avec l'eau, pour former deux phases séparables dans l'ampoule ;
- s'évaporer facilement, pour être éliminé en fin d'extraction ;
- être le moins dangereux possible.

L'éthanol dissout l'anéthol mais il est miscible à l'eau ; l'anéthol est peu soluble dans le cyclohexane.

Le dichlorométhane est le seul solvant du tableau qui dissout bien l'anéthol sans être miscible à l'eau.

COMPRENDRE
Le dernier critère n'est pas rempli ici : le dichlorométhane est le plus efficace, pas le plus sûr. C'est ce qui impose les précautions de la question 2.2.

2.4 Quel est le rôle de l'ajout de sulfate de sodium anhydre ?

Après la décantation, la phase organique contient encore des traces d'eau. Le sulfate de sodium anhydre capte cette eau ; on l'élimine ensuite par filtration.

C'est un agent desséchant : il sèche la phase organique.

2.5 Proposer une technique d'analyse pour s'assurer de la présence d'anéthol dans le filtrat et indiquer les résultats attendus.

On réalise une chromatographie sur couche mince (CCM).

- Sur la ligne de dépôt de la plaque : un dépôt du filtrat et un dépôt d'anéthol pur (référence).
- Élution dans une cuve avec un éluant adapté, puis révélation (sous lampe UV par exemple).

Si le filtrat contient de l'anéthol, son dépôt donne une tache à la même hauteur que celle de l'anéthol pur.

COMPRENDRE
Dans des conditions données, une espèce migre toujours à la même hauteur (même rapport frontal). Le filtrat peut donner d'autres taches : il contient aussi les autres espèces extraites.

2.6 À partir de 50,0 g d'anis étoilé, on récupère 1,90 mL d'huile essentielle, assimilée à de l'anéthol. Déterminer le pourcentage massique de l'anéthol dans l'anis étoilé. Commenter.

Données utiles $m_{\text{anis}} = 50{,}0$ g ; $V = 1{,}90$ mL ; $\rho_{\text{anéthol}} = 0{,}9882\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$; hydrodistillation : 8 à 9 % d'huile, contenant 80 à 90 % d'anéthol

Masse d'anéthol récupérée : $m = \rho_{\text{anéthol}} \times V = 0{,}9882 \times 1{,}90 = 1{,}88$ g.

Pourcentage massique : $P = \dfrac{m}{m_{\text{anis}}} = \dfrac{\rho_{\text{anéthol}} \times V}{m_{\text{anis}}}$

$$P = \frac{0{,}9882 \times 1{,}90}{50{,}0} = 0{,}0376$$

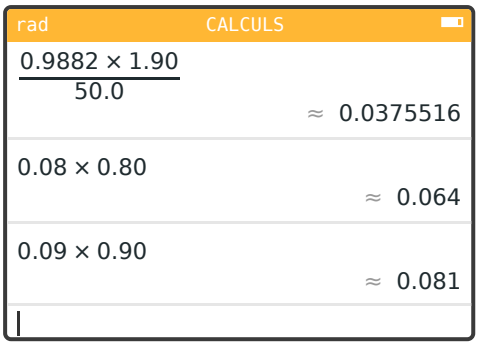
Commentaire : l'hydrodistillation fournit 8 à 9 % d'huile contenant 80 à 90 % d'anéthol, soit entre $0{,}08 \times 0{,}80 = 6{,}4$ % et $0{,}09 \times 0{,}90 = 8{,}1$ % d'anéthol dans l'anis. La valeur obtenue ici est environ deux fois plus faible : cette extraction par solvant est moins efficace que l'hydrodistillation.

$P = 3{,}76$ % d'anéthol en masse dans l'anis étoilé, moins que par hydrodistillation (6,4 à 8,1 %).

PIÈGE
Comparer directement 3,76 % aux « 8 à 9 % » compare de l'anéthol à de l'huile essentielle. Il faut d'abord ramener l'huile à sa teneur en anéthol.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise ($1{,}90$ mL et $50{,}0$ g). On garde ρ en $\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ puisque V est en mL : la masse sort en grammes.

À LA CALCULATRICE



3.1 Quel est le rôle des ions hydroxyde HO^- dans la première étape de la synthèse ? En déduire la nature de la réaction.

Entre le phénol et l'ion phénolate, le groupe $O-H$ a perdu un ion H^+. C'est l'ion hydroxyde qui le capte :

$$C_6H_5OH + HO^- \longrightarrow C_6H_5O^- + H_2O$$

L'ion HO^- joue le rôle de base, le phénol celui d'acide.

HO^- est une base qui arrache un proton au phénol : c'est une réaction acide-base.

COMPRENDRE
Une réaction acide-base est un transfert d'ion H^+ de l'acide d'un couple (phénol / ion phénolate) vers la base d'un autre couple (H_2O / HO^-).

3.2 Recopier le mécanisme de la deuxième étape, indiquer et justifier le site donneur et le site accepteur de doublets d'électrons, puis le compléter par des flèches courbes en rappelant leur signification.

Données utiles électronégativités : C 2,5 ; Br 3,0

Site donneur : l'atome d'oxygène de l'ion phénolate. Il porte une charge négative et des doublets non liants : il est riche en électrons.

Site accepteur : l'atome de carbone de H_3C-Br. Le brome est plus électronégatif que le carbone ($3{,}0 > 2{,}5$) : la liaison $C-Br$ est polarisée, le carbone porte une charge partielle $\delta+$ et il est pauvre en électrons.

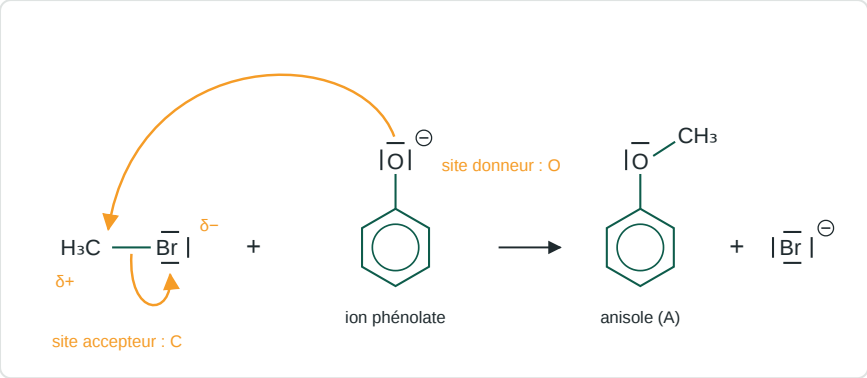
Une flèche courbe représente le déplacement d'un doublet d'électrons. Elle part d'un doublet (non liant ou liant) et pointe vers l'atome qui le reçoit.

- Première flèche : d'un doublet non liant de O vers l'atome C ; la liaison $O-C$ se forme.
- Seconde flèche : de la liaison $C-Br$ vers l'atome Br ; la liaison se rompt et le brome part avec le doublet, sous forme d'ion Br^-.

Donneur : O du phénolate. Accepteur : C lié à Br. Deux flèches courbes (voir figure).

PIÈGE
Une flèche courbe part toujours d'un doublet, jamais d'une charge ni d'un atome pauvre en électrons. Tracer la flèche de C vers O fait perdre les points.

MÉTHODE
Repérer le site riche (charge négative, doublet non liant) et le site pauvre (atome lié à un atome plus électronégatif), puis tracer la flèche du riche vers le pauvre. Vérifier que le carbone garde quatre liaisons.



3.2 · Mécanisme complété : flèches courbes en orange

3.3 Le spectre de RMN du proton du produit final confirme-t-il qu'il s'agit bien de l'anéthol ?

Données utiles signaux du spectre et table des déplacements chimiques du sujet

On attribue chaque signal à un groupe de protons de l'anéthol $CH_3O-C_6H_4-CH=CH-CH_3$:

- singulet, 3 H, 3,8 ppm : CH_3-O (table : 3,3 à 4,0 ppm) ; aucun H sur l'atome voisin, donc un seul pic ;
- doublet, 3 H, 1,9 ppm : $CH_3-C=C$ (1,5 à 1,9 ppm) ; un seul H voisin, donc $1+1=2$ pics ;
- massif, 4 H, vers 7 ppm : les quatre H du cycle aromatique (6,0 à 8,5 ppm) ;
- multiplets, 1 H chacun, 5,5 et 6 ppm : les deux H de $-CH=CH-$ (4,8 à 6,0 ppm), couplés entre eux.

Total : $3+3+4+1+1=12$ H, comme dans $C_{10}H_{12}O$.

L'estragol donnerait au contraire un signal pour 2 H ($CH_2=C$) et aucun doublet de 3 H vers 1,9 ppm.

Tous les signaux sont attribués et compatibles avec l'anéthol : le spectre confirme la nature du produit.

COMPRENDRE
La RMN du proton figurait au programme de Terminale S. Elle n'est plus au programme actuel de spécialité, qui conserve les spectroscopies infrarouge et UV-visible.

MÉTHODE
Trois informations par signal : le déplacement chimique (type de proton), l'intégration (nombre de H), la multiplicité (n voisins donnent $n+1$ pics).

4.1 À quel domaine de rayonnement électromagnétique correspond la longueur d'onde de 260 nm ?

Le domaine visible s'étend de 400 nm à 800 nm environ. Or $260\ \text{nm} < 400\ \text{nm}$.

Ce rayonnement appartient au domaine des ultraviolets (UV).

4.2 Justifier, en analysant la structure de l'anéthol, que le maximum d'absorption correspond à cette gamme de longueur d'onde.

Données utiles document : benzène $\lambda_{max} = 254$ nm ; naphtalène $\lambda_{max} = 314$ nm

L'anéthol possède un cycle benzénique (trois doubles liaisons conjuguées) et la double liaison $C=C$ de la chaîne, conjuguée avec celles du cycle : quatre doubles liaisons conjuguées.

D'après le document, λ_{max} augmente avec le nombre de liaisons conjuguées. L'anéthol en a une de plus que le benzène (254 nm) et une de moins que le naphtalène (cinq, 314 nm).

Son maximum d'absorption est attendu un peu au-dessus de 254 nm : 260 nm est cohérent.

COMPRENDRE
Des doubles liaisons sont conjuguées lorsqu'elles alternent avec des liaisons simples. Avec peu de liaisons conjuguées, l'espèce absorbe dans l'UV et elle est incolore.

4.3 L'indication du fabricant apposée sur l'étiquette (« Anéthol : 0,2 % en masse ») est-elle correcte ?

Données utiles $A_S = 0{,}80$; boisson diluée 50 fois ; $M = 148{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; densité de la boisson : 1,0

Les points de la gamme sont alignés avec l'origine : A est proportionnelle à C (loi de Beer-Lambert). On trace la droite moyenne.

Lecture graphique : pour $A_S = 0{,}80$, on lit $C_S = 0{,}26\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$.

La boisson a été diluée 50 fois : $C = 50 \times C_S = 50 \times 0{,}26 = 13\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Concentration massique : $C_m = C \times M = 13 \times 10^{-3} \times 148{,}0 = 1{,}9\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$.

La densité de la boisson vaut 1,0 : un litre de boisson a une masse de $1{,}0 \times 10^3$ g et contient 1,9 g d'anéthol.

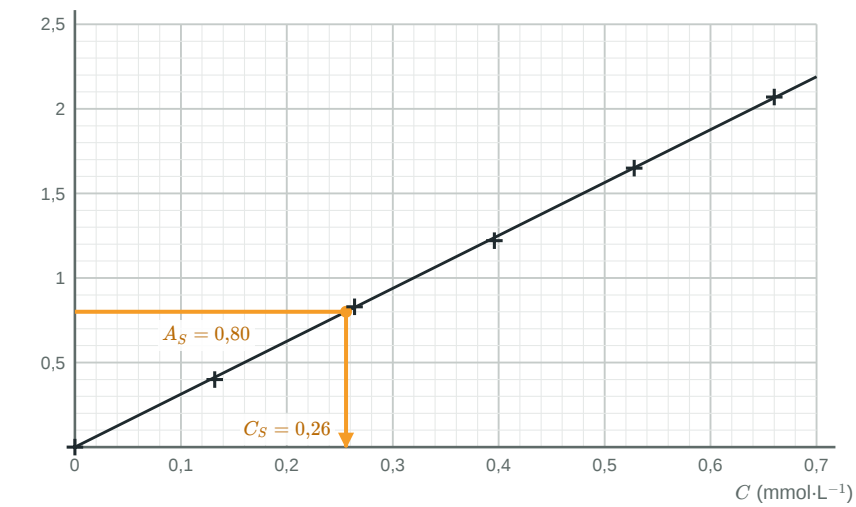
$$P = \frac{1{,}9}{1{,}0 \times 10^3} = 1{,}9 \times 10^{-3}$$

$P = 0{,}19\ \% \approx 0{,}2\ \%$: l'indication de l'étiquette est correcte.

PIÈGE
Oublier le facteur de dilution : C_S est la concentration de la solution S, 50 fois plus faible que celle de la boisson. Attention aussi aux mmol à convertir en mol.

COMPRENDRE
La lecture graphique donne deux chiffres significatifs, le résultat aussi. L'étiquette n'en donne qu'un : 0,19 % s'arrondit bien à 0,2 %.

MÉTHODE
Dosage par étalonnage : droite moyenne, lecture de C_S à partir de A_S, facteur de dilution, puis conversion dans la grandeur demandée (ici un pourcentage massique).



4.3 · Courbe d'étalonnage du sujet : droite moyenne et lecture pour la solution S

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

50×0.26 ≈ 13

$13 \times 10^{-3} \times 148.0$ ≈ 1.924

$\frac{1.924}{1.0 \times 10^3}$ ≈ 0.001924

Modélisation d'un parachute au laboratoire

Bac S 2018 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Le référentiel d'étude étant supposé galiléen, écrire la deuxième loi de Newton appliquée au système.

On étudie, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le système {boule de pétanque + parachute} ; sa masse m ne varie pas.

Forces extérieures : le poids $\vec{P}$, la force de frottement $\vec{f}$ et la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$ avec $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, soit

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m\,\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
La relation est vectorielle. Écrire $P + F_A + f = m\,a$ avec les normes est faux : le poids est vers le bas, les deux autres forces vers le haut.

COMPRENDRE
En 2018, cette loi s'énonçait avec la quantité de mouvement $\vec{p} = m\,\vec{v}$: $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$. Cette grandeur n'est plus au programme de spécialité ; à masse constante, les deux écritures sont identiques.

1.2 Montrer, à l'aide d'un calcul numérique, que l'on peut négliger la poussée d'Archimède.

Données utiles $F_A = \rho_{\text{air}}\,V\,g$; $\rho_{\text{air}} = 1{,}2\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $m = 400\ \text{g}$; $d = 10\ \text{cm}$; $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

On compare la poussée d'Archimède au poids du système.

Poids : $P = m\,g = 0{,}400 \times 9{,}8 = 3{,}9\ \text{N}$.

Poussée d'Archimède, avec $r = \dfrac{d}{2} = 5{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m}$:

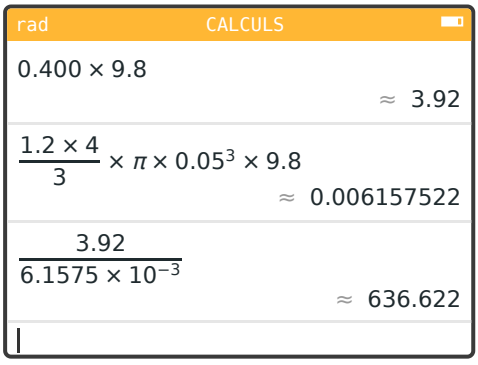
$$F_A = \rho_{\text{air}} \times \frac{4}{3}\pi r^3 \times g = 1{,}2 \times \frac{4}{3}\pi \times (5{,}0 \times 10^{-2})^3 \times 9{,}8 = 6{,}2 \times 10^{-3}\ \text{N}$$

$\dfrac{P}{F_A} = \dfrac{3{,}92}{6{,}16 \times 10^{-3}} \approx 6{,}4 \times 10^2$: la poussée d'Archimède est environ 640 fois plus faible que le poids, elle est négligeable.

PIÈGE
Unités : la masse en kg et le rayon en m. Le sujet donne le diamètre : utiliser $d = 10$ cm à la place de r multiplie le volume par 8.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme g et ρ_{air}. L'énoncé écrit « par rapport au système » : on comprend « par rapport au poids du système », seule force connue à laquelle comparer F_A.

À LA CALCULATRICE



2.1 Comment évolue la vitesse du système lors de sa chute ? Justifier.

Sur la figure 1, l'énergie cinétique augmente de $t = 0$ à $t \approx 0{,}4$ s, puis reste à peu près constante, autour de 2,5 J, jusqu'à la fin de la chute.

Or $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$ avec m constante : la vitesse varie dans le même sens que E_c.

La vitesse augmente pendant environ 0,4 s, puis reste constante : le mouvement est accéléré, puis uniforme.

PIÈGE
Décrire seulement la courbe de E_c ne répond pas à la question : il faut passer à la vitesse grâce à la relation $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$.

2.2 Estimer la valeur de la vitesse limite, vitesse maximale atteinte par le système. À partir de quelle date t_0 est-elle atteinte ?

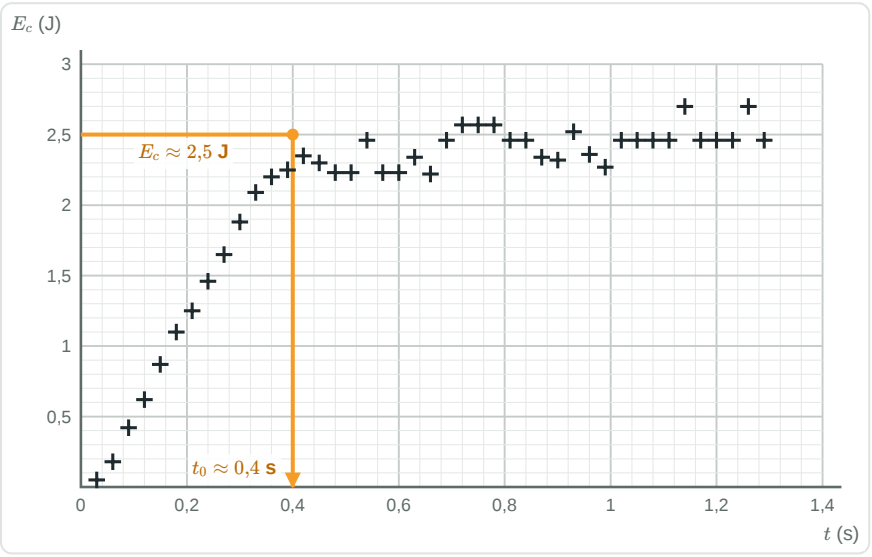
Données utiles $m = 0{,}400$ kg ; figure 1

Sur le palier de la figure 1, on lit $E_{c,\max} \approx 2{,}5$ J.

$$E_{c,\max} = \frac{1}{2} m v_{\lim}^2 \text{ donc } v_{\lim} = \sqrt{\frac{2\,E_{c,\max}}{m}}$$

$$v_{\lim} = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}5}{0{,}400}} = 3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_{\lim} \approx 3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, atteinte à partir de $t_0 \approx 0{,}4$ s.



2.2 · Figure 1 du sujet : palier de l'énergie cinétique et date t_0

COMPRENDRE
Les points du palier fluctuent entre 2,2 J et 2,7 J : on trace une horizontale moyenne. Le mot « estimer » autorise une lecture entre 2,4 J et 2,5 J, soit $3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans les deux cas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\sqrt{\frac{2 \times 2.5}{0.400}} \approx 3.535534$$

2.3 À partir de l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur, déterminer la variation d'altitude Δz du système pendant la phase de mouvement uniforme, de t_0 à l'atterrissage.

Données utiles $m = 0{,}400$ kg ; $g = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $t_0 = 0{,}4$ s (2.2) ; figure 2

$E_{pp} = m\,g\,z$, avec $E_{pp} = 0$ au sol. Entre t_0 et l'atterrissage (date $t_f \approx 1{,}3$ s) :

$$\Delta E_{pp} = m\,g\,\Delta z \text{ donc } \Delta z = \frac{E_{pp}(t_f) - E_{pp}(t_0)}{m\,g}$$

Sur la figure 2 : $E_{pp}(t_0) \approx 12$ J et $E_{pp}(t_f) = 0$.

$$\Delta z = \frac{0 - 12}{0{,}400 \times 9{,}8} = -3{,}1 \text{ m}$$

$\Delta z \approx -3{,}1$ m : le système descend d'environ 3,1 m pendant la phase uniforme.

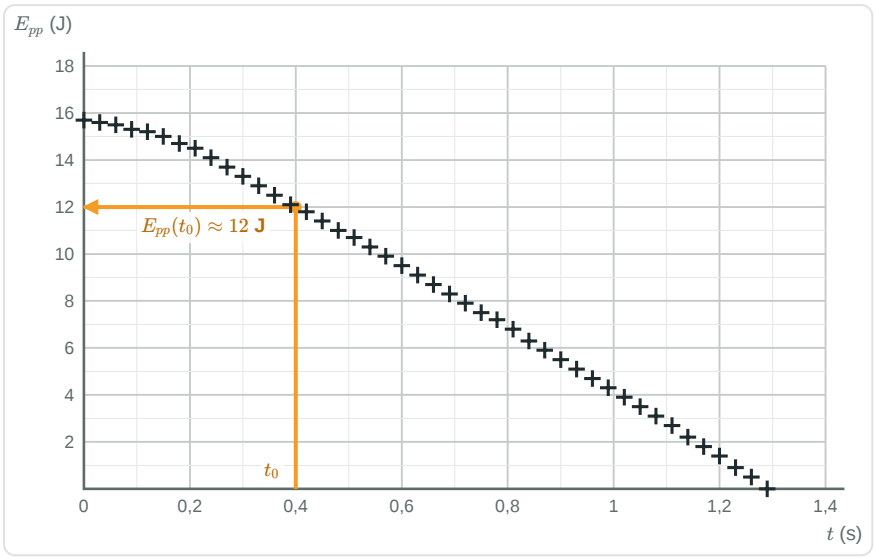
PIÈGE
Une variation se calcule « final moins initial ». L'altitude diminue : Δz doit être négatif. Répondre $+3{,}1$ m sans commentaire fait perdre le signe.

COMPRENDRE
Vérification : à $3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pendant $1{,}3 - 0{,}4 = 0{,}9$ s, le système parcourt $3{,}5 \times 0{,}9 \approx 3{,}2$ m. Les deux méthodes s'accordent.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0 - 12}{0.400 \times 9.8} \approx -3.061224$$



2.3 · Figure 2 du sujet (énergie potentielle seule) : lecture à t_0

2.4 Comment l'énergie mécanique du système varie-t-elle au cours du mouvement ? Que peut-on en conclure sur les forces de frottement de l'air ?

Sur la figure 2, l'énergie mécanique reste pratiquement constante, proche de 16 J, pendant les deux premiers dixièmes de seconde. Elle diminue ensuite jusqu'à l'atterrissage, où elle ne vaut plus qu'environ 2,5 J.

Le poids est une force conservative : seul le travail des frottements, résistant, peut faire baisser l'énergie mécanique.

Les frottements sont négligeables au tout début de la chute (vitesse faible), puis ils ne le sont plus : ils dissipent l'énergie mécanique du système.

COMPRENDRE
Les frottements de l'air augmentent avec la vitesse. Au départ, la vitesse est presque nulle : la chute ressemble à une chute libre et E_m se conserve.

2.5 Déterminer la valeur de la variation d'énergie mécanique pendant la phase de mouvement uniforme.

Données utiles figure 2 ; $t_0 = 0{,}4$ s ; $t_f = 1{,}3$ s

Sur la figure 2 : $E_m(t_0) \approx 14{,}5$ J et $E_m(t_f) \approx 2{,}5$ J.

$\Delta E_m = E_m(t_f) - E_m(t_0) = 2{,}5 - 14{,}5$

$\Delta E_m \approx -12$ J

COMPRENDRE
Pendant cette phase, E_c est constante : $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0 + (0 - 12) = -12$ J. On retrouve la valeur lue, ce qui contrôle la lecture graphique.

2.6 En déduire la valeur de la force de frottement, supposée constante pendant la phase de mouvement uniforme. Conclure quant au bilan des forces pendant cette phase.

Données utiles $\Delta E_m = -12$ J (2.5) ; $\Delta z = -3{,}1$ m (2.3) ; $P = 3{,}9$ N (1.2)

La variation d'énergie mécanique est égale au travail de la force non conservative, ici $\vec{f}$: $\Delta E_m = W(\vec{f})$.

$\vec{f}$ est constante, verticale vers le haut, opposée au déplacement de longueur $|\Delta z|$:

$$W(\vec{f}) = f \times |\Delta z| \times \cos(180^\circ) = -f\,|\Delta z| \text{ donc } f = \frac{-\Delta E_m}{|\Delta z|}$$

$$f = \frac{12}{3{,}1} = 3{,}9 \text{ N}$$

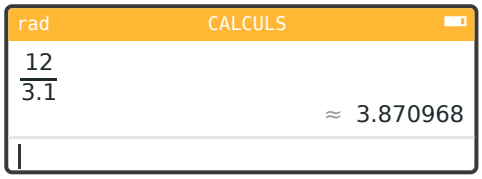
On retrouve la valeur du poids, $P = 3{,}9$ N. La poussée d'Archimède étant négligeable, $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$: les forces se compensent, ce qui est conforme au principe d'inertie pour un mouvement rectiligne uniforme.

$f \approx 3{,}9 \text{ N} \approx P$: pendant la phase uniforme, le frottement compense le poids.

PIÈGE
Le travail de $\vec{f}$ est négatif (force opposée au déplacement). Oublier ce signe conduit à une force négative, ce qui n'a pas de sens pour une norme.

COMPRENDRE
Avec la distance $v_{\text{lim}} \times (t_f - t_0) = 3{,}5 \times 0{,}9 = 3{,}2$ m, on obtient $f \approx 3{,}8$ N. L'écart avec le poids, de 3 %, est inférieur à l'incertitude des lectures graphiques.

À LA CALCULATRICE



3 L'expérience est refaite dans un tube où l'on a fait le vide, avec les mêmes conditions initiales. Représenter l'allure des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique au cours du temps, et justifier par leurs équations horaires.

Données utiles $m = 0{,}400$ kg ; $g = 9{,}8$ m · s^{-2} ; figure 2 : $E_{pp}(0) \approx 16$ J ; figure 1 : $E_c(0) = 0$

Dans le vide, l'air n'agit plus : ni frottement, ni poussée d'Archimède. Le système n'est soumis qu'à son poids, c'est une chute libre.

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{a} = m\,\vec{g}$, soit, sur l'axe (Oz) orienté vers le haut, $a_z = -g$.

Conditions initiales identiques : $v_z(0) = 0$ car $E_c(0) = 0$, et $z(0) = H$ avec $m\,g\,H = E_{pp}(0)$, soit $H = \dfrac{16}{0{,}400 \times 9{,}8} = 4{,}1$ m.

Par primitives successives : $v_z(t) = -g\,t$ puis $z(t) = H - \dfrac{1}{2}\,g\,t^2$.

Équations horaires des énergies (en J, t en s) :

$$E_c(t) = \frac{1}{2}\,m\,v_z^2 = \frac{1}{2}\,m\,g^2\,t^2 \approx 19\,t^2$$

$$E_{pp}(t) = m\,g\,z = m\,g\,H - \frac{1}{2}\,m\,g^2\,t^2 \approx 16 - 19\,t^2$$

$E_m(t) = E_c + E_{pp} = m\,g\,H \approx 16$ J : elle est constante, sans frottement.

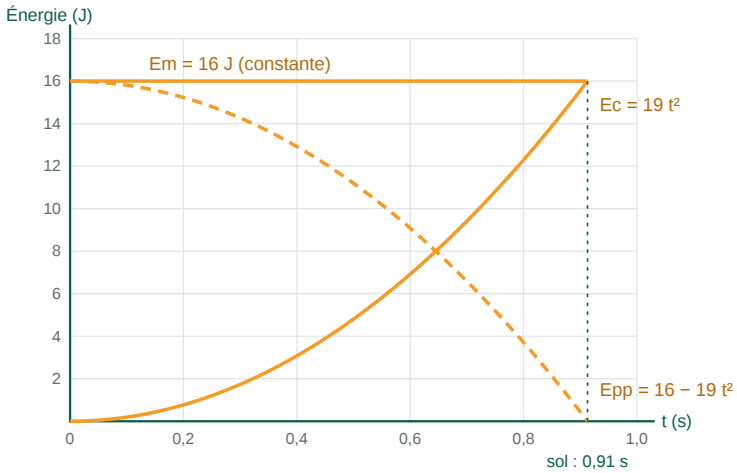
Le sol est atteint quand $E_{pp} = 0$, soit $t = \sqrt{\dfrac{16}{19}} \approx 0{,}91$ s ; alors $E_c = 16$ J.

E_c : arc de parabole croissant de 0 à 16 J ; E_{pp} : arc de parabole décroissant de 16 J à 0 ; E_m : droite horizontale à 16 J ; chute terminée à 0,91 s.

PIÈGE
Les courbes s'arrêtent à l'atterrissage : ne pas prolonger E_{pp} sous zéro. Les deux paraboles se croisent à mi-hauteur d'énergie, 8 J.

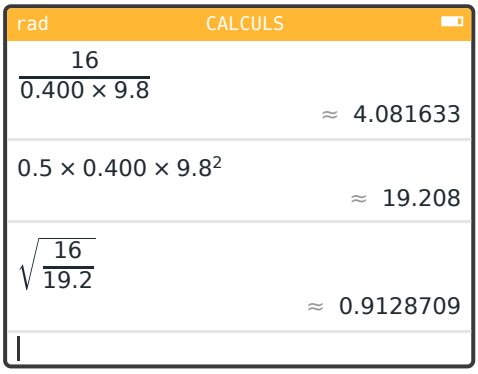
COMPRENDRE
Sans air, la chute dure 0,91 s au lieu de 1,3 s et la boule arrive avec 16 J d'énergie cinétique au lieu de 2,5 J : le parachute a dissipé la différence.

MÉTHODE
Chute libre : $a_z = -g$, puis deux primitives avec les conditions initiales. On remplace ensuite v_z et z dans les expressions de E_c et de E_{pp}.



3 · Chute dans le vide : énergies cinétique, potentielle de pesanteur (tirets) et mécanique

À LA CALCULATRICE



Détection de rayons cosmiques

Bac S 2018 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Retrouver l'ordre de grandeur de la célérité c de la lumière à partir des valeurs évoquées par Étienne Klein.

Données utiles durée de vie évoquée : $\Delta t = 2{,}0\ \mu\text{s}$; distance parcourue : $d = 600$ m

D'après la citation, une particule allant à la vitesse de la lumière parcourt $d = 600$ m pendant sa durée de vie $\Delta t = 2{,}0 \times 10^{-6}$ s :

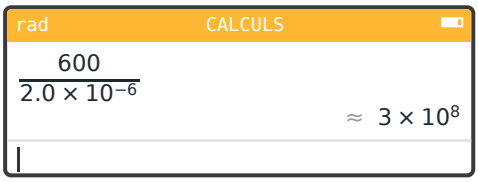
$$c = \frac{d}{\Delta t} = \frac{600}{2{,}0 \times 10^{-6}} = 3{,}0 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$c \approx 3{,}0 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: ordre de grandeur $10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, conforme à la valeur connue.

PIÈGE
Laisser la durée en microsecondes : $1\ \mu\text{s} = 10^{-6}$ s.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la durée $2{,}0\ \mu\text{s}$, donnée la moins précise. Un résultat ne peut pas être plus précis que les données utilisées.

À LA CALCULATRICE



1.2 Pour des muons se déplaçant à la vitesse $v = 0{,}9997\,c$, déterminer leur durée de vie mesurée dans le référentiel du laboratoire.

Données utiles $\Delta T_0 = 2{,}2\ \mu\text{s}$; $\Delta T = \gamma\,\Delta T_0$; $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

Avec $\dfrac{v}{c} = 0{,}9997$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}9997^2}} = 40{,}8$$

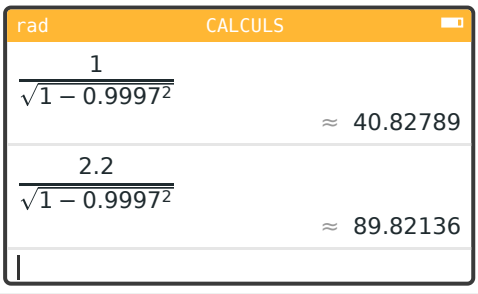
$$\Delta T = \gamma\,\Delta T_0 = 40{,}8 \times 2{,}2 = 90\ \mu\text{s}$$

$\Delta T = 90\ \mu\text{s} = 9{,}0 \times 10^{-5}$ s

PIÈGE
Arrondir $0{,}9997^2$ à 1 : la racine s'annule. Il faut garder tous les chiffres de la calculatrice dans le calcul de γ.

COMPRENDRE
Pour l'observateur terrestre, le muon en mouvement vit environ 41 fois plus longtemps que dans son référentiel propre : c'est la dilatation des durées. Cette notion ne figure plus au programme actuel de spécialité.

À LA CALCULATRICE



1.3 Quelle est la distance parcourue par ces muons dans le référentiel du laboratoire ? Est-elle compatible avec les observations ?

Données utiles $v = 0{,}9997\,c$; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} ; $\Delta T = 89{,}8$ μs (1.2, valeur non arrondie)

Dans le référentiel du laboratoire, le muon se déplace à la vitesse v pendant la durée ΔT :

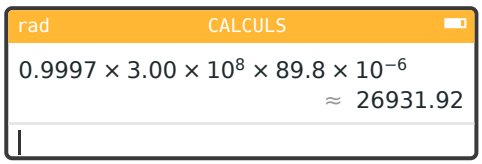
$$d = v\,\Delta T = 0{,}9997 \times 3{,}00 \times 10^8 \times 89{,}8 \times 10^{-6} = 2{,}7 \times 10^4 \text{ m}$$

Les muons sont produits à plusieurs dizaines de kilomètres d'altitude et atteignent le sol : un parcours de 27 km est compatible avec cette observation. Il se situe aussi entre les parcours annoncés de 6,87 km et 63 km.

$d = 2{,}7 \times 10^4$ m $= 27$ km : compatible avec les observations.

COMPRENDRE
Sans dilatation des durées, le parcours serait $v\,\Delta T_0 \approx 660$ m : presque aucun muon n'arriverait au sol. Leur détection au niveau de la mer confirme la relativité restreinte.

À LA CALCULATRICE



1.4 Quelle est l'énergie d'un muon se déplaçant à la vitesse $v = 0{,}9997\,c$? Est-elle cohérente avec les résultats précédents et les informations fournies ?

Données utiles $E = \gamma\, m\, c^2$; $m_\mu = 1{,}88 \times 10^{-28}$ kg ; $\gamma = 40{,}8$ (1.2) ; 1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; $d = 27$ km (1.3)

$$E = \gamma\, m_\mu\, c^2 = 40{,}8 \times 1{,}88 \times 10^{-28} \times (3{,}00 \times 10^8)^2 = 6{,}9 \times 10^{-10} \text{ J}$$

En électronvolts : $E = \dfrac{6{,}9 \times 10^{-10}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 4{,}3 \times 10^9$ eV $= 4{,}3$ GeV.

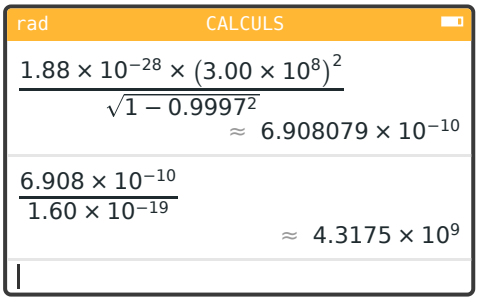
Cette énergie est comprise entre 1 GeV et 10 GeV, et le parcours trouvé, 27 km, est bien compris entre 6,87 km et 63 km : les résultats sont cohérents avec les informations du site.

$E = 6{,}9 \times 10^{-10}$ J $= 4{,}3$ GeV : valeur cohérente.

PIÈGE
Calculer $\frac{1}{2}mv^2$: cette expression n'est pas valable pour une particule relativiste. L'énoncé impose $E = \gamma\, m\, c^2$.

MÉTHODE
Pour vérifier une cohérence, encadrer chaque résultat par les valeurs du document : ici l'énergie entre 1 et 10 GeV, puis le parcours entre ceux des muons de 1 GeV et de 10 GeV.

À LA CALCULATRICE



2.1 Dans quelle direction faut-il orienter le détecteur pour avoir un nombre d'impacts maximal ? Ce positionnement doit-il être effectué avec précision ?

Sur le graphe, le nombre de coups en 5 minutes est maximal (un peu moins de 500) pour $\theta = 0^\circ$: il faut orienter le détecteur vers le zénith, c'est-à-dire à la verticale. C'est la direction pour laquelle les muons traversent la plus faible épaisseur d'atmosphère.

Autour de $\theta = 0^\circ$, la courbe du modèle est presque plate : un écart de quelques degrés modifie le nombre de coups de moins que la barre d'incertitude. Au-delà d'une vingtaine de degrés, le nombre de coups chute nettement.

Orientation vers le zénith ($\theta = 0^\circ$). Le réglage doit être soigné, à quelques degrés près, pour ne pas ajouter d'erreur et pouvoir comparer les mesures entre lycées.

MÉTHODE
Pour juger si un réglage est sensible, comparer la variation de la grandeur mesurée autour du réglage choisi à la taille des barres d'incertitude.

2.2.1 Quelle est la meilleure estimation du nombre d'impacts à Lunel en 10 minutes ? Calculer ce nombre.

Données utiles tableau : $n = 24$ comptages (mesures 1 à 24), de somme $23\,192$

Pour une série de mesures réalisées dans les mêmes conditions, la meilleure estimation est la moyenne des $n = 24$ valeurs du tableau :

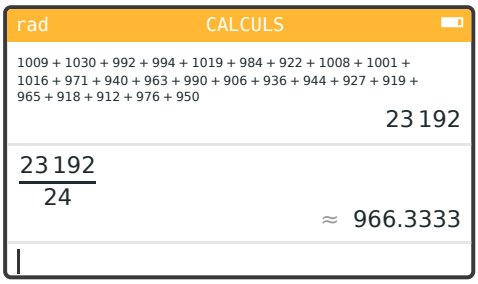
$$\overline{N} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_i = \frac{23\,192}{24} = 966{,}3$$

$\overline{N} \approx 966$ impacts en 10 minutes

PIÈGE
Compter 25 mesures : la ligne numéro 0 (8 h 00) ne contient aucun comptage.

MÉTHODE
Saisir les 24 valeurs dans une liste de la calculatrice, en mode statistique à une variable : elle affiche la moyenne $\overline{x}$ et l'écart-type s_{n-1} (noté aussi S_x), utile à la question suivante.

À LA CALCULATRICE



2.2.2 Écrire le résultat en faisant apparaître la valeur de l'incertitude sur la mesure.

Données utiles $U_X = 2 \times \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}$; $n = 24$; $\overline{N} = 966{,}3$ (2.2.1)

La calculatrice donne l'écart-type expérimental $s_{n-1} = 38{,}19$.

$$U_N = 2 \times \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}} = 2 \times \frac{38{,}19}{\sqrt{24}} = 15{,}6$$

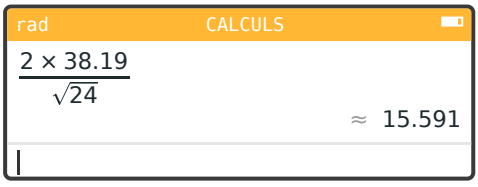
L'incertitude est arrondie par excès à un chiffre significatif : $U_N = 2 \times 10^1$ impacts. Elle porte sur les dizaines, donc la moyenne est arrondie à la dizaine : $9{,}7 \times 10^2$.

$N = (9{,}7 \pm 0{,}2) \times 10^2$ impacts en 10 minutes, avec un niveau de confiance de 95 %.

PIÈGE
Prendre l'écart-type σ_x (division par n) au lieu de s_{n-1}, ou écrire une moyenne plus précise que son incertitude.

COMPRENDRE
Garder deux chiffres pour l'incertitude, soit $N = 966 \pm 16$, est aussi accepté. Dans le programme actuel, on calcule l'incertitude-type $u = \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}$, sans le facteur 2 ni le niveau de confiance.

À LA CALCULATRICE



2.3 Évaluer la surface effective de détection du cosmodétecteur. Commenter le résultat.

Données utiles flux au niveau de la mer : $\varphi = 1$ muon par cm^2 et par minute ; altitude de Lunel : 8 m ; $N = 9{,}7 \times 10^2$ impacts en $\Delta t = 10$ min (2.2.2)

Lunel est à 8 m d'altitude, donc pratiquement au niveau de la mer : le flux vaut $\varphi = 1$ muon par cm^2 et par minute.

Le nombre d'impacts reçus par une surface S pendant Δt est $N = \varphi\, S\, \Delta t$, donc :

$$S = \frac{N}{\varphi\, \Delta t} = \frac{9{,}7 \times 10^2}{1 \times 10} = 97 \text{ cm}^2$$

Cette surface est celle d'un carré d'environ 10 cm de côté : c'est un ordre de grandeur plausible pour l'appareil de la photographie. Le flux n'étant donné qu'avec un chiffre significatif, on ne peut annoncer qu'un ordre de grandeur.

$S \approx 1 \times 10^2$ cm^2 (97 cm^2), soit un carré d'environ 10 cm de côté : résultat réaliste.

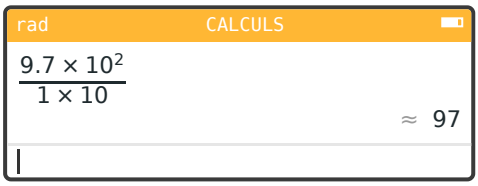
PIÈGE

Oublier que le comptage dure 10 minutes alors que le flux est donné par minute : on trouverait une surface dix fois trop grande.

COMPRENDRE

La surface « effective » peut être plus petite que la surface réelle des plaques : le détecteur ne compte pas forcément tous les muons qui le traversent.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : Un instrument à percussion

Bac S 2018 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Montrer que l'étude expérimentale du son produit par la 7e lame de l'instrument (document 4) est cohérente avec la note jouée.

Données utiles gamme Do4-La5, 13 lames, instrument diatonique ; $f(\text{La}_3) = 440$ Hz ; un demi-ton multiplie la fréquence par $2^{1/12}$, une octave par 2

L'instrument est diatonique : ses 13 lames donnent Do4, Ré4, Mi4, Fa4, Sol4, La4, Si4, Do5, …, La5. La 7e lame joue donc le **Si4**.

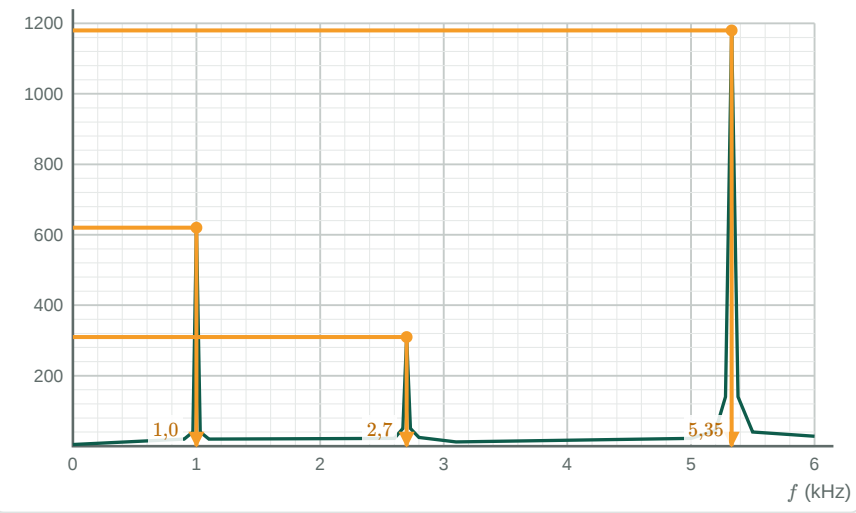
Le La4 est une octave au-dessus du La3 : $f(\text{La}_4) = 2 \times 440 = 880$ Hz.

Le Si4 est deux demi-tons au-dessus du La4 :

$$f(\text{Si}_4) = \left(2^{1/12}\right)^2 \times f(\text{La}_4) = 2^{2/12} \times 880 = 988 \text{ Hz}$$

La hauteur d'un son est la fréquence de son fondamental, c'est-à-dire du pic de plus basse fréquence du spectre. Sur le document 4, ce pic se trouve à $f_1 \approx 1{,}0$ kHz.

$f_1 \approx 1{,}0 \times 10^3$ Hz (spectre) et $f(\text{Si}_4) = 988$ Hz (gamme) : écart d'environ 1 %, le spectre est cohérent avec la note Si4.



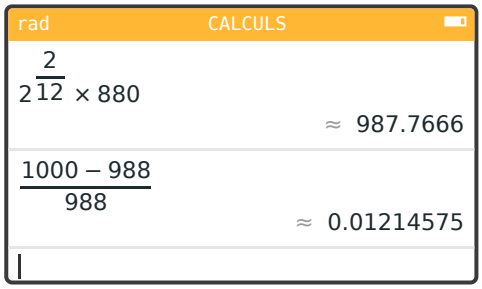
1 · Document 4 : lecture des fréquences des trois pics

PIÈGE
Le pic le plus haut (vers 5,3 kHz) ne donne pas la note. La hauteur est fixée par le pic de plus basse fréquence, quelle que soit son amplitude.

COMPRENDRE
La lecture graphique ne donne que deux chiffres significatifs : on compare 1,0 kHz à 0,99 kHz. Avec la valeur arrondie 1,059 du demi-ton, on trouve 987 Hz : la conclusion est la même.

COMPRENDRE
La gamme tempérée relevait de l'ancien enseignement de spécialité (thème « Son et musique »). Elle ne figure plus au programme actuel de spécialité de Terminale ; l'analyse spectrale d'un son reste utile.

À LA CALCULATRICE



2 Discuter quantitativement la cohérence entre le modèle du document 5 et le spectre obtenu avec la 7e lame (document 4). Puis **Problème** : prévoir les longueurs des lames à chaque extrémité de l'instrument, évaluer la cohérence avec la photographie du document 2, commenter.

Données utiles $f_n = k\,\frac{e}{L^2}\,(2n+1)^2$; 7e lame : $L = 101{,}0$ mm, $e = 2{,}0$ mm ; $f(\mathrm{La}_3) = 440$ Hz ; $f(\mathrm{La}_4) = 880$ Hz (question 1)

Question 2. Si le modèle est valable, la grandeur $k = \dfrac{f_n\,L^2}{e\,(2n+1)^2}$ doit garder la même valeur pour tous les pics du spectre.

Pour la 7e lame : $\dfrac{L^2}{e} = \dfrac{(101{,}0\times10^{-3})^2}{2{,}0\times10^{-3}} = 5{,}10$ m.

Lectures sur le document 4 : $f_1 = 1{,}0$ kHz ; $f_2 = 2{,}7$ kHz ; $f_3 = 5{,}35$ kHz.

- $n=1$: $k = \dfrac{1{,}0\times10^{3}\times5{,}10}{3^2} = 5{,}7\times10^{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $n=2$: $k = \dfrac{2{,}7\times10^{3}\times5{,}10}{5^2} = 5{,}5\times10^{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $n=3$: $k = \dfrac{5{,}35\times10^{3}\times5{,}10}{7^2} = 5{,}6\times10^{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Les trois valeurs s'écartent de moins de 2 % de leur moyenne : compte tenu de la précision des lectures et du caractère approché de la relation, k est bien constante.

> $k \approx 5{,}6\times10^{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ pour les trois pics : le modèle du document 5 est cohérent avec le spectre.

Problème. *Prévision.* Toutes les lames ont la même épaisseur et sont du même acier : e et k sont communs. La note correspond au fondamental ($n=1$) : $f_1 = \dfrac{9\,k\,e}{L^2}$, d'où

$$L = \sqrt{\frac{9\,k\,e}{f_1}}$$

La lame la plus longue joue la note la plus grave, le Do4, trois demi-tons au-dessus du La3 : $f(\mathrm{Do}_4) = 2^{3/12}\times440 = 523$ Hz.

$$L_{\mathrm{Do4}} = \sqrt{\frac{9\times5{,}6\times10^{2}\times2{,}0\times10^{-3}}{523}} = 0{,}14\ \mathrm{m} = 14\ \mathrm{cm}$$

La lame la plus courte joue le La5, deux octaves au-dessus du La3 : $f(\mathrm{La}_5) = 4\times440 = 1760$ Hz.

$$L_{\mathrm{La5}} = \sqrt{\frac{9\times5{,}6\times10^{2}\times2{,}0\times10^{-3}}{1760}} = 7{,}6\times10^{-2}\ \mathrm{m} = 7{,}6\ \mathrm{cm}$$

Photographie. Le mètre ruban posé sur les lames donne l'échelle. Sur la feuille du sujet, 30 cm du ruban (graduations 4 à 34) mesurent environ 13,6 cm ; la première lame y mesure 6,3 cm et la dernière 3,4 cm.

$$L_1 = \frac{6{,}3\times30}{13{,}6} = 14\ \mathrm{cm} \qquad L_{13} = \frac{3{,}4\times30}{13{,}6} = 7{,}5\ \mathrm{cm}$$

> Prévisions : $L_{\mathrm{Do4}} = 14$ cm et $L_{\mathrm{La5}} = 7{,}6$ cm ; photographie : 14 cm et 7,5 cm. Les résultats sont cohérents.

Commentaire. L'accord est très bon, alors que les mesures sur la photographie sont peu précises (au millimètre près sur la feuille, perspective). Comme L varie en $1/\sqrt{f_1}$, monter d'une octave ne divise

PIÈGE
Laisser L et e en millimètres fausse k d'un facteur 1000. Autre erreur fréquente : prendre $n=0$ pour le fondamental, alors que le document 5 impose $n=1$, soit $(2n+1)^2 = 9$.

COMPRENDRE
Les pics ne sont pas des multiples de f_1 : $f_2/f_1 = 25/9 \approx 2{,}8$ et $f_3/f_1 = 49/9 \approx 5{,}4$. Une lame ne produit pas des harmoniques comme une corde, d'où son timbre de cloche.

MÉTHODE
Valider un modèle $y = k\times g(x)$: calculer k pour chaque mesure et vérifier qu'il reste constant. Dans un problème ouvert, annoncer la démarche, les hypothèses (k et e communs), puis confronter prévision et mesure avant de conclure.

la longueur que par $\sqrt{2}$: treize lames tiennent sur un instrument compact.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{(101.0 \times 10^{-3})^2}{2.0 \times 10^{-3}} \approx 5.1005$$

$$\frac{1.0 \times 10^3 \times 5.10}{3^2} \approx 566.6667$$

$$\frac{2.7 \times 10^3 \times 5.10}{5^2} \approx 550.8$$

$$\frac{5.35 \times 10^3 \times 5.10}{7^2} \approx 556.8367$$

$$2^{\frac{3}{12}} \times 440 \approx 523.2511$$

$$\sqrt{\frac{9 \times 5.6 \times 10^2 \times 2.0 \times 10^{-3}}{523}} \approx 0.1388288$$

$$\sqrt{\frac{9 \times 5.6 \times 10^2 \times 2.0 \times 10^{-3}}{1760}} \approx 0.07567875$$

$$\frac{6.3 \times 30}{13.6} \approx 13.89706$$

$$\frac{3.4 \times 30}{13.6} \approx 7.5$$