# Spécialité : Un instrument à percussion

Bac S 2018 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

**1** Montrer que l'étude expérimentale du son produit par la 7e lame de l'instrument (document 4) est cohérente avec la note jouée.

**Données utiles** gamme Do4-La5, 13 lames, instrument diatonique ; $f(\text{La}_3) = 440$ Hz ; un demi-ton multiplie la fréquence par $2^{1/12}$, une octave par 2

L'instrument est diatonique : ses 13 lames donnent Do4, Ré4, Mi4, Fa4, Sol4, La4, Si4, Do5, …, La5. La 7e lame joue donc le **Si4**.

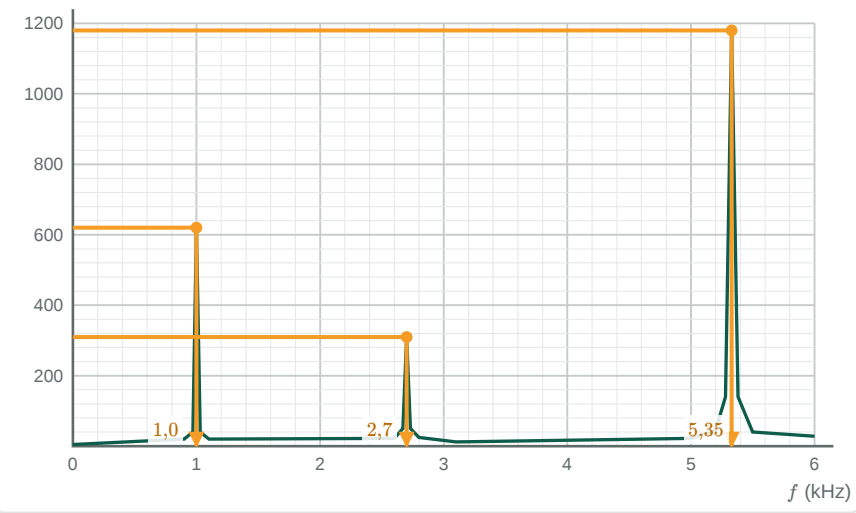
Le La4 est une octave au-dessus du La3 : $f(\text{La}_4) = 2 \times 440 = 880$ Hz.

Le Si4 est deux demi-tons au-dessus du La4 :

$$f(\text{Si}_4) = \left(2^{1/12}\right)^2 \times f(\text{La}_4) = 2^{2/12} \times 880 = 988 \text{ Hz}$$

La hauteur d'un son est la fréquence de son fondamental, c'est-à-dire du pic de plus basse fréquence du spectre. Sur le document 4, ce pic se trouve à $f_1 \approx 1{,}0$ kHz.

$f_1 \approx 1{,}0 \times 10^3$ Hz (spectre) et $f(\text{Si}_4) = 988$ Hz (gamme) : écart d'environ 1 %, le spectre est cohérent avec la note Si4.



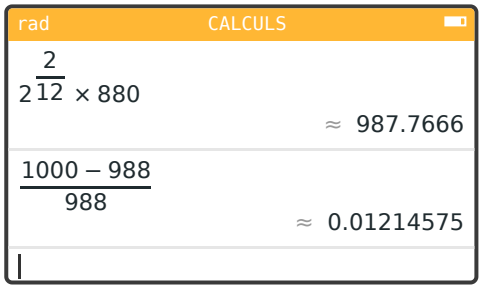

**1** · Document 4 : lecture des fréquences des trois pics

**PIÈGE**
Le pic le plus haut (vers 5,3 kHz) ne donne pas la note. La hauteur est fixée par le pic de plus basse fréquence, quelle que soit son amplitude.

**COMPRENDRE**
La lecture graphique ne donne que deux chiffres significatifs : on compare 1,0 kHz à 0,99 kHz. Avec la valeur arrondie 1,059 du demi-ton, on trouve 987 Hz : la conclusion est la même.

**COMPRENDRE**
La gamme tempérée relevait de l'ancien enseignement de spécialité (thème « Son et musique »). Elle ne figure plus au programme actuel de spécialité de Terminale ; l'analyse spectrale d'un son reste utile.

**À LA CALCULATRICE**



**2** Discuter quantitativement la cohérence entre le modèle du document 5 et le spectre obtenu avec la 7e lame (document 4). Puis **Problème** : prévoir les longueurs des lames à chaque extrémité de l'instrument, évaluer la cohérence avec la photographie du document 2, commenter.

**Données utiles** $f_n = k\,\frac{e}{L^2}\,(2n+1)^2$ ; 7e lame : $L = 101{,}0$ mm, $e = 2{,}0$ mm ; $f(\mathrm{La}_3) = 440$ Hz ; $f(\mathrm{La}_4) = 880$ Hz (question 1)

**Question 2.** Si le modèle est valable, la grandeur $k = \dfrac{f_n\,L^2}{e\,(2n+1)^2}$ doit garder la même valeur pour tous les pics du spectre.

Pour la 7e lame : $\dfrac{L^2}{e} = \dfrac{(101{,}0\times10^{-3})^2}{2{,}0\times10^{-3}} = 5{,}10$ m.

Lectures sur le document 4 : $f_1 = 1{,}0$ kHz ; $f_2 = 2{,}7$ kHz ; $f_3 = 5{,}35$ kHz.

- $n=1$ : $k = \dfrac{1{,}0\times10^{3}\times5{,}10}{3^2} = 5{,}7\times10^{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $n=2$ : $k = \dfrac{2{,}7\times10^{3}\times5{,}10}{5^2} = 5{,}5\times10^{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$
- $n=3$ : $k = \dfrac{5{,}35\times10^{3}\times5{,}10}{7^2} = 5{,}6\times10^{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Les trois valeurs s'écartent de moins de 2 % de leur moyenne : compte tenu de la précision des lectures et du caractère approché de la relation, $k$ est bien constante.

> $k \approx 5{,}6\times10^{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ pour les trois pics : le modèle du document 5 est cohérent avec le spectre.

**Problème.** *Prévision.* Toutes les lames ont la même épaisseur et sont du même acier : $e$ et $k$ sont communs. La note correspond au fondamental ($n=1$) : $f_1 = \dfrac{9\,k\,e}{L^2}$, d'où

$$L = \sqrt{\frac{9\,k\,e}{f_1}}$$

La lame la plus longue joue la note la plus grave, le Do4, trois demi-tons au-dessus du La3 : $f(\mathrm{Do}_4) = 2^{3/12}\times440 = 523$ Hz.

$$L_{\mathrm{Do4}} = \sqrt{\frac{9\times5{,}6\times10^{2}\times2{,}0\times10^{-3}}{523}} = 0{,}14\ \mathrm{m} = 14\ \mathrm{cm}$$

La lame la plus courte joue le La5, deux octaves au-dessus du La3 : $f(\mathrm{La}_5) = 4\times440 = 1760$ Hz.

$$L_{\mathrm{La5}} = \sqrt{\frac{9\times5{,}6\times10^{2}\times2{,}0\times10^{-3}}{1760}} = 7{,}6\times10^{-2}\ \mathrm{m} = 7{,}6\ \mathrm{cm}$$

*Photographie.* Le mètre ruban posé sur les lames donne l'échelle. Sur la feuille du sujet, 30 cm du ruban (graduations 4 à 34) mesurent environ 13,6 cm ; la première lame y mesure 6,3 cm et la dernière 3,4 cm.

$L_1 = \dfrac{6{,}3\times30}{13{,}6} = 14$ cm $\qquad$ $L_{13} = \dfrac{3{,}4\times30}{13{,}6} = 7{,}5$ cm

> Prévisions : $L_{\mathrm{Do4}} = 14$ cm et $L_{\mathrm{La5}} = 7{,}6$ cm ; photographie : 14 cm et 7,5 cm. Les résultats sont cohérents.

*Commentaire.* L'accord est très bon, alors que les mesures sur la photographie sont peu précises (au millimètre près sur la feuille, perspective). Comme $L$ varie en $1/\sqrt{f_1}$, monter d'une octave ne divise

**PIÈGE**
Laisser $L$ et $e$ en millimètres fausse $k$ d'un facteur 1000. Autre erreur fréquente : prendre $n=0$ pour le fondamental, alors que le document 5 impose $n=1$, soit $(2n+1)^2 = 9$.

**COMPRENDRE**
Les pics ne sont pas des multiples de $f_1$ : $f_2/f_1 = 25/9 \approx 2{,}8$ et $f_3/f_1 = 49/9 \approx 5{,}4$. Une lame ne produit pas des harmoniques comme une corde, d'où son timbre de cloche.

**MÉTHODE**
Valider un modèle $y = k\times g(x)$ : calculer $k$ pour chaque mesure et vérifier qu'il reste constant. Dans un problème ouvert, annoncer la démarche, les hypothèses ($k$ et $e$ communs), puis confronter prévision et mesure avant de conclure.

la longueur que par $\sqrt{2}$ : treize lames tiennent sur un instrument compact.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{(101.0 \times 10^{-3})^2}{2.0 \times 10^{-3}} \approx 5.1005$

$\frac{1.0 \times 10^3 \times 5.10}{3^2} \approx 566.6667$

$\frac{2.7 \times 10^3 \times 5.10}{5^2} \approx 550.8$

$\frac{5.35 \times 10^3 \times 5.10}{7^2} \approx 556.8367$

$2^{\frac{3}{12}} \times 440 \approx 523.2511$

$\sqrt{\frac{9 \times 5.6 \times 10^2 \times 2.0 \times 10^{-3}}{523}} \approx 0.1388288$

$\sqrt{\frac{9 \times 5.6 \times 10^2 \times 2.0 \times 10^{-3}}{1760}} \approx 0.07567875$

$\frac{6.3 \times 30}{13.6} \approx 13.89706$

$\frac{3.4 \times 30}{13.6} \approx 7.5$