Détection de rayons cosmiques

Bac S 2018 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Retrouver l'ordre de grandeur de la célérité c de la lumière à partir des valeurs évoquées par Étienne Klein.

Données utiles durée de vie évoquée : $\Delta t = 2{,}0\ \mu\text{s}$; distance parcourue : $d = 600$ m

D'après la citation, une particule allant à la vitesse de la lumière parcourt $d = 600$ m pendant sa durée de vie $\Delta t = 2{,}0 \times 10^{-6}$ s :

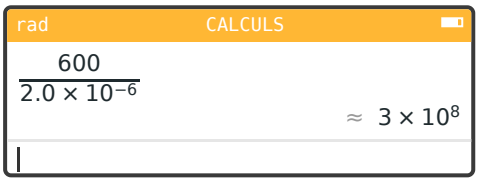
$$c = \frac{d}{\Delta t} = \frac{600}{2{,}0 \times 10^{-6}} = 3{,}0 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$c \approx 3{,}0 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: ordre de grandeur $10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, conforme à la valeur connue.

PIÈGE
Laisser la durée en microsecondes : $1\ \mu\text{s} = 10^{-6}$ s.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la durée $2{,}0\ \mu\text{s}$, donnée la moins précise. Un résultat ne peut pas être plus précis que les données utilisées.

À LA CALCULATRICE



1.2 Pour des muons se déplaçant à la vitesse $v = 0{,}9997\,c$, déterminer leur durée de vie mesurée dans le référentiel du laboratoire.

Données utiles $\Delta T_0 = 2{,}2\ \mu\text{s}$; $\Delta T = \gamma\,\Delta T_0$; $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

Avec $\dfrac{v}{c} = 0{,}9997$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}9997^2}} = 40{,}8$$

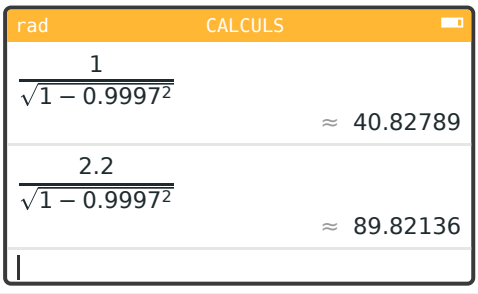
$$\Delta T = \gamma\,\Delta T_0 = 40{,}8 \times 2{,}2 = 90\ \mu\text{s}$$

$\Delta T = 90\ \mu\text{s} = 9{,}0 \times 10^{-5}$ s

PIÈGE
Arrondir $0{,}9997^2$ à 1 : la racine s'annule. Il faut garder tous les chiffres de la calculatrice dans le calcul de γ.

COMPRENDRE
Pour l'observateur terrestre, le muon en mouvement vit environ 41 fois plus longtemps que dans son référentiel propre : c'est la dilatation des durées. Cette notion ne figure plus au programme actuel de spécialité.

À LA CALCULATRICE



1.3 Quelle est la distance parcourue par ces muons dans le référentiel du laboratoire ? Est-elle compatible avec les observations ?

Données utiles $v = 0{,}9997\,c$; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} ; $\Delta T = 89{,}8$ μs (1.2, valeur non arrondie)

Dans le référentiel du laboratoire, le muon se déplace à la vitesse v pendant la durée ΔT :

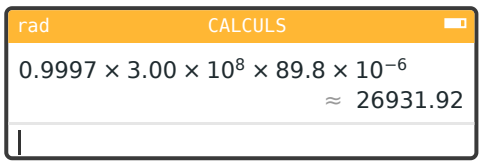
$$d = v\,\Delta T = 0{,}9997 \times 3{,}00 \times 10^8 \times 89{,}8 \times 10^{-6} = 2{,}7 \times 10^4 \text{ m}$$

Les muons sont produits à plusieurs dizaines de kilomètres d'altitude et atteignent le sol : un parcours de 27 km est compatible avec cette observation. Il se situe aussi entre les parcours annoncés de 6,87 km et 63 km.

$d = 2{,}7 \times 10^4$ m $= 27$ km : compatible avec les observations.

COMPRENDRE
Sans dilatation des durées, le parcours serait $v\,\Delta T_0 \approx 660$ m : presque aucun muon n'arriverait au sol. Leur détection au niveau de la mer confirme la relativité restreinte.

À LA CALCULATRICE



1.4 Quelle est l'énergie d'un muon se déplaçant à la vitesse $v = 0{,}9997\,c$? Est-elle cohérente avec les résultats précédents et les informations fournies ?

Données utiles $E = \gamma\, m\, c^2$; $m_\mu = 1{,}88 \times 10^{-28}$ kg ; $\gamma = 40{,}8$ (1.2) ; 1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; $d = 27$ km (1.3)

$$E = \gamma\, m_\mu\, c^2 = 40{,}8 \times 1{,}88 \times 10^{-28} \times (3{,}00 \times 10^8)^2 = 6{,}9 \times 10^{-10} \text{ J}$$

En électronvolts : $E = \dfrac{6{,}9 \times 10^{-10}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 4{,}3 \times 10^9$ eV $= 4{,}3$ GeV.

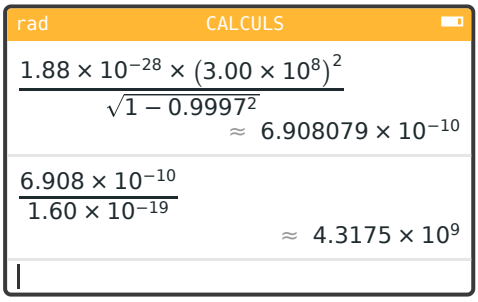
Cette énergie est comprise entre 1 GeV et 10 GeV, et le parcours trouvé, 27 km, est bien compris entre 6,87 km et 63 km : les résultats sont cohérents avec les informations du site.

$E = 6{,}9 \times 10^{-10}$ J $= 4{,}3$ GeV : valeur cohérente.

PIÈGE
Calculer $\frac{1}{2}mv^2$: cette expression n'est pas valable pour une particule relativiste. L'énoncé impose $E = \gamma\, m\, c^2$.

MÉTHODE
Pour vérifier une cohérence, encadrer chaque résultat par les valeurs du document : ici l'énergie entre 1 et 10 GeV, puis le parcours entre ceux des muons de 1 GeV et de 10 GeV.

À LA CALCULATRICE



2.1 Dans quelle direction faut-il orienter le détecteur pour avoir un nombre d'impacts maximal ? Ce positionnement doit-il être effectué avec précision ?

Sur le graphe, le nombre de coups en 5 minutes est maximal (un peu moins de 500) pour $\theta = 0^\circ$: il faut orienter le détecteur vers le zénith, c'est-à-dire à la verticale. C'est la direction pour laquelle les muons traversent la plus faible épaisseur d'atmosphère.

Autour de $\theta = 0^\circ$, la courbe du modèle est presque plate : un écart de quelques degrés modifie le nombre de coups de moins que la barre d'incertitude. Au-delà d'une vingtaine de degrés, le nombre de coups chute nettement.

Orientation vers le zénith ($\theta = 0^\circ$). Le réglage doit être soigné, à quelques degrés près, pour ne pas ajouter d'erreur et pouvoir comparer les mesures entre lycées.

MÉTHODE
Pour juger si un réglage est sensible, comparer la variation de la grandeur mesurée autour du réglage choisi à la taille des barres d'incertitude.

2.2.1 Quelle est la meilleure estimation du nombre d'impacts à Lunel en 10 minutes ? Calculer ce nombre.

Données utiles tableau : $n = 24$ comptages (mesures 1 à 24), de somme $23\,192$

Pour une série de mesures réalisées dans les mêmes conditions, la meilleure estimation est la moyenne des $n = 24$ valeurs du tableau :

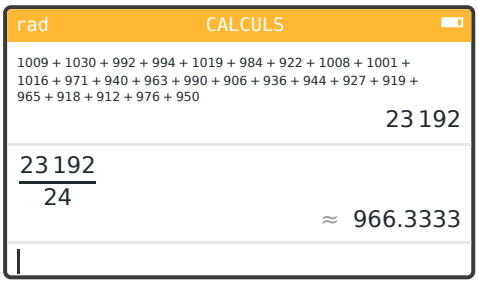
$$\overline{N} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_i = \frac{23\,192}{24} = 966{,}3$$

$\overline{N} \approx 966$ impacts en 10 minutes

PIÈGE
Compter 25 mesures : la ligne numéro 0 (8 h 00) ne contient aucun comptage.

MÉTHODE
Saisir les 24 valeurs dans une liste de la calculatrice, en mode statistique à une variable : elle affiche la moyenne $\overline{x}$ et l'écart-type s_{n-1} (noté aussi S_x), utile à la question suivante.

À LA CALCULATRICE



2.2.2 Écrire le résultat en faisant apparaître la valeur de l'incertitude sur la mesure.

Données utiles $U_X = 2 \times \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}$; $n = 24$; $\overline{N} = 966{,}3$ (2.2.1)

La calculatrice donne l'écart-type expérimental $s_{n-1} = 38{,}19$.

$$U_N = 2 \times \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}} = 2 \times \frac{38{,}19}{\sqrt{24}} = 15{,}6$$

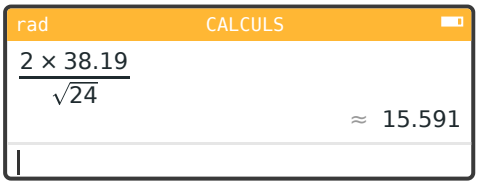
L'incertitude est arrondie par excès à un chiffre significatif : $U_N = 2 \times 10^1$ impacts. Elle porte sur les dizaines, donc la moyenne est arrondie à la dizaine : $9{,}7 \times 10^2$.

$N = (9{,}7 \pm 0{,}2) \times 10^2$ impacts en 10 minutes, avec un niveau de confiance de 95 %.

PIÈGE
Prendre l'écart-type σ_x (division par n) au lieu de s_{n-1}, ou écrire une moyenne plus précise que son incertitude.

COMPRENDRE
Garder deux chiffres pour l'incertitude, soit $N = 966 \pm 16$, est aussi accepté. Dans le programme actuel, on calcule l'incertitude-type $u = \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}$, sans le facteur 2 ni le niveau de confiance.

À LA CALCULATRICE



2.3 Évaluer la surface effective de détection du cosmodétecteur. Commenter le résultat.

Données utiles flux au niveau de la mer : $\varphi = 1$ muon par cm^2 et par minute ; altitude de Lunel : 8 m ; $N = 9{,}7 \times 10^2$ impacts en $\Delta t = 10$ min (2.2.2)

Lunel est à 8 m d'altitude, donc pratiquement au niveau de la mer : le flux vaut $\varphi = 1$ muon par cm^2 et par minute.

Le nombre d'impacts reçus par une surface S pendant Δt est $N = \varphi\, S\, \Delta t$, donc :

$$S = \frac{N}{\varphi\, \Delta t} = \frac{9{,}7 \times 10^2}{1 \times 10} = 97 \text{ cm}^2$$

Cette surface est celle d'un carré d'environ 10 cm de côté : c'est un ordre de grandeur plausible pour l'appareil de la photographie. Le flux n'étant donné qu'avec un chiffre significatif, on ne peut annoncer qu'un ordre de grandeur.

$S \approx 1 \times 10^2$ cm^2 (97 cm^2), soit un carré d'environ 10 cm de côté : résultat réaliste.

PIÈGE

Oublier que le comptage dure 10 minutes alors que le flux est donné par minute : on trouverait une surface dix fois trop grande.

COMPRENDRE

La surface « effective » peut être plus petite que la surface réelle des plaques : le détecteur ne compte pas forcément tous les muons qui le traversent.

À LA CALCULATRICE

