Modélisation d'un parachute au laboratoire

Bac S 2018 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Le référentiel d'étude étant supposé galiléen, écrire la deuxième loi de Newton appliquée au système.

On étudie, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le système {boule de pétanque + parachute} ; sa masse m ne varie pas.

Forces extérieures : le poids $\vec{P}$, la force de frottement $\vec{f}$ et la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$ avec $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, soit

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m\,\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
La relation est vectorielle. Écrire $P + F_A + f = m\,a$ avec les normes est faux : le poids est vers le bas, les deux autres forces vers le haut.

COMPRENDRE
En 2018, cette loi s'énonçait avec la quantité de mouvement $\vec{p} = m\,\vec{v}$: $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$. Cette grandeur n'est plus au programme de spécialité ; à masse constante, les deux écritures sont identiques.

1.2 Montrer, à l'aide d'un calcul numérique, que l'on peut négliger la poussée d'Archimède.

Données utiles $F_A = \rho_{\text{air}}\,V\,g$; $\rho_{\text{air}} = 1{,}2\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $m = 400\ \text{g}$; $d = 10\ \text{cm}$; $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

On compare la poussée d'Archimède au poids du système.

Poids : $P = m\,g = 0{,}400 \times 9{,}8 = 3{,}9\ \text{N}$.

Poussée d'Archimède, avec $r = \dfrac{d}{2} = 5{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m}$:

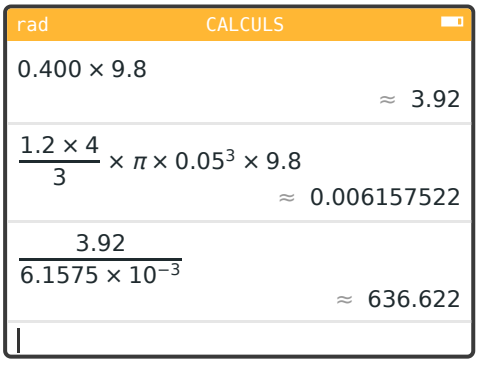
$$F_A = \rho_{\text{air}} \times \frac{4}{3}\pi r^3 \times g = 1{,}2 \times \frac{4}{3}\pi \times (5{,}0 \times 10^{-2})^3 \times 9{,}8 = 6{,}2 \times 10^{-3}\ \text{N}$$

$\dfrac{P}{F_A} = \dfrac{3{,}92}{6{,}16 \times 10^{-3}} \approx 6{,}4 \times 10^2$: la poussée d'Archimède est environ 640 fois plus faible que le poids, elle est négligeable.

PIÈGE
Unités : la masse en kg et le rayon en m. Le sujet donne le diamètre : utiliser $d = 10$ cm à la place de r multiplie le volume par 8.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme g et ρ_{air}. L'énoncé écrit « par rapport au système » : on comprend « par rapport au poids du système », seule force connue à laquelle comparer F_A.

À LA CALCULATRICE



2.1 Comment évolue la vitesse du système lors de sa chute ? Justifier.

Sur la figure 1, l'énergie cinétique augmente de $t = 0$ à $t \approx 0{,}4$ s, puis reste à peu près constante, autour de 2,5 J, jusqu'à la fin de la chute.

Or $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$ avec m constante : la vitesse varie dans le même sens que E_c.

La vitesse augmente pendant environ 0,4 s, puis reste constante : le mouvement est accéléré, puis uniforme.

PIÈGE
Décrire seulement la courbe de E_c ne répond pas à la question : il faut passer à la vitesse grâce à la relation $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$.

2.2 Estimer la valeur de la vitesse limite, vitesse maximale atteinte par le système. À partir de quelle date t_0 est-elle atteinte ?

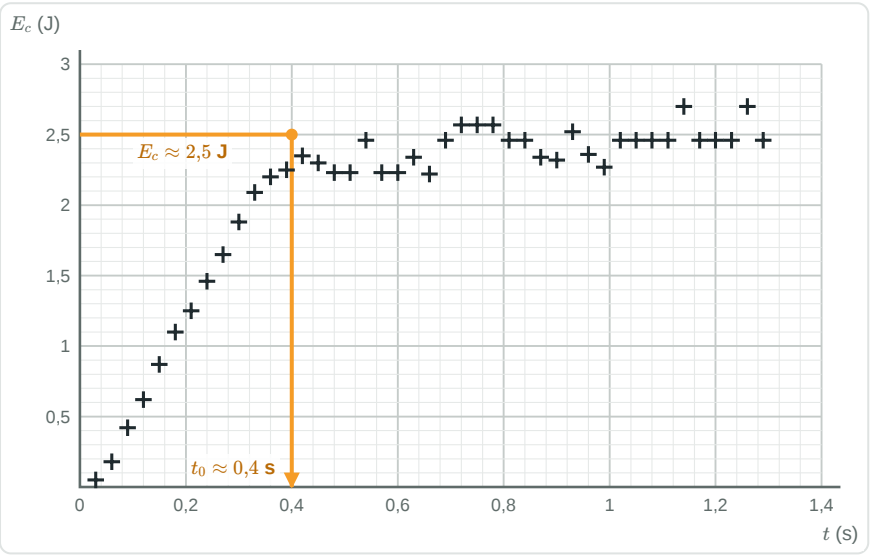
Données utiles $m = 0{,}400$ kg ; figure 1

Sur le palier de la figure 1, on lit $E_{c,\max} \approx 2{,}5$ J.

$$E_{c,\max} = \frac{1}{2} m v_{\lim}^2 \text{ donc } v_{\lim} = \sqrt{\frac{2\,E_{c,\max}}{m}}$$

$$v_{\lim} = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}5}{0{,}400}} = 3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_{\lim} \approx 3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, atteinte à partir de $t_0 \approx 0{,}4$ s.



2.2 · Figure 1 du sujet : palier de l'énergie cinétique et date t_0

COMPRENDRE
Les points du palier fluctuent entre 2,2 J et 2,7 J : on trace une horizontale moyenne. Le mot « estimer » autorise une lecture entre 2,4 J et 2,5 J, soit $3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans les deux cas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\sqrt{\frac{2 \times 2.5}{0.400}} \approx 3.535534$$

2.3 À partir de l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur, déterminer la variation d'altitude Δz du système pendant la phase de mouvement uniforme, de t_0 à l'atterrissage.

Données utiles $m = 0{,}400$ kg ; $g = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $t_0 = 0{,}4$ s (2.2) ; figure 2

$E_{pp} = m\,g\,z$, avec $E_{pp} = 0$ au sol. Entre t_0 et l'atterrissage (date $t_f \approx 1{,}3$ s) :

$$\Delta E_{pp} = m\,g\,\Delta z \text{ donc } \Delta z = \frac{E_{pp}(t_f) - E_{pp}(t_0)}{m\,g}$$

Sur la figure 2 : $E_{pp}(t_0) \approx 12$ J et $E_{pp}(t_f) = 0$.

$$\Delta z = \frac{0 - 12}{0{,}400 \times 9{,}8} = -3{,}1 \text{ m}$$

$\Delta z \approx -3{,}1$ m : le système descend d'environ 3,1 m pendant la phase uniforme.

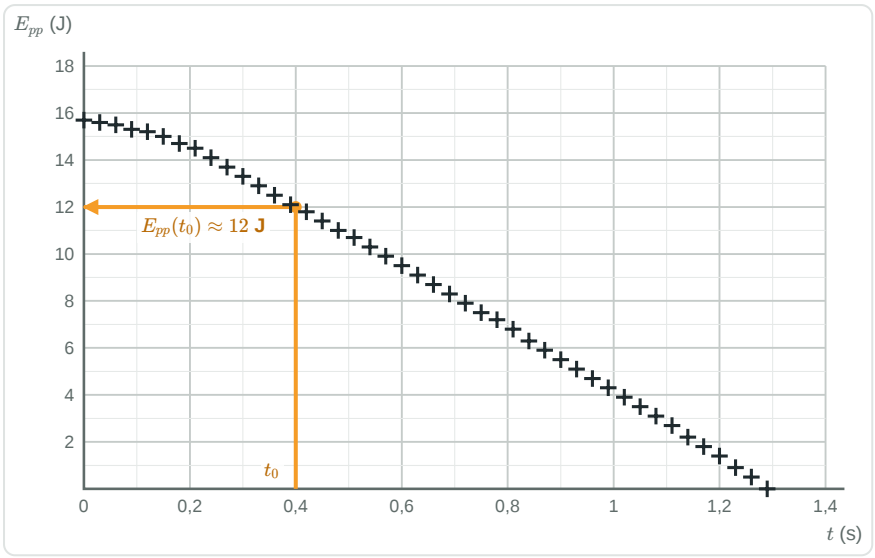
PIÈGE
Une variation se calcule « final moins initial ». L'altitude diminue : Δz doit être négatif. Répondre $+3{,}1$ m sans commentaire fait perdre le signe.

COMPRENDRE
Vérification : à $3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pendant $1{,}3 - 0{,}4 = 0{,}9$ s, le système parcourt $3{,}5 \times 0{,}9 \approx 3{,}2$ m. Les deux méthodes s'accordent.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0 - 12}{0.400 \times 9.8} \approx -3.061224$$



2.3 · Figure 2 du sujet (énergie potentielle seule) : lecture à t_0

2.4 Comment l'énergie mécanique du système varie-t-elle au cours du mouvement ? Que peut-on en conclure sur les forces de frottement de l'air ?

Sur la figure 2, l'énergie mécanique reste pratiquement constante, proche de 16 J, pendant les deux premiers dixièmes de seconde. Elle diminue ensuite jusqu'à l'atterrissage, où elle ne vaut plus qu'environ 2,5 J.

Le poids est une force conservative : seul le travail des frottements, résistant, peut faire baisser l'énergie mécanique.

Les frottements sont négligeables au tout début de la chute (vitesse faible), puis ils ne le sont plus : ils dissipent l'énergie mécanique du système.

COMPRENDRE
Les frottements de l'air augmentent avec la vitesse. Au départ, la vitesse est presque nulle : la chute ressemble à une chute libre et E_m se conserve.

2.5 Déterminer la valeur de la variation d'énergie mécanique pendant la phase de mouvement uniforme.

Données utiles figure 2 ; $t_0 = 0{,}4$ s ; $t_f = 1{,}3$ s

Sur la figure 2 : $E_m(t_0) \approx 14{,}5$ J et $E_m(t_f) \approx 2{,}5$ J.

$\Delta E_m = E_m(t_f) - E_m(t_0) = 2{,}5 - 14{,}5$

$\Delta E_m \approx -12$ J

COMPRENDRE
Pendant cette phase, E_c est constante : $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0 + (0 - 12) = -12$ J. On retrouve la valeur lue, ce qui contrôle la lecture graphique.

2.6 En déduire la valeur de la force de frottement, supposée constante pendant la phase de mouvement uniforme. Conclure quant au bilan des forces pendant cette phase.

Données utiles $\Delta E_m = -12$ J (2.5) ; $\Delta z = -3{,}1$ m (2.3) ; $P = 3{,}9$ N (1.2)

La variation d'énergie mécanique est égale au travail de la force non conservative, ici $\vec{f}$: $\Delta E_m = W(\vec{f})$.

$\vec{f}$ est constante, verticale vers le haut, opposée au déplacement de longueur $|\Delta z|$:

$$W(\vec{f}) = f \times |\Delta z| \times \cos(180^\circ) = -f\,|\Delta z| \text{ donc } f = \frac{-\Delta E_m}{|\Delta z|}$$

$$f = \frac{12}{3{,}1} = 3{,}9 \text{ N}$$

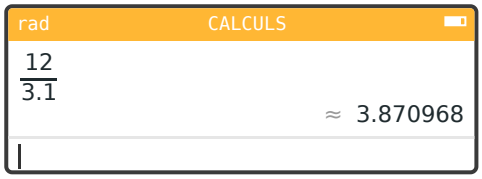
On retrouve la valeur du poids, $P = 3{,}9$ N. La poussée d'Archimède étant négligeable, $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$: les forces se compensent, ce qui est conforme au principe d'inertie pour un mouvement rectiligne uniforme.

$f \approx 3{,}9 \text{ N} \approx P$: pendant la phase uniforme, le frottement compense le poids.

PIÈGE
Le travail de $\vec{f}$ est négatif (force opposée au déplacement). Oublier ce signe conduit à une force négative, ce qui n'a pas de sens pour une norme.

COMPRENDRE
Avec la distance $v_{\text{lim}} \times (t_f - t_0) = 3{,}5 \times 0{,}9 = 3{,}2$ m, on obtient $f \approx 3{,}8$ N. L'écart avec le poids, de 3 %, est inférieur à l'incertitude des lectures graphiques.

À LA CALCULATRICE



3 L'expérience est refaite dans un tube où l'on a fait le vide, avec les mêmes conditions initiales. Représenter l'allure des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique au cours du temps, et justifier par leurs équations horaires.

Données utiles $m = 0{,}400$ kg ; $g = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; figure 2 : $E_{pp}(0) \approx 16$ J ; figure 1 : $E_c(0) = 0$

Dans le vide, l'air n'agit plus : ni frottement, ni poussée d'Archimède. Le système n'est soumis qu'à son poids, c'est une chute libre.

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{a} = m\,\vec{g}$, soit, sur l'axe (Oz) orienté vers le haut, $a_z = -g$.

Conditions initiales identiques : $v_z(0) = 0$ car $E_c(0) = 0$, et $z(0) = H$ avec $m\,g\,H = E_{pp}(0)$, soit $H = \dfrac{16}{0{,}400 \times 9{,}8} = 4{,}1$ m.

Par primitives successives : $v_z(t) = -g\,t$ puis $z(t) = H - \dfrac{1}{2}\,g\,t^2$.

Équations horaires des énergies (en J, t en s) :

$$E_c(t) = \frac{1}{2}\,m\,v_z^2 = \frac{1}{2}\,m\,g^2\,t^2 \approx 19\,t^2$$

$$E_{pp}(t) = m\,g\,z = m\,g\,H - \frac{1}{2}\,m\,g^2\,t^2 \approx 16 - 19\,t^2$$

$E_m(t) = E_c + E_{pp} = m\,g\,H \approx 16$ J : elle est constante, sans frottement.

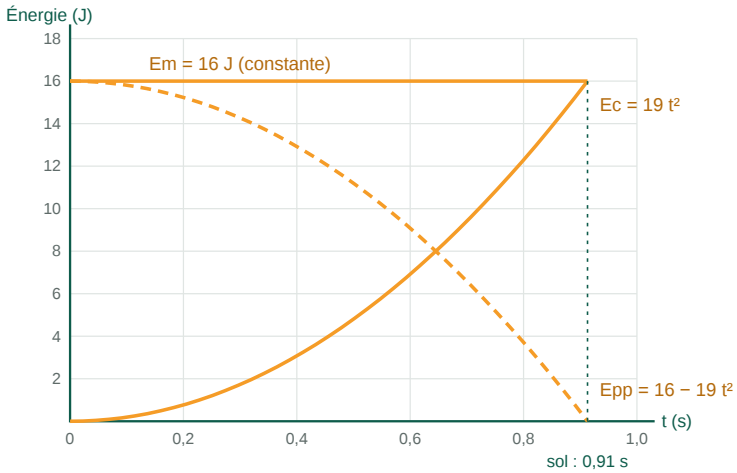
Le sol est atteint quand $E_{pp} = 0$, soit $t = \sqrt{\dfrac{16}{19}} \approx 0{,}91$ s ; alors $E_c = 16$ J.

E_c : arc de parabole croissant de 0 à 16 J ; E_{pp} : arc de parabole décroissant de 16 J à 0 ; E_m : droite horizontale à 16 J ; chute terminée à 0,91 s.

PIÈGE
Les courbes s'arrêtent à l'atterrissage : ne pas prolonger E_{pp} sous zéro. Les deux paraboles se croisent à mi-hauteur d'énergie, 8 J.

COMPRENDRE
Sans air, la chute dure 0,91 s au lieu de 1,3 s et la boule arrive avec 16 J d'énergie cinétique au lieu de 2,5 J : le parachute a dissipé la différence.

MÉTHODE
Chute libre : $a_z = -g$, puis deux primitives avec les conditions initiales. On remplace ensuite v_z et z dans les expressions de E_c et de E_{pp}.



3 · Chute dans le vide : énergies cinétique, potentielle de pesanteur (tirets) et mécanique

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{16}{0.400 \times 9.8} \approx 4.081633$$

$$0.5 \times 0.400 \times 9.8^2 \approx 19.208$$

$$\sqrt{\frac{16}{19.2}} \approx 0.9128709$$