L'exploration de l'astéroïde Ryugu

Bac S 2019 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **7 points** **Durée conseillée 1 h 10**

1.1 Représenter les grilles 1 et 2 puis le champ électrostatique $\vec{E}$ en un point situé entre les grilles pour qu'un ion Xe^+ soit accéléré de la grille 1 vers la grille 2. Justifier.

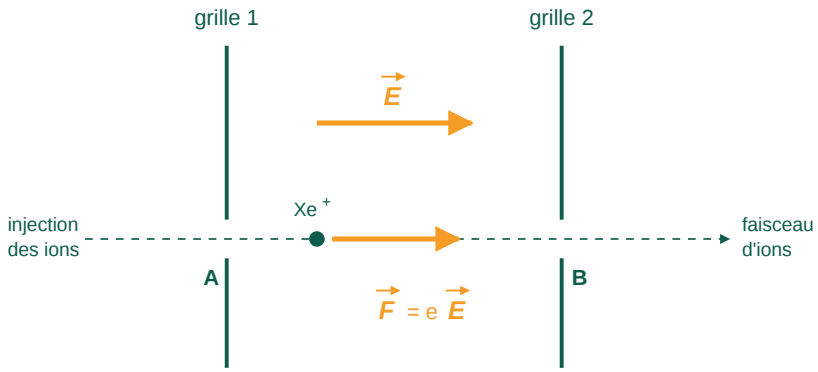
L'ion Xe^+ porte la charge $q = +e$. Il subit la force électrique $\vec{F} = q\vec{E} = e\vec{E}$: comme $e > 0$, $\vec{F}$ a la même direction et le même sens que $\vec{E}$.

L'ion part de A sans vitesse : pour qu'il soit accéléré de la grille 1 vers la grille 2, la force $\vec{F}$ doit être dirigée de la grille 1 vers la grille 2.

$\vec{E}$ est perpendiculaire aux grilles (horizontal) et orienté de la grille 1 vers la grille 2.

PIÈGE
Dessiner le champ sans justifier : c'est le signe de la charge qui donne le sens. Pour un électron, de charge $-e$, le champ devrait être orienté dans l'autre sens.

COMPRENDRE
Le champ est orienté vers les potentiels décroissants : la grille 1 est chargée positivement, la grille 2 négativement.



1.1 · Les deux grilles, le champ électrostatique et la force subie par un ion (tracés en orange)

1.2.1 Établir l'expression littérale du travail de la force électrique que subit l'ion xénon entre A et B en fonction de e, E et d.

Le champ est uniforme, donc la force $\vec{F} = e\vec{E}$ est constante entre A et B. Son travail vaut :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos 0$$

car $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction et le même sens, avec $F = eE$ et $AB = d$.

$$W_{AB}(\vec{F}) = eEd$$

COMPRENDRE
Ce travail est positif : il est moteur, la force électrique fait gagner de la vitesse à l'ion.

1.2.2 Montrer que la vitesse de l'ion xénon au point B s'écrit $v = \sqrt{\dfrac{2eU}{m_{Xe^+}}}$.

D'après l'énoncé, l'énergie cinétique de l'ion en B est égale au travail de la force électrique entre A et B (vitesse nulle en A) :

$$\frac{1}{2} m_{Xe^+} v^2 = eEd$$

Or $E = \dfrac{U}{d}$, donc $eEd = eU$, d'où $v^2 = \dfrac{2eU}{m_{Xe^+}}$.

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_{Xe^+}}}$$

COMPRENDRE
La distance d a disparu : la vitesse de sortie ne dépend que de la tension appliquée, pas de l'écartement des grilles.

MÉTHODE
C'est le théorème de l'énergie cinétique : $E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{F})$, avec $E_c(A) = 0$ et le poids négligé.

1.2.3 Calculer la valeur de la vitesse de l'ion xénon au point B.

Données utiles $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C ; $U = 1500$ V ; $m_{Xe^+} = 2{,}18 \times 10^{-25}$ kg

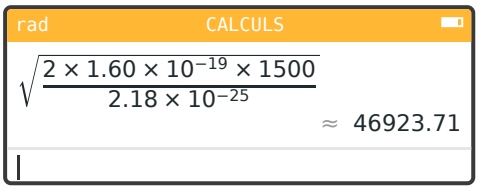
$$v = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m_{Xe^+}}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 1500}{2{,}18 \times 10^{-25}}}$$

$$\boxed{v = 4{,}69 \times 10^{4}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

PIÈGE
Oublier la racine carrée, ou mal placer les parenthèses à la calculatrice : toute la fraction est sous la racine.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme e et m_{Xe^+}, les données les moins précises. Cela représente environ 47 km par seconde : la vitesse d'éjection est très grande.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 En comparant la quantité de mouvement du système {sonde + ions xénon} aux dates $t = 0$ s et $t = 1$ s, montrer que $\vec{V}_{\text{sonde}} = -\dfrac{m_{\text{ions}}}{m_{\text{sonde}}}\vec{V}_{\text{ions}}$.

Dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen, le système {sonde + ions xénon} est isolé : sa quantité de mouvement se conserve.

À $t = 0$ s, le système est immobile : $\vec{p}(0) = \vec{0}$.

À $t = 1$ s : $\vec{p}(1) = m_{\text{sonde}}\,\vec{V}_{\text{sonde}} + m_{\text{ions}}\,\vec{V}_{\text{ions}}$.

Conservation : $\vec{p}(1) = \vec{p}(0)$, soit $m_{\text{sonde}}\,\vec{V}_{\text{sonde}} + m_{\text{ions}}\,\vec{V}_{\text{ions}} = \vec{0}$.

$$\boxed{\vec{V}_{\text{sonde}} = -\frac{m_{\text{ions}}}{m_{\text{sonde}}}\vec{V}_{\text{ions}}}$$

PIÈGE
Écrire la relation avec les normes : c'est une égalité vectorielle, et le signe « $-$ » porte toute l'information utile à la question suivante.

COMPRENDRE
La conservation de la quantité de mouvement d'un système isolé (propulsion par réaction) était au programme de Terminale S ; elle ne figure plus au programme actuel de spécialité.

1.3.2 En déduire pourquoi l'éjection à grande vitesse des ions xénon par la tuyère a pour effet de pousser la sonde à l'opposé de celle-ci.

Dans la relation précédente, le coefficient $-\dfrac{m_{\text{ions}}}{m_{\text{sonde}}}$ est négatif : les vecteurs $\vec{V}_{\text{sonde}}$ et $\vec{V}_{\text{ions}}$ ont la même direction mais des sens opposés.

Les ions sont éjectés vers l'arrière par la tuyère : la sonde est mise en mouvement dans le sens opposé, donc à l'opposé de la tuyère.

COMPRENDRE
Le rapport $\dfrac{m_{\text{ions}}}{m_{\text{sonde}}}$ est minuscule : le gain de vitesse par seconde est très faible. Il ne devient notable que grâce à la grande vitesse d'éjection et à une poussée maintenue très longtemps.

1.3.3 Calculer la durée de fonctionnement maximal des moteurs. Proposer une hypothèse sur l'écart entre la durée de la mission Hayabusa 2 et la valeur obtenue.

Données utiles masse de xénon : $m = 66{,}5$ kg ; chaque moteur éjecte $0{,}34$ mg par seconde ; trois moteurs fonctionnent ; mission de décembre 2014 à décembre 2020

Masse de xénon éjectée par seconde par les trois moteurs : $3 \times 0{,}34 = 1{,}02$ mg, soit $1{,}02 \times 10^{-6}$ kg par seconde.

Durée pour vider les réservoirs :

$$\Delta t = \frac{66{,}5}{3 \times 0{,}34 \times 10^{-6}} = 6{,}5 \times 10^{7} \text{ s}$$

soit $\dfrac{6{,}5 \times 10^{7}}{3600 \times 24} \approx 7{,}5 \times 10^{2}$ jours, c'est-à-dire environ 2,1 ans.

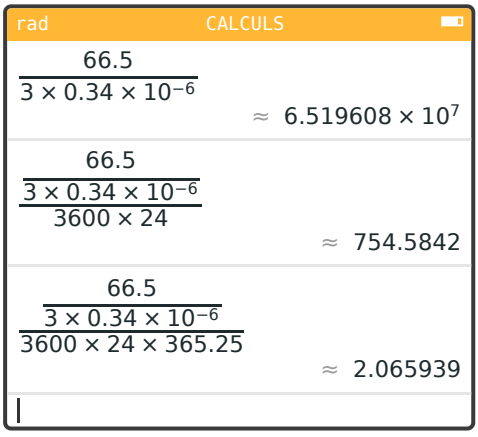
La mission dure 6 ans (décembre 2014 à décembre 2020), soit près de trois fois plus. Hypothèse : les moteurs ne fonctionnent pas en permanence. Ils ne servent qu'à ajuster la trajectoire ; le reste du temps, la sonde avance moteurs éteints.

$\Delta t = 6{,}5 \times 10^{7}$ s $\approx 2{,}1$ ans, bien moins que les 6 ans de la mission : les moteurs ne fonctionnent que par périodes.

PIÈGE
Laisser le débit en milligrammes alors que la masse de xénon est en kilogrammes : $0{,}34$ mg $= 0{,}34 \times 10^{-6}$ kg. Ne pas oublier non plus les trois moteurs.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme le débit de 0,34 mg par seconde.

À LA CALCULATRICE



2.1 Est-il possible de distinguer un détail de dimension égale à 3 m sur la photographie ? Justifier.

Données utiles image carrée de $1{,}1$ km de côté ; définition 512×512 pixels

Un côté de l'image représente $1{,}1$ km $= 1{,}1 \times 10^{3}$ m et contient 512 pixels. Un pixel représente donc un carré de côté :

$$\frac{1{,}1 \times 10^{3}}{512} = 2{,}1 \text{ m}$$

Un détail de 3 m est plus grand qu'un pixel.

Un pixel représente $2{,}1$ m, valeur inférieure à 3 m : on peut distinguer un détail de 3 m, mais de justesse (il n'occupe qu'un pixel et demi environ).

COMPRENDRE
Les images numériques (pixels, codage, débit binaire) étaient au programme de Terminale S ; elles ne figurent plus au programme actuel de spécialité.

MÉTHODE
Pour savoir si un détail est visible sur une image numérique, on compare sa taille à celle que représente un pixel : plus petit qu'un pixel, il est invisible.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1.1 \times 10^3}{512} \approx 2.148438$

$\dfrac{3}{\dfrac{1.1 \times 10^3}{512}} \approx 1.396364$

2.2 Évaluer le diamètre moyen de l'astéroïde Ryugu à partir de sa photographie. Vérifier la cohérence du résultat avec les informations données au début de l'exercice.

Données utiles le côté de la photographie représente 1,1 km ; l'introduction annonce un diamètre d'environ 900 m

On mesure à la règle sur la photographie, puis on utilise l'échelle : le côté du carré représente 1,1 km.

- D'un sommet à l'autre (horizontalement ou verticalement), l'astéroïde occupe environ $0{,}75$ fois le côté de l'image.
- En oblique, entre deux bords opposés, il occupe environ $0{,}65$ fois le côté.

En moyenne, il occupe environ $0{,}70$ fois le côté :

$$D \approx 0{,}70 \times 1{,}1 = 0{,}77 \text{ km}$$

L'introduction annonce « environ 900 m » : l'écart est de l'ordre de 10 %, ce qui est acceptable pour une mesure à la règle sur un objet de forme irrégulière.

$D \approx 0{,}8$ km : même ordre de grandeur que les 900 m annoncés, le résultat est cohérent.

PIÈGE
Prendre le côté de l'image (1,1 km) pour le diamètre : l'astéroïde ne remplit pas tout le cadre. Il faut mesurer et faire un calcul de proportionnalité.

COMPRENDRE
L'astéroïde n'est pas une sphère : selon la direction choisie on trouve entre $0{,}7$ et $0{,}85$ km. Toute valeur de cet ordre, obtenue par une mesure expliquée, est recevable.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.70 \times 1.1 \approx 0.77$

2.3 Déterminer la durée nécessaire pour transmettre toutes les données de cette photographie.

Données utiles 512×512 pixels ; 1 octet par pixel ; débit $D = 32$ kilobits par seconde

Taille de l'image : 512×512 pixels codés chacun sur 1 octet, soit 8 bits :

$$N = 512 \times 512 \times 8 = 2{,}1 \times 10^6 \text{ bits}$$

Le débit binaire est $D = \dfrac{N}{\Delta t}$, avec $D = 32 \times 10^3$ bit · s^{-1}, donc :

$$\Delta t = \frac{N}{D} = \frac{512 \times 512 \times 8}{32 \times 10^3}$$

$\Delta t = 66$ s, soit un peu plus d'une minute.

PIÈGE
Oublier de convertir les octets en bits (1 octet = 8 bits) : on trouverait une durée huit fois trop courte, alors que le débit est donné en bits par seconde.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$512 \times 512 \times 8 = 2\,097\,152$

$\dfrac{512 \times 512 \times 8}{32 \times 10^3} \approx 65.536$

3.1 Montrer que les coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur position de G sont $v_x(t) = v_0$, $v_y(t) = -g_R\,t$ et $x(t) = v_0\,t$, $y(t) = -\dfrac{g_R\,t^2}{2} + h$.

Système {atterrisseur Mascot}, de masse m constante ; référentiel de l'astéroïde supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}_R$, vertical vers le bas.

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{a} = m\,\vec{g}_R$, donc $\vec{a} = \vec{g}_R$, soit $a_x = 0$ et $a_y = -g_R$.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives : $v_x = C_1$ et $v_y = -g_R\,t + C_2$. À $t = 0$, la vitesse $\vec{v}_0$ est horizontale : $v_x(0) = v_0$ et $v_y(0) = 0$, donc $C_1 = v_0$ et $C_2 = 0$.

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche encore les primitives : $x = v_0\,t + C_3$ et $y = -\dfrac{g_R\,t^2}{2} + C_4$. À $t = 0$, G est à la verticale de O à la hauteur h : $x(0) = 0$ et $y(0) = h$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$$v_x(t) = v_0\ ;\ v_y(t) = -g_R\,t\ ;\ x(t) = v_0\,t\ ;\ y(t) = -\frac{g_R\,t^2}{2} + h$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » de a_y : l'axe (Oy) est orienté vers le haut et le poids vers le bas. Oublier la constante h dans $y(t)$: Mascot ne part pas de l'origine.

MÉTHODE
Toujours le même plan : système, référentiel, forces, deuxième loi de Newton, coordonnées de $\vec{a}$, puis deux recherches de primitives, chaque constante étant fixée par une condition initiale.

3.2 Déterminer la valeur de la vitesse de l'atterrisseur Mascot au moment où il touche la surface de l'astéroïde Ryugu. Est-ce cohérent avec l'article de Futura-Sciences ?

Données utiles $g_R = 1{,}1 \times 10^{-4}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_0 = 5{,}5 \times 10^{-2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $h = 60\ \text{m}$; vitesse annoncée par l'article : $10\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$

Mascot touche la surface à la date t_S telle que $y(t_S) = 0$:

$$-\frac{g_R\, t_S^2}{2} + h = 0 \quad \text{soit} \quad t_S = \sqrt{\frac{2\,h}{g_R}}$$

$$t_S = \sqrt{\frac{2 \times 60}{1{,}1 \times 10^{-4}}} = 1{,}0 \times 10^{3}\ \text{s}$$

Coordonnées de la vitesse à cette date : $v_x = v_0 = 5{,}5 \times 10^{-2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_y = -g_R\, t_S = -\sqrt{2\, g_R\, h} = -0{,}11\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Valeur de la vitesse :

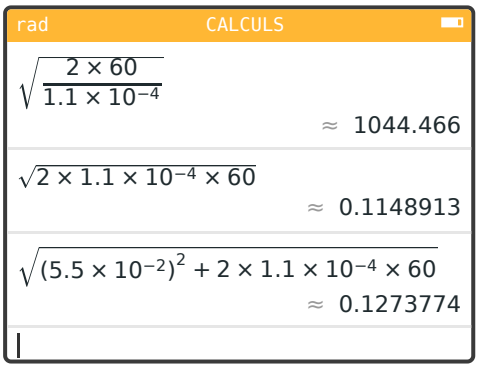
$$v_S = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + 2\, g_R\, h}$$

$$v_S = \sqrt{(5{,}5 \times 10^{-2})^2 + 2 \times 1{,}1 \times 10^{-4} \times 60} = 0{,}13\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

L'article annonce une vitesse d'environ $10\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$: on trouve $13\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, valeur du même ordre de grandeur.

$v_S = 0{,}13\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 13\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$: cohérent avec les $10\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ attendus selon l'article.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Répondre $v_S = |v_y| = 0{,}11\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: la vitesse garde sa composante horizontale v_0 jusqu'au sol. La valeur de la vitesse est la norme du vecteur.

COMPRENDRE

La chute dure plus de 17 minutes pour 60 m : la pesanteur sur Ryugu est environ 10^5 fois plus faible que sur Terre. Mascot arrive à la vitesse d'un objet lâché sur Terre d'un millimètre de haut.

MÉTHODE

Vérification par l'énergie : seul le poids travaille, donc $\frac{1}{2} m\, v_S^2 = \frac{1}{2} m\, v_0^2 + m\, g_R\, h$, ce qui redonne $v_S = \sqrt{v_0^2 + 2\, g_R\, h}$, indépendante de la masse.