Saut à la perche

Bac S 2019 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Entre 3,0 s et 4,0 s, comment peut-on qualifier le mouvement du perchiste ? Justifier.

Sur la figure 2, entre 3,0 s et 4,0 s, la courbe est un palier horizontal : la vitesse garde une valeur constante, $v \approx 5{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. De plus, le perchiste court en ligne droite sur la piste d'élan, le long de l'axe (Ox).

Entre 3,0 s et 4,0 s, le mouvement est **rectiligne uniforme**.

PIÈGE
Répondre seulement « uniforme ». Qualifier un mouvement demande deux mots : la trajectoire (rectiligne) et l'évolution de la vitesse (uniforme), chacun justifié.

1.2 Entre 5,5 s et 6,5 s, estimer la valeur de l'accélération du perchiste.

Données utiles figure 2 : $v \approx 7{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à 5,5 s ; $v \approx 8{,}5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à 6,5 s

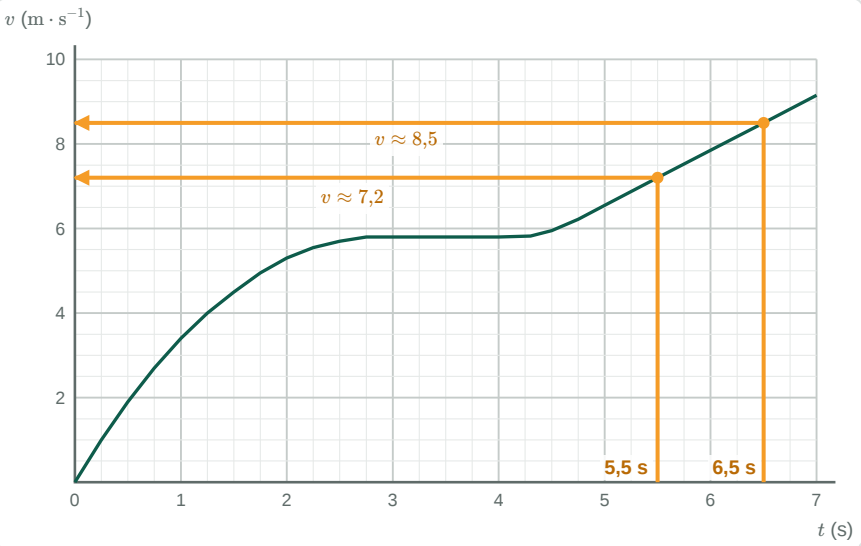
Le mouvement se fait selon (Ox) : l'accélération est $a = \dfrac{\text{d}v}{\text{d}t}$, c'est-à-dire le coefficient directeur de la courbe $v(t)$. Entre 5,5 s et 6,5 s, cette courbe est un segment de droite, donc :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8{,}5 - 7{,}2}{6{,}5 - 5{,}5}$$

$a \approx 1{,}3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

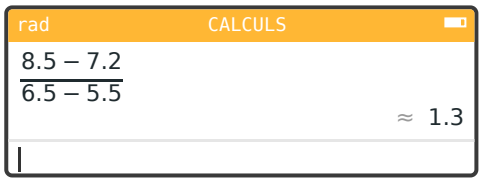
COMPRENDRE
C'est une estimation : selon la lecture, on trouve entre 1,2 et $1{,}5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. Deux chiffres significatifs suffisent, comme pour les vitesses lues sur le graphe.

MÉTHODE
Accélération sur un graphe $v(t)$: repérer une portion rectiligne, lire deux points éloignés, calculer la pente $\Delta v / \Delta t$.



1.2 · Figure 2 du sujet : lectures de la vitesse à 5,5 s et à 6,5 s

À LA CALCULATRICE



1.3 Entre 5,5 s et 6,5 s, comment peut-on qualifier le mouvement du perchiste ? Justifier.

Entre 5,5 s et 6,5 s, la courbe $v(t)$ est une portion de droite croissante : la vitesse est une fonction affine du temps, $v = a\,t + b$. L'accélération $a = \dfrac{\text{d}v}{\text{d}t}$ est donc constante et positive (valeur de la question 1.2). La trajectoire reste une droite.

Entre 5,5 s et 6,5 s, le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré**.

PIÈGE
Écrire « accéléré » sans « uniformément ». C'est le caractère rectiligne du graphe $v(t)$ qui prouve que l'accélération est constante.

2.1 Déterminer, à partir des courbes d'énergies, la valeur de la vitesse à l'instant $t_1 = 7{,}1$ s. Vérifier si elle est cohérente avec la vitesse à la fin de la course d'élan.

Données utiles figure 3 : $E_c(t_1) \approx 3{,}0 \times 10^3$ J ; $m = 70$ kg ; figure 2 : $v \approx 9{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à 7,0 s

L'énergie cinétique du perchiste est $E_c = \dfrac{1}{2} m v^2$, donc $v = \sqrt{\dfrac{2 E_c}{m}}$.

$$v(t_1) = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}0 \times 10^3}{70}} = 9{,}3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Sur la figure 2, la course d'élan se termine à 7,0 s avec une vitesse d'environ $9{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. L'écart est de l'ordre de 1 %, inférieur à la précision des lectures.

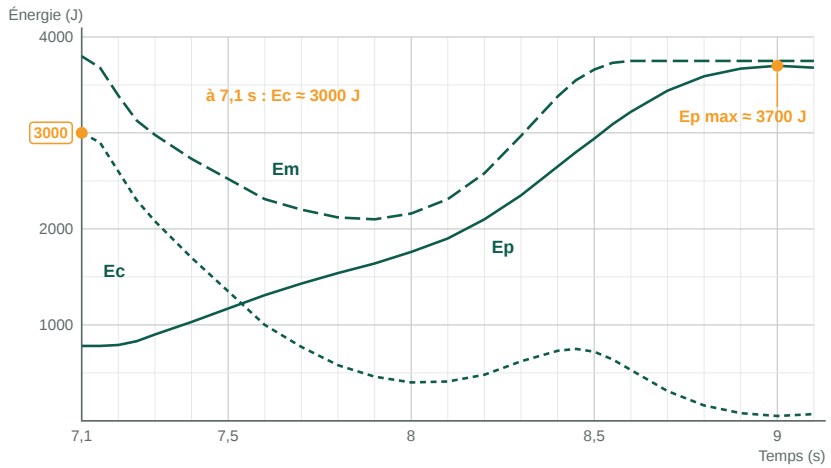
$v(t_1) = 9{,}3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, valeur cohérente avec la fin de la course d'élan (environ $9{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).

PIÈGE
Lire la mauvaise courbe. La légende distingue E_c (pointillés courts, 3000 J à t_1) de E_m (tirets longs, 3800 J). Oublier la racine carrée est l'autre erreur fréquente.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\sqrt{\dfrac{2 \times 3.0 \times 10^3}{70}}$ ≈ 9.258201



2.1 · Figure 3 du sujet : lecture de E_c à t_1 (question 2.1) et du maximum de E_p (question 2.2)

2.2 Déterminer, à partir des courbes, la valeur de la hauteur H du saut (distance entre le sol et la position la plus haute du perchiste) et comparer avec la valeur des données.

Données utiles figure 3 : $E_{p,\max} \approx 3{,}7 \times 10^3$ J ; $m = 70$ kg ; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $H = 5{,}4$ m

Avec l'origine des énergies potentielles au niveau du sol, $E_p = m\,g\,z$. La position la plus haute correspond au maximum de E_p, atteint vers 9,0 s : $E_{p,\max} = m\,g\,H$.

$$H = \frac{E_{p,\max}}{m\,g} = \frac{3{,}7 \times 10^3}{70 \times 9{,}8} = 5{,}4\ \text{m}$$

$H = 5{,}4$ m : on retrouve la valeur donnée dans l'énoncé.

COMPRENDRE
À t_1, E_p vaut déjà environ 780 J et non zéro : le centre de masse du perchiste debout se trouve à un peu plus d'un mètre du sol.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{3.7 \times 10^3}{70 \times 9.8}$ ≈ 5.393586

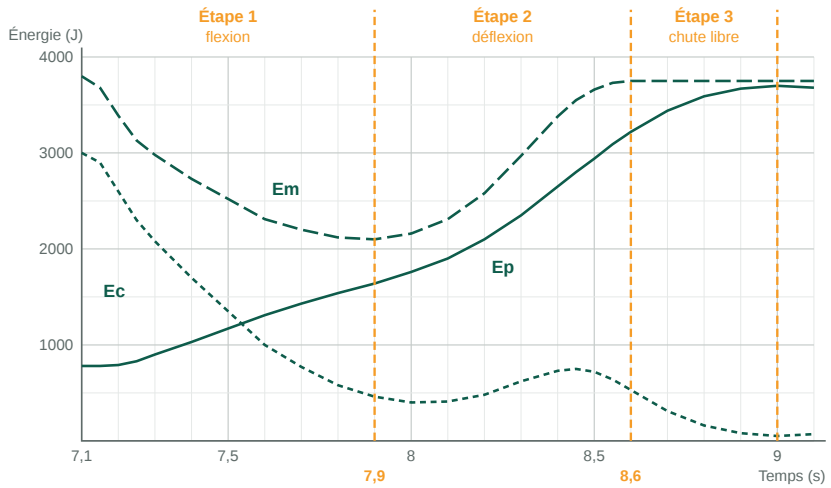
2.3 Identifier, sur la figure 3, les différentes étapes de la phase ascendante, en indiquant pour chaque étape l'instant du début et celui de la fin.

On suit l'énergie mécanique E_m du perchiste.

- **Étape 1, flexion : de 7,1 s à 7,9 s environ.** E_m diminue (de 3800 J à 2100 J) : le perchiste cède de l'énergie à la perche, qui se déforme.
- **Étape 2, déflexion : de 7,9 s à 8,6 s environ.** E_m augmente jusqu'à 3750 J : la perche se redresse et rend l'énergie au perchiste.
- **Étape 3, « chute libre » ascendante : de 8,6 s à 9,0 s environ.** E_m est constante ; E_c diminue pendant que E_p augmente jusqu'à son maximum.

Étape 1 : 7,1 s à 7,9 s ; étape 2 : 7,9 s à 8,6 s ; étape 3 : 8,6 s à 9,0 s.

MÉTHODE
Quand un système échange de l'énergie avec un objet déformable, c'est sa courbe E_m qui raconte l'échange : elle baisse quand il donne, monte quand il reçoit, reste plate en chute libre.



2.3 · Figure 3 du sujet : les trois étapes se repèrent sur la courbe E_m (elle descend, remonte, puis reste constante)

2.4 Comparer les énergies mécaniques du perchiste aux instants $t_1 = 7{,}1$ s et $t_2 = 9$ s. Interpréter.

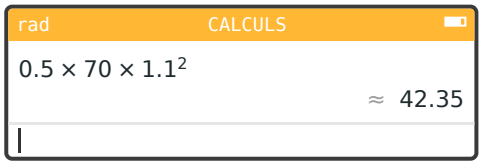
Sur la figure 3 : $E_m(t_1) \approx 3{,}8 \times 10^3$ J et $E_m(t_2) \approx 3{,}75 \times 10^3$ J. Ces deux valeurs sont égales à la précision de la lecture (écart d'environ 1 %).

Interprétation : la perche a restitué au perchiste pratiquement toute l'énergie qu'il lui avait cédée pendant la flexion, et les pertes (frottements, déformation) sont négligeables. Sur l'ensemble de la phase ascendante, l'énergie cinétique acquise pendant l'élan a été convertie en énergie potentielle de pesanteur.

$E_m(t_2) \approx E_m(t_1) \approx 3{,}8 \times 10^3$ J : l'énergie mécanique du perchiste est la même au début et à la fin de la phase ascendante.

COMPRENDRE
À t_2, il reste $E_c \approx 50$ J : le perchiste avance encore horizontalement pour franchir la barre. Avec $v_0 = 1{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (partie 3), $\frac{1}{2} m v_0^2 \approx 42$ J, du même ordre.

À LA CALCULATRICE



2.5 Comment évoluerait la performance du perchiste si sa vitesse à l'instant t_1 était plus élevée ?

Si $v(t_1)$ augmente, $E_c(t_1) = \frac{1}{2} m v^2$ augmente, donc $E_m(t_1)$ aussi. Or l'énergie mécanique se retrouve intégralement à t_2 (question 2.4), presque entièrement sous forme d'énergie potentielle $m g H$: la hauteur H atteinte est plus grande.

Avec une vitesse plus élevée à t_1, le perchiste monte plus haut : sa performance s'améliore.

COMPRENDRE
L'énergie cinétique varie comme v^2 : 5 % de vitesse en plus apportent environ 10 % d'énergie cinétique en plus. D'où l'importance de la course d'élan.

3.1 Énoncer la seconde loi de Newton.

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système est égale à la dérivée par rapport au temps de son vecteur quantité de mouvement $\vec{p} = m\vec{v}_G$:

$$\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

Si la masse du système est constante : $\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$

PIÈGE
Oublier « dans un référentiel galiléen » : sans cette précision, l'énoncé est incomplet.

COMPRENDRE
La quantité de mouvement n'est plus au programme actuel de spécialité : on y énonce directement la loi sous la forme $\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$, pour un système de masse constante.

3.2 En appliquant la seconde loi de Newton, montrer que les composantes du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du perchiste sont $a_x = 0$ et $a_z = -g$.

Système : {perchiste}, assimilé à un point matériel G de masse m constante. Référentiel : terrestre, supposé galiléen.

Le perchiste est en chute libre : la seule force qu'il subit est son poids $\overrightarrow{P} = m\vec{g}$.

Seconde loi de Newton : $\overrightarrow{P} = m\vec{a}_G$, soit $m\vec{g} = m\vec{a}_G$, donc $\vec{a}_G = \vec{g}$.

Dans le repère (Oxz), l'axe (Oz) est vertical et orienté vers le haut, alors que $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas : $\vec{g}$ a pour coordonnées $(0\,;\,-g)$.

$a_x = 0$ et $a_z = -g$

MÉTHODE
Toujours les mêmes quatre temps : système, référentiel galiléen, bilan des forces, loi de Newton ; puis projection sur les axes en regardant leur orientation.

3.3 Avec le début de la phase descendante comme origine des temps, montrer que dans le repère (Oxz) les équations horaires s'écrivent $x(t) = v_0\,t$ et $z(t) = -\frac{1}{2} g\,t^2 + H$.

Comme $\vec{a}_G = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de $a_x = 0$ et $a_z = -g$:

$$v_x(t) = C_1 \qquad v_z(t) = -g\,t + C_2$$

À $t = 0$, le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ est horizontal : $v_x(0) = v_0$ et $v_z(0) = 0$, donc $C_1 = v_0$ et $C_2 = 0$. Ainsi $v_x(t) = v_0$ et $v_z(t) = -g\,t$.

Comme $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche de nouveau les primitives :

$$x(t) = v_0\,t + C_3 \qquad z(t) = -\frac{1}{2} g\,t^2 + C_4$$

À $t = 0$, le perchiste est sur l'axe (Oz), à la hauteur H : $x(0) = 0$ et $z(0) = H$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = H$.

$x(t) = v_0\,t$ et $z(t) = -\frac{1}{2} g\,t^2 + H$

PIÈGE
Écrire les constantes sans les justifier. Chaque constante d'intégration vient d'une condition initiale lue sur le schéma : vitesse horizontale, position de départ à la verticale de O, à la hauteur H.

3.4 Quelle est la durée de la phase descendante ? Commenter le résultat.

Données utiles $H = 5{,}4$ m ; $h = 0{,}70$ m ; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_0 = 1{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

La descente se termine à la date t_f où le perchiste touche le tapis, de hauteur h : $z(t_f) = h$.

$-\frac{1}{2}\,g\,t_f^2 + H = h$, soit $t_f^2 = \frac{2\,(H-h)}{g}$, et comme $t_f > 0$:

$$t_f = \sqrt{\frac{2\,(H-h)}{g}} = \sqrt{\frac{2\times(5{,}4-0{,}70)}{9{,}8}} = 0{,}98\ \text{s}$$

Commentaire : la chute dure environ une seconde, ce qui est réaliste pour une chute de 4,7 m. Pendant ce temps, le perchiste avance de $x(t_f) = v_0\,t_f = 1{,}1\times 0{,}98 = 1{,}1$ m : il retombe bien sur le tapis, juste derrière la barre.

$t_f = 0{,}98$ s : une chute brève, d'environ une seconde.

PIÈGE
Résoudre $z = 0$: le perchiste ne descend pas jusqu'au sol, il s'arrête sur le tapis à $z = h$. On trouverait 1,0 s au lieu de 0,98 s.

COMPRENDRE
À l'arrivée, la vitesse verticale vaut $g\,t_f \approx 9{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit près de $35\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: d'où l'épaisseur du tapis de réception.

À LA CALCULATRICE

