La scintigraphie cardiaque

Bac 2026 Polynésie Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Préciser à quel type de désintégration correspond la transformation nucléaire du thallium 201 en mercure 201.

Données utiles $^{201}_{81}\mathrm{Tl} \longrightarrow {}^{201}_{80}\mathrm{Hg}^{*} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

La particule émise $^{0}_{1}\mathrm{e}$ a un nombre de masse nul et un nombre de charge égal à $+1$: c'est un positon.

Il s'agit d'une désintégration de type **β+** (émission d'un positon).

PIÈGE
Confondre le positon $^{0}_{1}\mathrm{e}$ (β+) avec l'électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$ (β−). C'est le signe du nombre de charge qui tranche.

COMPRENDRE
Les lois de conservation sont vérifiées : $201 = 201 + 0$ pour le nombre de masse et $81 = 80 + 1$ pour le nombre de charge. Le noyau fils a un proton de moins que le noyau père.

Q2 Exprimer puis calculer la longueur d'onde λ_v dans le vide du rayonnement d'énergie E.

Données utiles $E = 135$ keV ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; $1\ \mathrm{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

De $E = \dfrac{h\,c}{\lambda_v}$ on tire $\lambda_v = \dfrac{h\,c}{E}$.

Conversion de l'énergie en joules : $E = 135 \times 10^{3} \times 1{,}60 \times 10^{-19} = 2{,}16 \times 10^{-14}$ J.

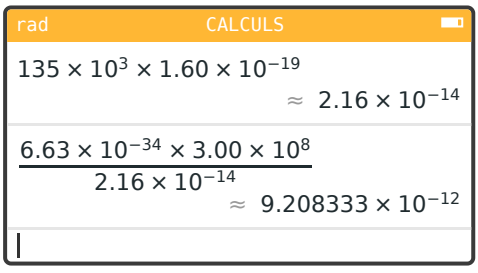
$$\lambda_v = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{2{,}16 \times 10^{-14}}$$

$\lambda_v = 9{,}21 \times 10^{-12}$ m

PIÈGE
Laisser l'énergie en keV. La relation exige E en joules : il faut convertir les keV en eV (facteur 10^3), puis les eV en joules.

COMPRENDRE
Toutes les données ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois.

À LA CALCULATRICE



Q3 Retrouver le domaine du spectre électromagnétique auquel appartient ce rayonnement.

Données utiles $\lambda_v = 9{,}21 \times 10^{-12}$ m (Q2) ; limite entre rayons γ et rayons X : 10^{-11} m

$\lambda_v = 9{,}21 \times 10^{-12}\ \mathrm{m} = 0{,}921 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}$, donc $\lambda_v < 10^{-11}$ m.

Le rayonnement appartient au domaine des **rayons γ**, en accord avec l'énoncé (« photon γ »).

MÉTHODE
Pour comparer deux longueurs d'onde, les écrire avec la même puissance de dix. Ici la valeur est juste en dessous de la limite : la comparaison doit être écrite.

Q4 Citer une méthode de protection contre ces rayonnements ionisants.

Interposer un **écran** dense et épais (plomb, béton) entre la source et la personne : tablier ou paravent plombé, seringue blindée.

COMPRENDRE
Deux autres réponses sont acceptées : s'éloigner de la source, ou réduire la durée d'exposition. Une seule méthode est demandée.

Q5 Donner la relation entre l'activité $A(t)$ d'un échantillon et la dérivée temporelle $\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}$ du nombre de noyaux radioactifs.

L'activité est le nombre de désintégrations par unité de temps ; chaque désintégration fait disparaître un noyau, donc $N(t)$ diminue.

$$A(t) = -\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ ». $N(t)$ décroît, sa dérivée est négative, alors qu'une activité est toujours positive.

Q6 Établir l'équation différentielle régissant la population de noyaux radioactifs $N(t)$ sous la forme $\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N(t) = 0$.

Données utiles $A(t) = \lambda\, N(t)$; $A(t) = -\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}$ (Q5)

On égale les deux expressions de l'activité :

$$-\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = \lambda\, N(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N(t) = 0$$

Q7 Vérifier que $N(t) = N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

On dérive : $\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

On reporte dans le premier membre de l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N(t) = -\lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t} + \lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t} = 0$$

De plus $N(0) = N_0\, \mathrm{e}^{0} = N_0$: la condition initiale est respectée.

$N(t) = N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$ est bien solution de $\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} + \lambda\, N(t) = 0$.

MÉTHODE
« Vérifier qu'une fonction est solution » : dériver la fonction proposée, reporter dans l'équation, constater l'égalité. Il n'est pas demandé de résoudre l'équation.

Q8 Établir l'expression de la constante radioactive λ en fonction de la demi-vie $t_{1/2}$, puis en déduire que $\lambda = 2{,}64 \times 10^{-6}\ \mathrm{s}^{-1}$ pour le thallium 201.

Données utiles $t_{1/2} = 3{,}04$ jours ; 1 jour $= 86\,400$ s

La demi-vie est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

$N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$, donc $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$, soit $-\lambda\, t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

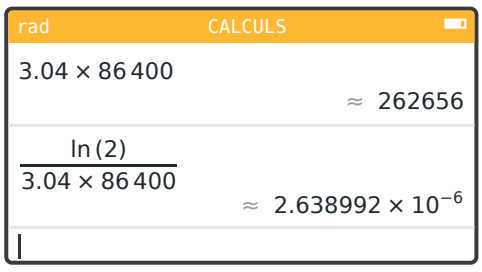
Avec $t_{1/2} = 3{,}04 \times 86\,400 = 2{,}63 \times 10^{5}$ s :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{3{,}04 \times 86\,400}$$

$\lambda = 2{,}64 \times 10^{-6}\ \mathrm{s}^{-1}$: c'est bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Laisser la demi-vie en jours : on obtient $0{,}228\ \mathrm{j}^{-1}$, pas la valeur demandée en s^{-1}. Autre oubli fréquent : les parenthèses au dénominateur sur la calculatrice.

À LA CALCULATRICE



Q9 Calculer l'activité restante A_r chez le patient deux heures après l'injection. Conclure.

Données utiles $A_0 = 78$ MBq ; $\lambda = 2{,}64 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$ (Q8) ; $t = 2\ \text{h} = 7\,200$ s

Loi de décroissance : $A_r = A_0\,\text{e}^{-\lambda t}$, avec $t = 2 \times 3\,600 = 7\,200$ s.

$$A_r = 78 \times \text{e}^{-2{,}64\times10^{-6}\times7\,200} = 78 \times 0{,}981$$

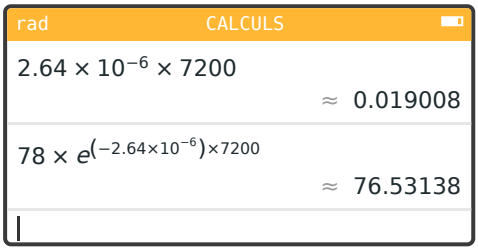
$A_r = 77$ MBq

Conclusion : en deux heures, l'activité n'a diminué que d'environ 2 %. Elle reste pratiquement constante pendant l'examen (15 à 30 minutes), ce qui convient pour l'imagerie, mais le patient est encore presque aussi radioactif qu'au moment de l'injection.

PIÈGE
Mélanger les unités dans l'exposant : λ est en s^{-1}, la durée doit être en secondes. L'activité peut rester en MBq, comme A_0.

COMPRENDRE
A_0 n'a que deux chiffres significatifs : on écrit 77 MBq. Le résultat était prévisible : 2 h est très court devant la demi-vie (73 h).

À LA CALCULATRICE



Q10 Calculer la durée $t_{1\%}$, en jours, au bout de laquelle l'activité est égale à 1 % de sa valeur initiale A_0. Justifier la nécessité de boire beaucoup d'eau après l'examen.

Données utiles $\lambda = 2{,}64 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$ (Q8) ; 1 jour $= 86\,400$ s

On cherche $t_{1\%}$ tel que $A(t_{1\%}) = \dfrac{A_0}{100}$:

$A_0\,\text{e}^{-\lambda t_{1\%}} = \dfrac{A_0}{100}$, donc $-\lambda\,t_{1\%} = \ln\left(\dfrac{1}{100}\right) = -\ln 100$.

$$t_{1\%} = \frac{\ln 100}{\lambda} = \frac{\ln 100}{2{,}64 \times 10^{-6}} = 1{,}74 \times 10^{6}\ \text{s}$$

En jours : $t_{1\%} = \dfrac{1{,}74 \times 10^{6}}{86\,400}$

$t_{1\%} = 20{,}2$ jours

Justification : par la seule décroissance radioactive, il faut environ trois semaines pour que l'activité tombe à 1 % de sa valeur initiale. Boire beaucoup d'eau accélère l'élimination du thallium par voie urinaire : la durée d'exposition du patient et de son entourage est réduite.

PIÈGE
Écrire $\ln(0{,}01)$ sans le signe « $-$ » de l'exposant donne une durée négative. Ne pas oublier la conversion finale en jours, demandée par l'énoncé.

COMPRENDRE
Vérification : $\ln 100 / \ln 2 \approx 6{,}64$, il faut donc 6,64 demi-vies, soit $6{,}64 \times 3{,}04 \approx 20{,}2$ jours. Le résultat ne dépend pas de A_0.

À LA CALCULATRICE

