# Les océans sous haute surveillance

Bac S 2019 Asie (ancien programme) · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

**1.1** Exprimer la durée $\Delta t$ d'un aller-retour du signal radar en fonction de la célérité $c$ et de la distance $H_a$.

Le signal descend jusqu'à la mer puis remonte : il parcourt la distance $2H_a$ à la célérité $c$.

$$\Delta t = \frac{2H_a}{c}$$

**PIÈGE**
Oublier le facteur 2 : l'écho est reçu à bord du satellite, l'onde a donc parcouru deux fois la distance altimétrique.

**1.2** a. Montrer que le délai supplémentaire $\tau = \Delta t_1 - \Delta t_2$ dû à la traversée aller et retour d'un nuage s'exprime à l'aide de $h$, $c$, $n_1$ et $n_2$, puis calculer $\tau$. b. Calculer en cm la distance $d$ parcourue dans l'atmosphère sans nuage pendant la durée $\tau$ et conclure sur l'intérêt du radiomètre.

**Données utiles** $h = 2{,}0$ km ; $n_1 = 1{,}00032$ ; $n_2 = 1{,}00029$ ; $n = \frac{c}{v}$ ; $c = 3{,}0 \times 10^8$ m · s$^{-1}$ ; précision des mesures : 5 cm

**a.** Dans un milieu d'indice $n$, l'onde se propage à la célérité $v = \frac{c}{n}$. Un aller-retour sur la hauteur $h$ dure donc $\frac{2h}{v} = \frac{2hn}{c}$.

Dans le nuage : $\Delta t_1 = \frac{2hn_1}{c}$ ; dans l'air sans nuage : $\Delta t_2 = \frac{2hn_2}{c}$.

$$\tau = \Delta t_1 - \Delta t_2 = \frac{2h}{c}(n_1 - n_2)$$

L'énoncé écrit $(n_2 - n_1)$ : les indices y sont inversés, ce qui donnerait un délai négatif alors que $n_1 > n_2$.

$$\tau = \frac{2 \times 2{,}0 \times 10^3}{3{,}0 \times 10^8} \times (1{,}00032 - 1{,}00029) = 4{,}0 \times 10^{-10} \text{ s}$$

**b.** Dans l'air sans nuage, la célérité est $v_2 = \frac{c}{n_2}$, donc $d = v_2\,\tau = \frac{c\,\tau}{n_2}$.

$$d = \frac{3{,}0 \times 10^8 \times 4{,}0 \times 10^{-10}}{1{,}00029} = 0{,}12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

Cette distance dépasse la précision de 5 cm visée pour le niveau de la mer. Sans connaître les indices, donc sans le radiomètre, le retard dû au nuage serait pris pour une distance supplémentaire et la mesure serait faussée.

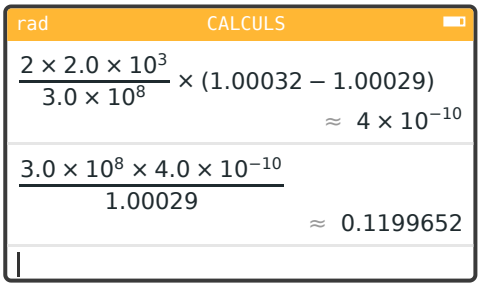
$\tau = \frac{2h}{c}(n_1 - n_2) = 4{,}0 \times 10^{-10}$ s et $d = 12$ cm, supérieure à la précision de 5 cm : la correction du radiomètre est indispensable.

**PIÈGE**
Laisser $h$ en kilomètres. Arrondir les indices avant de les soustraire : tout le résultat tient dans leur différence, $3 \times 10^{-5}$.

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs, comme $h$ et $c$. Le nuage a l'indice le plus grand : l'onde y est plus lente et arrive plus tard, donc $\tau$ est positif. Contrôler ainsi le signe d'un résultat.

**MÉTHODE**
Pour juger si un effet est négligeable, le convertir dans la grandeur mesurée (ici une distance) et le comparer à la précision annoncée par l'énoncé.

**À LA CALCULATRICE**

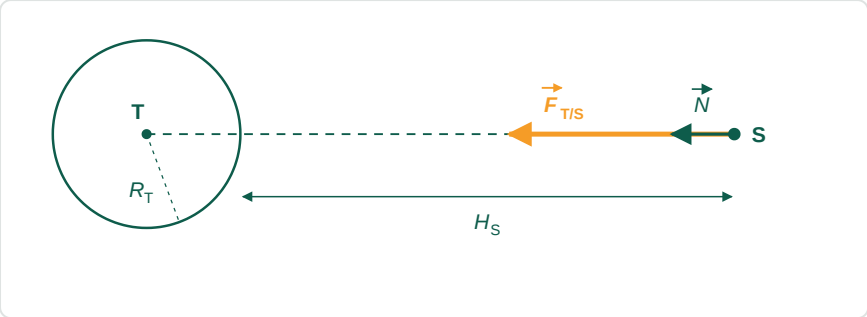



**2.1** Représenter sur la figure 1 de l'annexe la force $\overrightarrow{F_{T/S}}$ exercée par la Terre sur le satellite S.

La force est appliquée en S, portée par la droite (ST) et dirigée de S vers T : elle est attractive.

$\overrightarrow{F_{T/S}}$ : flèche partant de S et dirigée vers le centre T de la Terre (voir figure).

**PIÈGE**
Faire partir la flèche de T, ou la dessiner vers l'extérieur. Une force se trace à partir du système qui la subit, ici S.




**2.1** · Figure 1 de l'annexe complétée : la force est tracée en orange

**2.2** Donner l'expression vectorielle de cette force en fonction des données de l'énoncé et du vecteur unitaire $\vec{N}$.

La distance entre le centre de la Terre et le satellite est $TS = R_T + H_S$ . Le vecteur $\vec{N}$ est dirigé de S vers T, comme la force.

$$\vec{F}_{T/S} = G\,\frac{M\,m}{(R_T + H_S)^2}\,\vec{N}$$

**PIÈGE**
Écrire $H_S^2$ au dénominateur : la distance se compte entre les centres, pas depuis le sol. Pas de signe « $-$ » non plus, puisque $\vec{N}$ pointe déjà vers la Terre.

**2.3** En ne considérant que l'action de la Terre, établir l'expression vectorielle de l'accélération $\vec{a}$ du satellite dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

Système : le satellite Jason, de masse $m$ constante. Référentiel géocentrique, supposé galiléen. Seule force : $\vec{F}_{T/S}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $G\,\dfrac{M\,m}{(R_T + H_S)^2}\,\vec{N} = m\,\vec{a}$.

$$\vec{a} = \frac{G\,M}{(R_T + H_S)^2}\,\vec{N}$$

**COMPRENDRE**
La masse $m$ du satellite se simplifie : l'accélération, donc tout le mouvement, ne dépend que de la Terre et du rayon de l'orbite.

**MÉTHODE**
Toujours annoncer système, référentiel et bilan des forces avant d'écrire la deuxième loi de Newton : ces trois lignes sont comptées dans le barème.

**2.4** Montrer que, pour un mouvement circulaire (admis uniforme), la vitesse du satellite s'écrit $V = \sqrt{\dfrac{G\,M}{R_T + H_S}}$.

Pour un mouvement circulaire uniforme de rayon $R_T + H_S$, l'accélération est dirigée vers le centre de la trajectoire et vaut :

$$\vec{a} = \frac{V^2}{R_T + H_S}\,\vec{N}$$

En identifiant avec l'expression de la question 2.3 :

$$\frac{V^2}{R_T + H_S} = \frac{G\,M}{(R_T + H_S)^2} \quad \text{donc} \quad V^2 = \frac{G\,M}{R_T + H_S}$$

$V = \sqrt{\dfrac{G\,M}{R_T + H_S}}$, qui est bien l'expression attendue.

**COMPRENDRE**
L'accélération de la question 2.3 n'a aucune composante tangente à la trajectoire : $\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = 0$. C'est ce qui justifie le caractère uniforme, admis ici.

**2.5** En déduire la valeur de la période de rotation $T_S$ du satellite et la comparer à celle de l'énoncé.

**Données utiles** $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N · m$^2$ · kg$^{-2}$ ; $M = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6{,}38 \times 10^3$ km ; $H_S = 1336$ km ; $T_J = 112$ min

Pendant une période, le satellite parcourt la circonférence de son orbite à la vitesse constante $V$ :

$$T_S = \frac{2\pi\,(R_T + H_S)}{V} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + H_S)^3}{G\,M}}$$

Rayon de l'orbite : $R_T + H_S = 6{,}38 \times 10^6 + 1{,}336 \times 10^6 = 7{,}716 \times 10^6$ m.

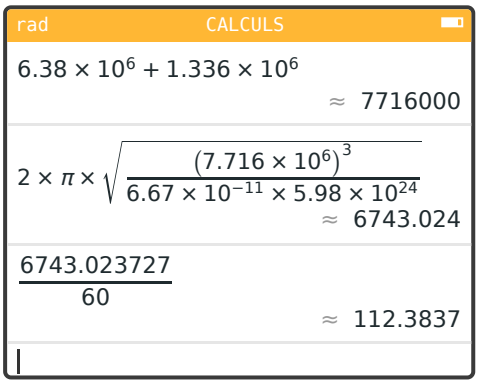
$$T_S = 2\pi\sqrt{\frac{(7{,}716 \times 10^6)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}} = 6{,}74 \times 10^3 \text{ s}$$

Soit $T_S = \dfrac{6{,}74 \times 10^3}{60} = 112$ min.

$T_S = 6{,}74 \times 10^3$ s $= 112$ min : c'est la valeur $T_J$ donnée par l'énoncé.

**PIÈGE**
Laisser $R_T$ et $H_S$ en kilomètres alors que $G$ est en unités SI. Confondre aussi $T_T$, période de rotation de la Terre sur elle-même, avec la période du satellite.

**À LA CALCULATRICE**




**3.1** Compléter le document 1 « principe de l'effet Doppler » de l'annexe, par analogie avec les ondes sonores.

Comme pour une sirène qui paraît plus aiguë en approchant et plus grave en s'éloignant :

- le satellite s'approche de la balise : la fréquence reçue est **supérieure** à la fréquence émise ;
- le satellite s'éloigne de la balise : la fréquence reçue est **inférieure** à la fréquence émise.

Approche : fréquence reçue supérieure à $f_0$ ; éloignement : fréquence reçue inférieure à $f_0$.

**COMPRENDRE**
Quand l'émetteur et le récepteur se rapprochent, les fronts d'onde sont reçus à intervalles plus courts : la période perçue diminue, la fréquence augmente. C'est l'inverse quand ils s'éloignent.

Le satellite est à la verticale de la balise : c'est le point TCA.
La fréquence du signal reçu est égale à la fréquence du signal émis.

Le satellite s'approche de la balise :
La fréquence du signal reçu est **supérieure** à la fréquence du signal émis.

Le satellite s'éloigne de la station :
La fréquence du signal reçu est **inférieure** à la fréquence du signal émis.

**3.1** · Document 1 de l'annexe complété : les mots ajoutés sont en orange

**3.2** a. Exprimer la vitesse $v$ du satellite en fonction de $\Delta f = f_r - f_0$, de $f_0$, de $c$ et de $\cos(\theta)$. b. Calculer $v$ en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ et la comparer à la valeur que donne l'expression de la question 2.4.

**Données utiles** $\Delta f = -4{,}07$ kHz ; $\theta = 115^\circ$ ; $f_0 = 401{,}250$ MHz ; $c = 3{,}0 \times 10^8$ m $\cdot$ s$^{-1}$ ; $R_T + H_S = 7{,}716 \times 10^6$ m (2.5)

**a.** On développe la relation de l'énoncé : $f_r = f_0 + f_0 \dfrac{v\cos(\theta)}{c}$, donc $\Delta f = f_r - f_0 = f_0 \dfrac{v\cos(\theta)}{c}$.

$$v = \frac{c\,\Delta f}{f_0 \cos(\theta)}$$

**b.** Application numérique :

$$v = \frac{3{,}0 \times 10^8 \times (-4{,}07 \times 10^3)}{401{,}250 \times 10^6 \times \cos(115^\circ)} = 7{,}2 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Avec l'expression de la question 2.4 :

$$V = \sqrt{\frac{G\,M}{R_T + H_S}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}{7{,}716 \times 10^6}} = 7{,}19 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Les deux valeurs coïncident à la précision des données : la mesure Doppler redonne bien la vitesse orbitale.

$v = \dfrac{c\,\Delta f}{f_0 \cos(\theta)} = 7{,}2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, en accord avec $V = 7{,}19 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ obtenue par la mécanique.

**PIÈGE**

Calculatrice en radians, ou oubli des conversions kHz et MHz en Hz. Le signe « $-$ » de $\Delta f$ doit être conservé : avec $\cos(115^\circ) < 0$, il donne une vitesse positive.

**COMPRENDRE**

$\Delta f < 0$ : la fréquence reçue est inférieure à $f_0$, le satellite s'éloigne de la balise, ce qui correspond à un angle supérieur à $90^\circ$. Le résultat a deux chiffres significatifs, comme $c$.

**À LA CALCULATRICE**

