Décollage de la fusée Ariane 5

Bac S 2019 Métropole (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Calculer la masse des gaz éjectés pendant les 2,40 s de l'étude. La comparer à la masse au décollage de la fusée et commenter.

Données utiles débit du moteur Vulcain : $270\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$; débit de chaque booster : $1{,}8\times10^{3}\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$; masse d'Ariane 5 au décollage : 750 à 780 t

La fusée possède un moteur Vulcain et deux boosters. Débit massique total :

$D = 270 + 2\times1{,}8\times10^{3} = 3{,}87\times10^{3}\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$

Masse de gaz éjectée pendant $\Delta t = 2{,}40$ s :

$m = D\times\Delta t = 3{,}87\times10^{3}\times2{,}40 = 9{,}3\times10^{3}\ \text{kg}$, soit 9,3 t.

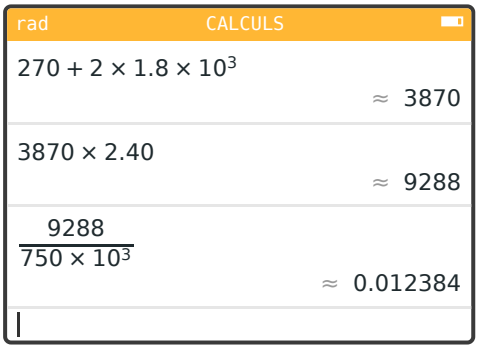
Comparaison avec la masse au décollage la plus faible, $M = 750$ t : $\dfrac{m}{M} = \dfrac{9{,}3}{750} = 0{,}012$.

$m = 9{,}3\times10^{3}\ \text{kg} \approx 9{,}3$ t, soit environ 1,2 % de la masse de la fusée : cette perte est négligeable, la masse peut être considérée comme constante pendant l'étude.

PIÈGE
Oublier qu'il y a deux boosters, ou comparer des kilogrammes à des tonnes sans convertir.

COMPRENDRE
Le débit des boosters est donné avec deux chiffres significatifs : le résultat en garde deux. On arrondit seulement à la fin, en conservant 3870 dans le calcul.

À LA CALCULATRICE



1.2 Estimer, à l'aide de la figure 2, la valeur de y_5. Détailler la démarche.

Données utiles $y_1 = 30{,}1$ m (figure 3)

Le point repéré sur l'image 1 est le sommet du booster de gauche. On retrouve ce même point sur l'image 5.

L'ordonnée $y_1 = 30{,}1$ m, connue, sert d'échelle. On mesure à la règle, sur la figure 2, la distance verticale entre l'origine de l'axe et le point repéré (les longueurs dépendent de l'impression, seul leur rapport compte) :

- image 1 : 3,3 cm, pour $y_1 = 30{,}1$ m ;
- image 5 : 4,45 cm, pour y_5.

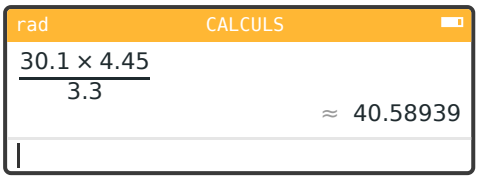
Par proportionnalité : $y_5 = 30{,}1\times\dfrac{4{,}45}{3{,}3}$

$y_5 \approx 41$ m

PIÈGE
Mesurer depuis le bas de la photographie au lieu de l'origine de l'axe, ou repérer sur l'image 5 un autre point de la fusée que sur l'image 1.

COMPRENDRE
Une mesure à la règle se fait au demi-millimètre près : toute valeur entre 40 m et 42 m est acceptable. Contrôle avec le tableau : $v_4 = \dfrac{y_5 - y_3}{t_5 - t_3} = 9{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ donne $y_5 = 41{,}0$ m.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Estimer, à l'aide du tableau de la figure 3, la valeur de v_2. Détailler la démarche et vérifier la cohérence avec le graphe de la figure 4.

Données utiles $y_1 = 30{,}1$ m à $t_1 = 0{,}20$ s ; $y_3 = 33{,}3$ m à $t_3 = 1{,}00$ s

La vitesse à la date t_2 est assimilée à la vitesse moyenne entre les dates t_1 et t_3 qui l'encadrent :

$$v_2 = \frac{y_3 - y_1}{t_3 - t_1} = \frac{33{,}3 - 30{,}1}{1{,}00 - 0{,}20} = \frac{3{,}2}{0{,}80}$$

Sur la figure 4, le point d'abscisse $t = 0{,}6$ s a pour ordonnée $4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: le résultat est cohérent avec le graphe.

$v_2 = 4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

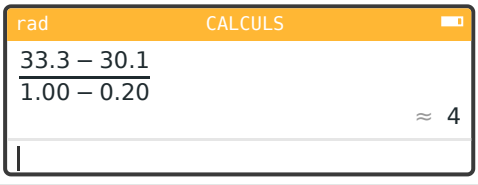
PIÈGE

Calculer $\frac{y_2}{t_2}$ ou $\frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}$: la vitesse à une date s'estime entre la position précédente et la position suivante.

MÉTHODE

Cette méthode se vérifie sur une valeur donnée dans le tableau : $v_3 = \frac{36{,}9 - 31{,}5}{0{,}80} = 6{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



1.3.2 Montrer que la valeur de l'accélération de la fusée pendant la durée de l'étude est proche de $7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Données utiles figure 4

Les points de la figure 4 sont alignés : on trace la droite qui passe au plus près de tous les points. Elle passe par l'origine.

L'accélération est la dérivée de la vitesse par rapport au temps : $a_y = \frac{\text{d}v_y}{\text{d}t}$. C'est donc le coefficient directeur de cette droite, constant pendant l'étude.

Avec deux points de la droite, O$(0\ ;\ 0)$ et B$(2{,}20\ \text{s}\ ;\ 15\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1})$:

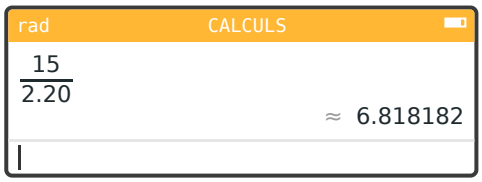
$$a_y = \frac{15 - 0}{2{,}20 - 0} = 6{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

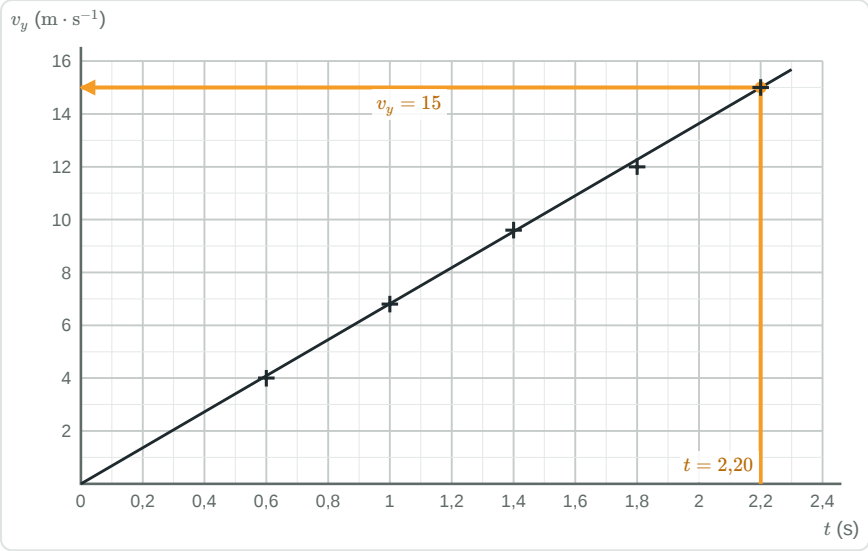
$a = 6{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, valeur proche des $7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ annoncés.

MÉTHODE

Pour un coefficient directeur, choisir deux points de la droite tracée les plus éloignés possible : l'erreur de lecture pèse moins sur le résultat.

À LA CALCULATRICE





1.3.2 · Figure 4 du sujet, avec la droite tracée et le point B utilisé

1.3.3 Préciser, en justifiant, la direction et le sens du vecteur accélération de la fusée.

Le mouvement de la fusée est rectiligne et vertical : le vecteur vitesse garde une direction verticale, donc le vecteur accélération $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ est lui aussi vertical.

La fusée monte et la valeur de sa vitesse augmente : le mouvement est accéléré, $\vec{a}$ a le même sens que $\vec{v}$. Avec l'axe y orienté vers le haut, cela se lit sur $a_y = +6{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} > 0$.

Le vecteur accélération est **vertical** et orienté **vers le haut**.

PIÈGE
Justifier par « la fusée monte » ne suffit pas : un objet qui monte en ralentissant a une accélération vers le bas. C'est l'augmentation de la vitesse qui donne le sens.

1.4 Choisir, parmi les propositions de la figure 5, le schéma compatible avec le décollage de la fusée. Justifier.

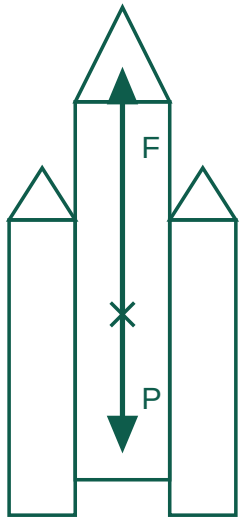
Système {fusée}, de masse M constante (question 1.1) ; référentiel terrestre supposé galiléen. Forces : le poids $\vec{P}$ et la poussée $\vec{F}$.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = M\,\vec{a}$. La somme des forces a donc la direction et le sens de $\vec{a}$: verticale, vers le haut (question 1.3.3).

- Schéma 2 : le poids est dessiné vers le haut, ce qui est impossible.
- Schéma 3 : $\vec{F}$ est plus courte que $\vec{P}$, la somme des forces serait dirigée vers le bas.
- Schéma 1 : $\vec{P}$ vers le bas, $\vec{F}$ vers le haut et plus longue que $\vec{P}$.

Le **schéma 1** est le seul compatible : il faut $F > P$.

PIÈGE
Les schémas 1 et 3 ont les mêmes directions et les mêmes sens : c'est la comparaison des longueurs des deux flèches qui les départage.



P + F (vecteurs)
même sens que a

1.4 · Schéma 1 : la somme des forces (en orange) a le sens de l'accélération

1.5 À partir des résultats précédents, estimer la valeur de la force de poussée. Vérifier la cohérence de ce résultat avec les données.

Données utiles $a = 7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (1.3.2) ; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; masse au décollage : 750 à 780 t ; poussée d'Ariane 5 : 12 000 à 13 000 kN

On projette la deuxième loi de Newton, $\vec{P} + \vec{F} = M\,\vec{a}$, sur l'axe vertical orienté vers le haut :

$-P + F = M\,a_y$, avec $P = M\,g$, donc $F = M\,(a_y + g)$.

- Pour $M = 750\ \text{t} = 750 \times 10^3$ kg : $F = 750 \times 10^3 \times (7 + 9{,}8) = 1{,}26 \times 10^7$ N.
- Pour $M = 780$ t : $F = 780 \times 10^3 \times (7 + 9{,}8) = 1{,}31 \times 10^7$ N.

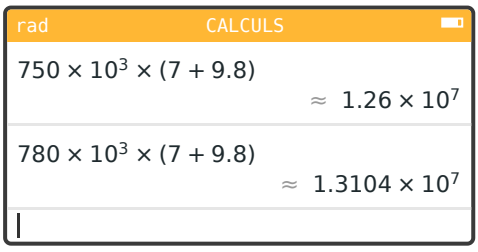
Or $1\ \text{kN} = 10^3$ N : la poussée est comprise entre 12 600 kN et 13 100 kN.

$F \approx 1{,}3 \times 10^7\ \text{N} = 13 \times 10^3$ kN, en accord avec les 12 000 à 13 000 kN du tableau.

PIÈGE
Écrire $F = M\,a$ en oubliant le poids, ou laisser la masse en tonnes : on trouverait une poussée bien trop faible.

COMPRENDRE
La poussée est due à l'éjection des gaz (propulsion par réaction). Ce mode de propulsion, étudié dans l'ancien programme avec la quantité de mouvement, n'est plus au programme de spécialité ; la deuxième loi de Newton suffit ici.

À LA CALCULATRICE



2 Estimer la puissance moyenne fournie à la fusée par l'ensemble {moteur Vulcain + boosters} entre 0,2 s et 2,2 s. Comparer cette valeur avec les données du texte d'introduction.

Données utiles $F = 1{,}3 \times 10^7$ N (1.5) ; $y_1 = 30{,}1$ m à $t_1 = 0{,}20$ s ; $y_6 = 46{,}5$ m à $t_6 = 2{,}20$ s ; moteur Vulcain : 10 MW ; boosters : 90 % de la puissance totale

Estimation à partir de la chronophotographie. L'énergie est transmise à la fusée par le travail de la poussée $\vec{F}$, constante, verticale et de même sens que le déplacement, entre les images 1 et 6 :

$$W(\vec{F}) = F \times (y_6 - y_1)$$

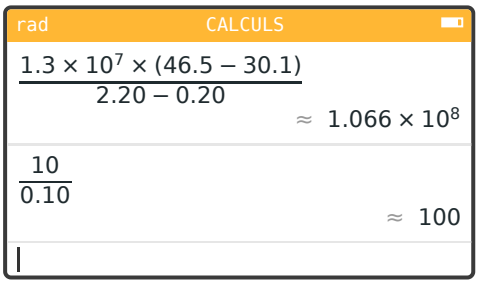
Puissance moyenne sur la durée $\Delta t = t_6 - t_1$:

$$P_{\text{moy}} = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t} = \frac{F\,(y_6 - y_1)}{t_6 - t_1} = \frac{1{,}3 \times 10^7 \times (46{,}5 - 30{,}1)}{2{,}20 - 0{,}20} = 1{,}1 \times 10^8 \text{ W}$$

Valeur attendue d'après l'introduction. Les boosters fournissent 90 % de la puissance totale : le moteur Vulcain en fournit 10 %, soit 10 MW. Donc $P_{\text{totale}} = \frac{10}{0{,}10} = 100$ MW.

$P_{\text{moy}} \approx 1{,}1 \times 10^8$ W $= 110$ MW, du même ordre que les 100 MW déduits de l'introduction (écart d'environ 10 %) : l'estimation est cohérente.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Comparer directement le résultat aux 10 MW du texte : cette valeur ne concerne que le moteur Vulcain, soit 10 % du total.

COMPRENDRE
L'accélération n'est connue qu'avec un chiffre significatif et la masse à 4 % près : seul l'ordre de grandeur du résultat a un sens, d'où la conclusion malgré l'écart.

MÉTHODE
Autre démarche possible : la puissance moyenne est la variation d'énergie mécanique (cinétique et potentielle de pesanteur) de la fusée divisée par la durée. Avec $M = 765$ t, on trouve environ 104 MW.