Corrigé complet — Bac S 2019 Liban (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Un marqueur fluorescent, la fluorescéine** Couples acide/base et pKa · Diagramme de prédominance · Loi de Beer-Lambert · Dilution · Réactif limitant et rendement · Catalyse	10 pts	1 h 40	22 questions	p. 2
Ex 2	**Saut à ski aux jeux olympiques d'hiver 2018** Énergie mécanique · Conservation de l'énergie · Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équation de la trajectoire	5 pts	50 min	8 questions	p. 9
Ex 3	**Un radar de surveillance maritime** Écho et durée de propagation · Lecture graphique · Effet Doppler · Longueur d'onde et fréquence · Propagation libre ou guidée · Atténuation d'un signal	5 pts	50 min	10 questions	p. 13
Ex 4	**Spécialité : De l'eau fraîche avec mon botijo** Énergie interne · Capacité thermique · Énergie massique de vaporisation · Transferts thermiques · Bilan d'énergie · Résolution de problème	5 pts	50 min	4 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Un marqueur fluorescent, la fluorescéine

Bac S 2019 Liban (ancien programme) · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 40**

1.1 Identifier les différents couples acide/base associés à la fluorescéine et estimer leur pK_a.

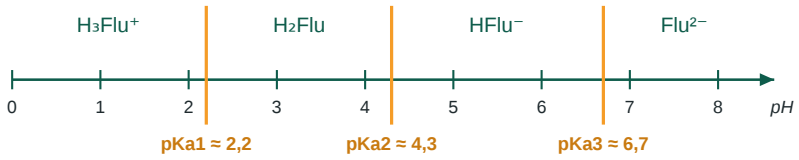
D'une forme à la suivante, la fluorescéine perd un ion H^+ : deux formes voisines sur le diagramme constituent un couple acide/base. Le pK_a du couple se lit à la frontière entre les deux domaines de prédominance.

- frontière entre H_3Flu^+ et H_2Flu : $pH \approx 2{,}2$;
- frontière entre H_2Flu et $HFlu^-$: $pH \approx 4{,}3$;
- frontière entre $HFlu^-$ et Flu^{2-} : $pH \approx 6{,}7$.

Trois couples : H_3Flu^+/H_2Flu ($pK_{a1} \approx 2{,}2$), $H_2Flu/HFlu^-$ ($pK_{a2} \approx 4{,}3$), $HFlu^-/Flu^{2-}$ ($pK_{a3} \approx 6{,}7$).

PIÈGE
Écrire la base avant l'acide, ou associer deux formes non voisines comme H_3Flu^+ et $HFlu^-$: un couple n'échange qu'un seul ion H^+.

MÉTHODE
À la frontière, acide et base ont la même concentration, donc $pH = pK_a$. Pour lire entre deux graduations, mesurer à la règle : distance à la graduation précédente divisée par la longueur d'une unité de pH.



1.1 · Diagramme de prédominance du sujet, avec les trois frontières lues

1.2.1 Écrire l'équation de la dissolution du fluorescinate de sodium en ions Flu^{2-} et Na^+ dans l'eau. En déduire la concentration molaire apportée $[Flu^{2-}]_0$.

Données utiles $m = 1{,}00 \times 10^{-2}$ g ; $V = 100$ mL ; $M(FluNa_2) = 376$ g · mol^{-1}

$$FluNa_2\,(s) \longrightarrow Flu^{2-}\,(aq) + 2\,Na^+\,(aq)$$

Une mole de solide dissous apporte une mole d'ions Flu^{2-} :

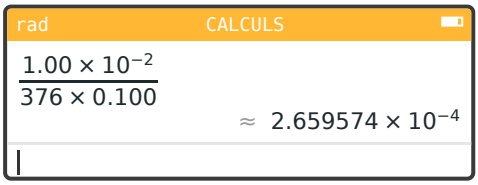
$$[Flu^{2-}]_0 = \frac{n(FluNa_2)}{V} = \frac{m}{M \times V} = \frac{1{,}00 \times 10^{-2}}{376 \times 0{,}100}$$

$[Flu^{2-}]_0 = 2{,}66 \times 10^{-4}$ mol · L^{-1}

PIÈGE
Laisser le volume en millilitres, ou oublier le coefficient 2 devant Na^+ : l'équation doit respecter la conservation des éléments et des charges.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme la masse et la masse molaire. La concentration apportée en ions sodium serait le double : $5{,}32 \times 10^{-4}$ mol · L^{-1}.

À LA CALCULATRICE



1.2.2 Les ions Flu^{2-} réagissent avec l'eau. Écrire l'équation de la réaction. De quel type de réaction s'agit-il ?

Flu^{2-} est la base du couple $HFlu^-/Flu^{2-}$; l'eau est l'acide du couple H_2O/HO^-.

$$Flu^{2-}\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons HFlu^-\,(aq) + HO^-\,(aq)$$

Réaction acido-basique : l'eau cède un ion H^+ à la base Flu^{2-}.

COMPRENDRE
La double flèche traduit une transformation non totale : à l'équilibre, Flu^{2-} et $HFlu^-$ coexistent, ce que la question suivante exploite.

1.2.3 Justifier la relation $[\mathrm{Flu}^{2-}] = [\mathrm{Flu}^{2-}]_0 - [\mathrm{HFlu}^-]$.

D'après l'équation de la question 1.2.2, chaque ion Flu^{2-} qui réagit donne un ion HFlu^-. Les ions apportés se retrouvent donc, à l'équilibre, soit intacts, soit sous la forme HFlu^- (conservation de la matière, à volume constant) :

$$[\mathrm{Flu}^{2-}]_0 = [\mathrm{Flu}^{2-}] + [\mathrm{HFlu}^-]$$

$$\boxed{[\mathrm{Flu}^{2-}] = [\mathrm{Flu}^{2-}]_0 - [\mathrm{HFlu}^-]}$$

COMPRENDRE
On néglige les formes $\mathrm{H_2Flu}$ et $\mathrm{H_3Flu^+}$: à pH voisin de 7, on est loin de leurs domaines de prédominance.

1.2.4 En déduire la concentration molaire en ions HFlu^- à l'équilibre pour un pH égal à 7,0, à l'aide de la relation $pH = pK_a + \log \dfrac{[\mathrm{Flu}^{2-}]}{[\mathrm{HFlu}^-]}$.

Données utiles $[\mathrm{Flu}^{2-}]_0 = 2{,}66 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (1.2.1) ; $pK_{a3} \approx 6{,}7$ (1.1) ; $pH = 7{,}0$

Le couple concerné est $\mathrm{HFlu}^-/\mathrm{Flu}^{2-}$, de pK_{a3} :

$$\frac{[\mathrm{Flu}^{2-}]}{[\mathrm{HFlu}^-]} = 10^{pH-pK_{a3}}$$

Avec la relation de la question 1.2.3 : $[\mathrm{Flu}^{2-}]_0 - [\mathrm{HFlu}^-] = [\mathrm{HFlu}^-] \times 10^{pH-pK_{a3}}$, d'où

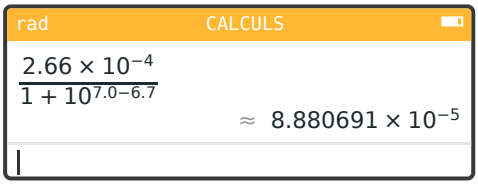
$$[\mathrm{HFlu}^-] = \frac{[\mathrm{Flu}^{2-}]_0}{1 + 10^{pH-pK_{a3}}} = \frac{2{,}66 \times 10^{-4}}{1 + 10^{7{,}0-6{,}7}}$$

$$\boxed{[\mathrm{HFlu}^-] = 8{,}9 \times 10^{-5}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}}$$

PIÈGE
Prendre pK_{a1} ou pK_{a2} : la relation ne lie que les deux formes d'un même couple. Ne pas inverser le quotient : la base est au numérateur.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs suffisent : le pK_{a3} est lu sur un graphique. Avec 6,6 ou 6,8, on trouverait $7{,}6 \times 10^{-5}$ ou $1{,}0 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

À LA CALCULATRICE



1.2.5 Le résultat trouvé est-il cohérent avec le diagramme de prédominance ? Justifier.

Données utiles $[\mathrm{HFlu}^-] = 8{,}9 \times 10^{-5}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (1.2.4) ; $[\mathrm{Flu}^{2-}]_0 = 2{,}66 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (1.2.1)

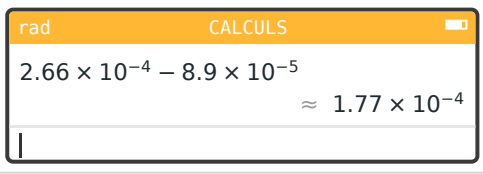
$[\mathrm{Flu}^{2-}] = [\mathrm{Flu}^{2-}]_0 - [\mathrm{HFlu}^-] = 2{,}66 \times 10^{-4} - 8{,}9 \times 10^{-5} = 1{,}8 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

Le calcul donne $[\mathrm{Flu}^{2-}] > [\mathrm{HFlu}^-]$. Or $pH = 7{,}0 > pK_{a3}$: sur le diagramme, on se trouve dans le domaine de Flu^{2-}.

Oui : $[\mathrm{Flu}^{2-}] \approx 1{,}8 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ est environ le double de $[\mathrm{HFlu}^-]$, la forme Flu^{2-} prédomine comme le prévoit le diagramme.

COMPRENDRE
Prédominer ne veut pas dire être seul : à 0,3 unité de pH au-dessus du pK_a, un tiers de la fluorescéine est encore sous forme HFlu^-.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Vérifier que le pH d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $0{,}01\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ est égal à 12.

Données utiles $pK_e = 14$; $c = 0{,}01\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

L'hydroxyde de sodium est entièrement dissocié dans l'eau : $[\text{HO}^-] = c = 1\times10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Produit ionique de l'eau : $[\text{H}_3\text{O}^+]\times[\text{HO}^-] = K_e = 10^{-pK_e}$, donc

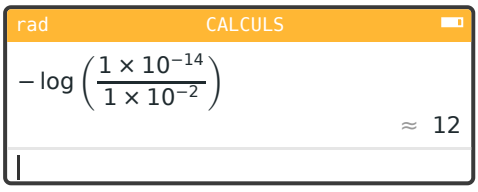
$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{1\times10^{-2}} = 1\times10^{-12}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$pH = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log\left(1\times10^{-12}\right)$$

$pH = 12$, valeur attendue.

MÉTHODE
Pour une base forte de concentration c : passer par $[\text{HO}^-] = c$, puis par K_e. On obtient la formule de l'ancien programme $pH = pK_e + \log c$, qu'il vaut mieux savoir retrouver.

À LA CALCULATRICE



1.3.2 Cette solution permet-elle d'assurer une fluorescence maximale ? Argumenter.

À $pH = 12$, on est très au-dessus de $pK_{a3} \approx 6{,}7$: la fluorescéine est presque entièrement sous la forme Flu^{2-}. La figure 2 le confirme : à ce pH, l'absorbance est sur son palier maximal.

D'après l'énoncé, Flu^{2-} est la forme la plus fluorescente.

Oui : à pH 12, la fluorescéine est sous la forme Flu^{2-}, la plus fluorescente ; la fluorescence est maximale.

COMPRENDRE
Écart de plus de 5 unités de pH avec le pK_{a3} : le rapport $[\text{Flu}^{2-}]/[\text{HFlu}^-]$ dépasse 10^5. La forme acide est négligeable.

1.3.3 Quelle courbe de la figure 1 correspond au spectre d'absorption de la fluorescéine, sachant qu'elle absorbe dans le bleu et fluoresce dans le vert ?

Le maximum de la courbe en trait plein se situe vers 490 nm, celui de la courbe en pointillés vers 515 nm.

Dans le visible, le bleu correspond à des longueurs d'onde plus courtes que le vert : la courbe dont le maximum est le plus à gauche est celle de l'absorption.

Le spectre d'absorption est la courbe en trait plein (maximum vers 490 nm) ; la courbe en pointillés est le spectre d'émission.

COMPRENDRE
La lumière réémise a une longueur d'onde plus grande que la lumière absorbée : le photon émis a une énergie plus faible, une partie de l'énergie absorbée étant dissipée dans la solution.

1.3.4 L'eau à la source du Lez à Montpellier a un pH de 8,3. Le suivi fluorimétrique du cours d'eau est-il envisageable ? Justifier.

$pH = 8{,}3 > pK_{a3} \approx 6{,}7$: dans cette eau, la fluorescéine est très majoritairement sous la forme Flu^{2-}, la plus fluorescente.

Sur la figure 2, à $pH = 8{,}3$, l'absorbance vaut environ 0,7 : elle a pratiquement atteint son palier maximal.

Oui : à pH 8,3, la fluorescéine est presque entièrement sous la forme Flu^{2-} ; sa fluorescence est proche du maximum, le suivi est envisageable.

PIÈGE
Répondre sans s'appuyer sur un document. « Justifier » attend ici un argument chiffré : comparaison du pH au pK_{a3} ou lecture de l'absorbance sur la figure 2.

1.4.1 Rédiger le protocole de dilution pour préparer S_1 à partir de S_0 en précisant la liste du matériel utilisé.

Dilution par 10 : le volume de solution fille est dix fois celui de solution mère prélevé, $V_1 = 10 \times V_0$. Par exemple $V_0 = 10{,}0$ mL et $V_1 = 100{,}0$ mL.

Matériel : bécher, pipette jaugée de 10,0 mL avec propipette, fiole jaugée de 100,0 mL avec bouchon, pissette d'eau distillée.

- Verser un peu de S_0 dans le bécher.
- Prélever 10,0 mL de S_0 à la pipette jaugée et les introduire dans la fiole jaugée.
- Ajouter de l'eau distillée jusqu'aux deux tiers, boucher, agiter.
- Compléter à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, boucher, homogénéiser.

Prélever 10,0 mL de S_0 à la pipette jaugée, les placer dans une fiole jaugée de 100,0 mL et compléter à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

PIÈGE
Utiliser une éprouvette graduée ou un bécher pour mesurer les volumes : seule la verrerie jaugée donne la précision attendue. Ne jamais pipeter directement dans le flacon de solution mère.

COMPRENDRE
Le tableau annonce $2{,}68 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ pour S_1, alors que $[\text{Flu}^{2-}]_0/10 = 2{,}66 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Léger écart du sujet, sans conséquence : on utilise les valeurs du tableau.

1.4.2 À quelle longueur d'onde faut-il réaliser le dosage spectrophotométrique ?

On règle le spectrophotomètre sur la longueur d'onde du maximum d'absorption de l'espèce dosée. Sur le spectre d'absorption de la figure 1 (trait plein), ce maximum est atteint vers 490 nm.

$\lambda \approx 490$ nm, longueur d'onde du maximum d'absorption de Flu^{2-}.

COMPRENDRE
Au maximum d'absorption, l'absorbance mesurée est la plus grande : la mesure est plus sensible et l'incertitude relative plus faible.

1.4.3 Montrer que les mesures réalisées sont en accord avec la loi de Beer-Lambert.

Données utiles tableau des concentrations C et des absorbances A des solutions S_1 à S_4

D'après la loi de Beer-Lambert, $A = \varepsilon\, l\, C$: à longueur d'onde et cuve fixées, l'absorbance est proportionnelle à la concentration. On calcule le quotient $k = \dfrac{A}{C}$ pour chaque solution.

- S_1 : $k_1 = \dfrac{1{,}523}{2{,}68 \times 10^{-5}} = 5{,}68 \times 10^4\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$
- S_2 : $k_2 = \dfrac{1{,}200}{2{,}01 \times 10^{-5}} = 5{,}97 \times 10^4\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$
- S_3 : $k_3 = \dfrac{0{,}811}{1{,}34 \times 10^{-5}} = 6{,}05 \times 10^4\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$
- S_4 : $k_4 = \dfrac{0{,}411}{6{,}70 \times 10^{-6}} = 6{,}13 \times 10^4\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$

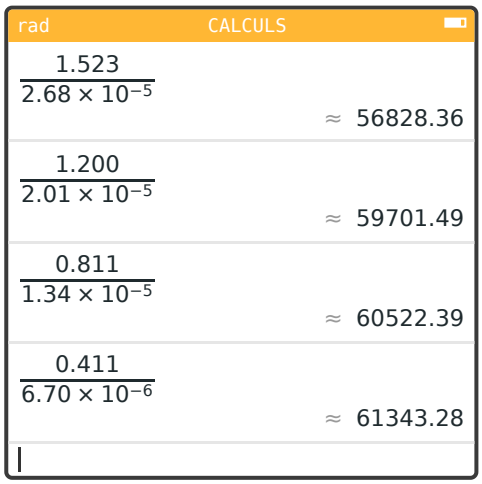
Les quatre quotients sont voisins (écart de moins de 5 % autour de leur moyenne) : les points $(C\ ;\ A)$ sont pratiquement alignés sur une droite passant par l'origine.

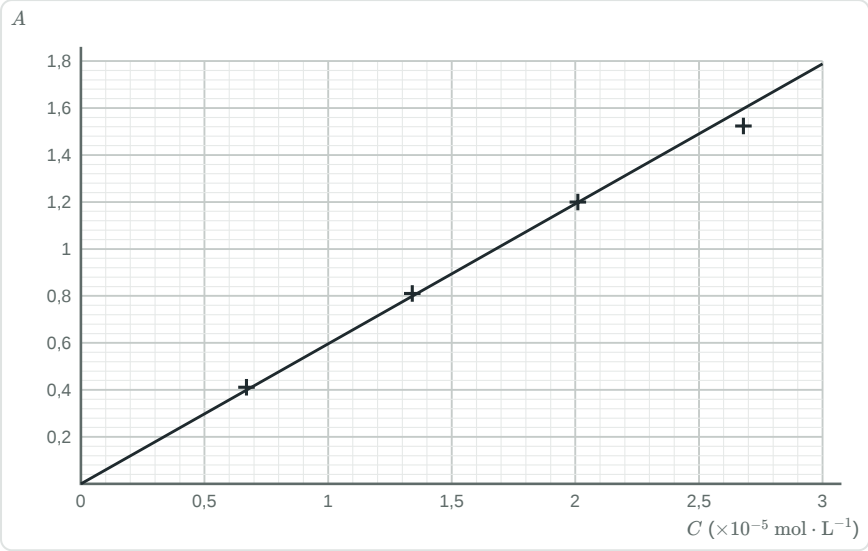
$\dfrac{A}{C} \approx 6{,}0 \times 10^4\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$ pour les quatre solutions : A est proportionnelle à C, la loi de Beer-Lambert est vérifiée.

COMPRENDRE
Le quotient baisse un peu quand C augmente : au-delà d'une absorbance de 1,5 environ, la loi est moins bien suivie.

MÉTHODE
Deux façons de prouver une proportionnalité : quotient constant dans un tableau, ou droite passant par l'origine sur un graphique. La première est la plus rapide sans papier millimétré.

À LA CALCULATRICE





1.4.3 · Absorbance en fonction de la concentration : points du tableau et droite de pente moyenne

1.4.4 En déduire la valeur du coefficient d'extinction molaire ε pour la forme prédominante de la fluorescéine à ce pH.

Données utiles quotients k (1.4.3) ; $l = 1$ cm

Moyenne des quatre quotients :

$$k = \frac{(5{,}68 + 5{,}97 + 6{,}05 + 6{,}13) \times 10^4}{4} = 5{,}96 \times 10^4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Comme $k = \varepsilon\, l$:

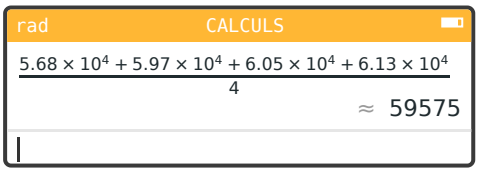
$$\varepsilon = \frac{k}{l} = \frac{5{,}96 \times 10^4}{1}$$

$\varepsilon \approx 6{,}0 \times 10^4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ pour la forme Flu^{2-} (pH supérieur à 9).

PIÈGE
Oublier l'unité, ou donner $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$ seulement : ε dépend de l'unité choisie pour la longueur de cuve, ici le centimètre.

COMPRENDRE
Les quotients sont dispersés de quelques pour cent : deux chiffres significatifs suffisent. La valeur ne vaut qu'à la longueur d'onde de la mesure.

À LA CALCULATRICE



2.1 Identifier les deux réactifs résorcine et anhydride phtalique dans l'équation de réaction. Justifier la démarche.

Données utiles résorcine $C_6H_6O_2$; anhydride phtalique $C_8H_4O_3$

On établit la formule brute de chaque réactif à partir de sa formule topologique.

- Premier réactif (coefficient 2) : un cycle à 6 atomes de carbone portant deux groupes $-OH$, soit $C_6H_6O_2$.
- Second réactif : 8 atomes de carbone (6 dans le cycle et 2 liés à un oxygène par double liaison) et 3 atomes d'oxygène, soit $C_8H_4O_3$.

La résorcine est le premier réactif (coefficient 2, deux groupes $-OH$) ; l'anhydride phtalique est le second (trois atomes d'oxygène).

MÉTHODE
Dans une formule topologique, chaque sommet ou extrémité de segment est un atome de carbone ; on complète avec des hydrogènes pour que chaque carbone ait quatre liaisons.

2.2 Montrer que la résorcine est introduite en excès.

Données utiles résorcine : $m_1 = 3{,}30$ g, $M_1 = 110$ g · mol^{-1} ; anhydride phtalique : $m_2 = 2{,}00$ g, $M_2 = 148$ g · mol^{-1}

$n_1 = \dfrac{m_1}{M_1} = \dfrac{3{,}30}{110} = 3{,}00 \times 10^{-2}$ mol $\quad n_2 = \dfrac{m_2}{M_2} = \dfrac{2{,}00}{148} = 1{,}35 \times 10^{-2}$ mol

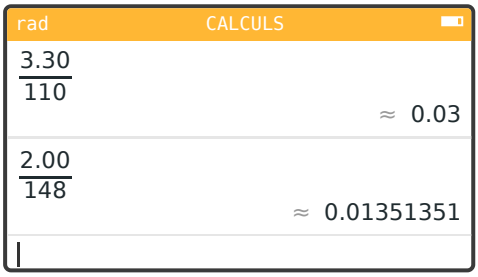
L'équation indique que 2 mol de résorcine réagissent avec 1 mol d'anhydride phtalique. On compare donc $\dfrac{n_1}{2}$ et $\dfrac{n_2}{1}$:

$$\frac{n_1}{2} = 1{,}50 \times 10^{-2} \text{ mol} > n_2 = 1{,}35 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$\dfrac{n_1}{2} > n_2$: l'anhydride phtalique est le réactif limitant, la résorcine est en excès.

PIÈGE
Comparer directement n_1 et n_2 ou, pire, les masses. Il faut diviser chaque quantité de matière par son nombre stœchiométrique avant de comparer.

À LA CALCULATRICE



2.3 Sous quel état physique se trouvent les réactifs à la température du bain d'huile ?

Données utiles bain d'huile à 180 °C ; résorcine : $T_f = 110$ °C, $T_{eb} = 280$ °C ; anhydride phtalique : $T_f = 131$ °C, $T_{eb} = 284$ °C

Pour les deux réactifs, la température du bain est comprise entre la température de fusion et la température d'ébullition :

$110\ ^\circ\text{C} < 180\ ^\circ\text{C} < 280\ ^\circ\text{C}$ et $131\ ^\circ\text{C} < 180\ ^\circ\text{C} < 284\ ^\circ\text{C}$

À 180 °C, la résorcine et l'anhydride phtalique sont tous deux liquides.

COMPRENDRE
Les réactifs fondus se mélangent intimement : la synthèse se fait sans solvant.

2.4 Quel est le rôle de l'acide sulfurique lors de l'étape c ? Justifier.

L'acide sulfurique n'apparaît pas dans le bilan de la réaction : il est écrit au-dessus de la flèche. Il est introduit en très petite quantité (quelques gouttes).

L'acide sulfurique est un catalyseur : il accélère la réaction sans figurer dans son équation.

COMPRENDRE
Un catalyseur diminue la durée de la transformation sans modifier l'état final : il ne change pas la quantité maximale de produit.

2.5 Quelle est la nature des vapeurs émises lors de l'étape d ? Justifier.

D'après l'équation, la synthèse produit de l'eau. Le milieu est à 180 °C, température supérieure à la température d'ébullition de l'eau (100 °C) : l'eau formée se vaporise aussitôt.

Les vapeurs émises sont de la vapeur d'eau, produit de la réaction.

COMPRENDRE
Les autres espèces ne peuvent pas être en cause : les réactifs bouillent au-delà de 280 °C et la fluorescéine ne fond qu'à 315 °C.

2.6 Sous quelle forme prédomine la fluorescéine à la fin de l'étape f ?

Données utiles soude à $1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $pK_{a3} \approx 6{,}7$ (1.1)

La soude à $1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est une solution très basique. Le produit se dissout dans un milieu dont le pH est très supérieur à $pK_{a3} \approx 6{,}7$.

À la fin de l'étape f, la fluorescéine est sous la forme Flu^{2-}.

COMPRENDRE
Le produit brut, peu soluble sous la forme H_2Flu, passe en solution parce que le fluorescinate de sodium est très soluble ($600\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$).

2.7 Pourquoi l'ajout d'acide sulfurique dans l'étape h permet-il la précipitation de la fluorescéine ?

Données utiles $pK_{a1} \approx 2{,}2$ et $pK_{a2} \approx 4{,}3$ (1.1) ; forme H_2Flu peu soluble dans l'eau

L'acide sulfurique fait diminuer le pH. Quand le pH passe sous pK_{a3} puis sous $pK_{a2} \approx 4{,}3$, les ions Flu^{2-} sont transformés en HFlu^- puis en H_2Flu, qui devient la forme prédominante.

Or la forme H_2Flu, non chargée, est peu soluble dans l'eau : elle apparaît à l'état solide.

En milieu acide, la fluorescéine passe sous la forme H_2Flu, peu soluble dans l'eau : elle précipite.

PIÈGE
Trop acidifier : sous $pH \approx 2{,}2$, la forme H_3Flu^+, chargée, prédominerait et le solide pourrait se redissoudre. D'où l'ajout progressif demandé par le protocole.

2.8 Une masse de 2,47 g de fluorescéine est obtenue. Quel est le rendement de la synthèse ?

Données utiles $m_{exp} = 2{,}47\ \text{g}$; $m_2 = 2{,}00\ \text{g}$; $M_2 = 148\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{H}_2\text{Flu}) = 332\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; anhydride phtalique limitant (2.2)

L'anhydride phtalique est limitant et une mole d'anhydride donne une mole de fluorescéine :

$$n_{max} = n_2 = \frac{m_2}{M_2}$$

Masse maximale de fluorescéine : $m_{max} = n_{max} \times M(\text{H}_2\text{Flu}) = \dfrac{2{,}00}{148} \times 332 = 4{,}49$ g.

Rendement :

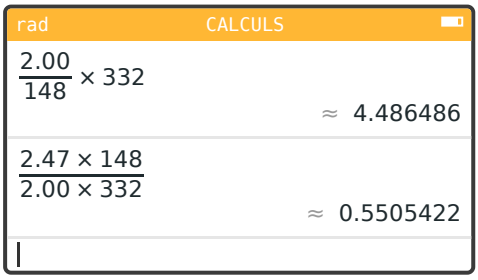
$$\eta = \frac{m_{exp}}{m_{max}} = \frac{m_{exp} \times M_2}{m_2 \times M(\text{H}_2\text{Flu})} = \frac{2{,}47 \times 148}{2{,}00 \times 332}$$

$\eta = 0{,}551$, soit un rendement de 55,1 %.

PIÈGE
Calculer la quantité maximale à partir de la résorcine, en excès : on trouverait 4,98 g et un rendement faux. Le rendement se rapporte toujours au réactif limitant.

COMPRENDRE
Rendement inférieur à 100 % : transformation incomplète en 30 min, pertes lors de la précipitation et de la filtration.

À LA CALCULATRICE



Saut à ski aux jeux olympiques d'hiver 2018

Bac S 2019 Liban (ancien programme) · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Calculer la valeur de l'énergie mécanique E_{mD} du système au point D.

Données utiles $m = 70$ kg ; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $y_D = 98$ m ; $v_D = 0$; $E_{pp} = 0$ en $y = 0$

$E_{mD} = E_{cD} + E_{ppD} = \dfrac{1}{2} m v_D^2 + m g y_D$

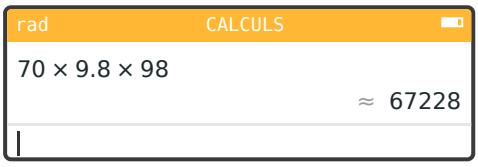
Le skieur part sans vitesse ($v_D = 0$), donc $E_{mD} = m g y_D$.

$E_{mD} = 70 \times 9{,}8 \times 98$

$\boxed{E_{mD} = 6{,}7 \times 10^4 \text{ J}}$

COMPRENDRE
Les données m, g et y_D ont deux chiffres significatifs : le résultat aussi. On écrit $6{,}7 \times 10^4$ J, pas $67\,228$ J.

À LA CALCULATRICE



1.2 Exprimer l'énergie mécanique E_{mT} du système au point T en fonction de m, g, y_T et v_T.

$E_{mT} = E_{cT} + E_{ppT}$

$\boxed{E_{mT} = \dfrac{1}{2} m v_T^2 + m g y_T}$

PIÈGE
Oublier le terme $m g y_T$: le point T est à 65 m d'altitude et la référence de l'énergie potentielle est en $y = 0$, pas en T.

1.3 Par une approche énergétique, montrer que $v_T = \sqrt{2g(y_D - y_T)}$, puis calculer sa valeur.

Données utiles $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $y_D = 98$ m ; $y_T = 65$ m

Les frottements sont négligés : l'énergie mécanique du système se conserve entre D et T.

$E_{mD} = E_{mT}$, soit $m g y_D = \dfrac{1}{2} m v_T^2 + m g y_T$

En simplifiant par m : $\dfrac{1}{2} v_T^2 = g y_D - g y_T$, donc $v_T^2 = 2g(y_D - y_T)$ et

$$v_T = \sqrt{2g(y_D - y_T)}$$

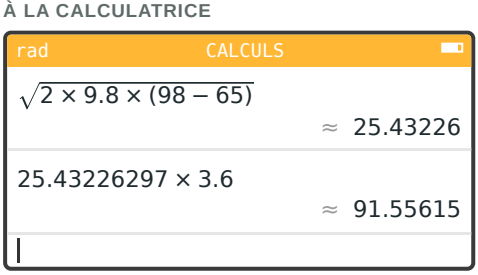
$v_T = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times (98 - 65)} = 25\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$\boxed{v_T = 25\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\text{, soit environ } 92\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}}$

PIÈGE
Convertir la valeur arrondie : $25 \times 3{,}6 = 90\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. Il faut garder la valeur non arrondie de la calculatrice avant de multiplier par 3,6.

MÉTHODE
Sans frottement : 1) écrire E_m aux deux points ; 2) égaler ; 3) isoler la vitesse. La masse se simplifie toujours : la vitesse ne dépend que du dénivelé.

À LA CALCULATRICE



1.4 La vitesse de décollage calculée est-elle en accord avec la valeur mesurée le jour de l'épreuve ? Commenter.

Données utiles v_T calculée $= 92\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ (1.3) ; v_T mesurée $= 83{,}3\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

Les deux valeurs sont du même ordre de grandeur, mais la vitesse calculée dépasse la vitesse mesurée :

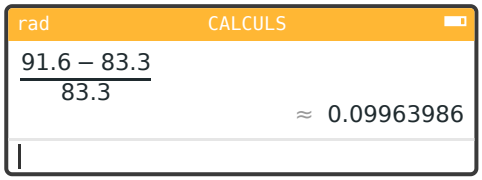
$\dfrac{91{,}6 - 83{,}3}{83{,}3} \approx 0{,}10$, soit un écart d'environ 10 %.

L'écart va dans le sens attendu : le modèle néglige les frottements (neige sur les skis, air). En réalité, ils dissipent une partie de l'énergie mécanique pendant la descente, donc le skieur arrive en T moins vite que prévu.

Accord seulement approximatif : le modèle sans frottement surestime v_T d'environ 10 %.

COMPRENDRE
Un modèle sans frottement ne peut que surestimer la vitesse. Une vitesse mesurée supérieure à la valeur calculée aurait signalé une erreur.

À LA CALCULATRICE



2.1 En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération lors du saut.

Système {skieur + équipement}, point matériel M de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; repère $(T, \vec{i}, \vec{j})$.

Seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ (frottements négligés).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, vers le bas, et l'axe (Ty) est orienté vers le haut :

$a_x = 0$ et $a_y = -g$

PIÈGE
Écrire $a_y = +g$. Le signe dépend de l'orientation de l'axe vertical : ici $\vec{j}$ pointe vers le haut, à l'opposé de $\vec{g}$.

2.2 Montrer, en détaillant chaque étape, que les équations horaires s'écrivent $x(t) = v_T \cos\alpha\ t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 - v_T \sin\alpha\ t$.

Vitesse. Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de $a_x = 0$ et $a_y = -g$:

$v_x(t) = C_1$ et $v_y(t) = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$, le vecteur vitesse $\vec{v}_T$ est dirigé vers le bas, à l'angle α sous l'horizontale : $v_x(0) = v_T \cos\alpha$ et $v_y(0) = -v_T \sin\alpha$. Donc $C_1 = v_T \cos\alpha$ et $C_2 = -v_T \sin\alpha$:

$v_x(t) = v_T \cos\alpha$ et $v_y(t) = -g\,t - v_T \sin\alpha$.

Position. Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{TM}}{\mathrm{d}t}$, on prend de nouveau les primitives :

$x(t) = v_T \cos\alpha\ t + C_3$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 - v_T \sin\alpha\ t + C_4$.

À $t = 0$, M est en T, origine du repère : $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$, donc $C_3 = C_4 = 0$.

$x(t) = v_T \cos\alpha\ t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 - v_T \sin\alpha\ t$

PIÈGE
Recopier par habitude $v_y(0) = +v_T \sin\alpha$. Ici la table d'envol descend : la vitesse initiale pointe sous l'horizontale, sa coordonnée verticale est négative.

MÉTHODE
Deux intégrations successives, et à chaque fois une constante fixée par les conditions initiales : la vitesse initiale pour $\vec{v}$, la position initiale pour $\overrightarrow{TM}$.

2.3 En déduire que l'équation de la trajectoire s'écrit $y(x) = -9{,}5 \times 10^{-3}\,x^2 - 1{,}9 \times 10^{-1}\,x$, avec x et y en mètres.

Données utiles $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\alpha = 11^\circ$; $v_T = 83{,}3\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ (valeur mesurée)

On élimine le temps : $x = v_T \cos\alpha\ t$ donne $t = \dfrac{x}{v_T \cos\alpha}$.

On remplace dans $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{(v_T\cos\alpha)^2} - v_T \sin\alpha\,\frac{x}{v_T\cos\alpha}$$

$$y(x) = -\frac{g}{2\,(v_T\cos\alpha)^2}\,x^2 - \tan\alpha\ x$$

Avec $v_T = \dfrac{83{,}3}{3{,}6} = 23{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$:

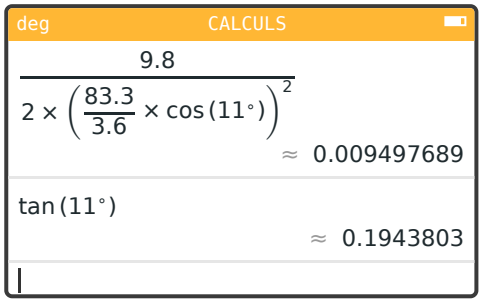
$$\frac{g}{2\,(v_T\cos\alpha)^2} = \frac{9{,}8}{2\times\left(\dfrac{83{,}3}{3{,}6}\times\cos 11^\circ\right)^2} = 9{,}5\times10^{-3}\ \text{m}^{-1}$$ et $\tan 11^\circ = 0{,}19$

$y(x) = -9{,}5 \times 10^{-3}\,x^2 - 1{,}9 \times 10^{-1}\,x$: c'est bien l'équation attendue.

PIÈGE

Laisser v_T en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, ou prendre les $25\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ calculés en 1.3 : les coefficients de l'énoncé s'obtiennent avec la vitesse mesurée, convertie en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Calculatrice en mode degrés.

À LA CALCULATRICE



2.4 Le saut réel mesure $TL = 113$ m, le point d'atterrissage L ayant une abscisse réelle de 97 m. Le modèle précédent rend-il compte de cette abscisse ? Commenter.

Données utiles piste : $y_{\text{piste}}(x) = -0{,}59\,x$; trajectoire : $y(x) = -9{,}5 \times 10^{-3}\,x^2 - 1{,}9 \times 10^{-1}\,x$ (2.3)

Dans le modèle, le skieur atterrit au point où sa trajectoire rencontre la piste : $y(x_L) = y_{\text{piste}}(x_L)$.

$-9{,}5 \times 10^{-3}\,x_L^2 - 0{,}19\,x_L = -0{,}59\,x_L$

$9{,}5 \times 10^{-3}\,x_L^2 - 0{,}40\,x_L = 0$, soit $x_L\,(9{,}5 \times 10^{-3}\,x_L - 0{,}40) = 0$

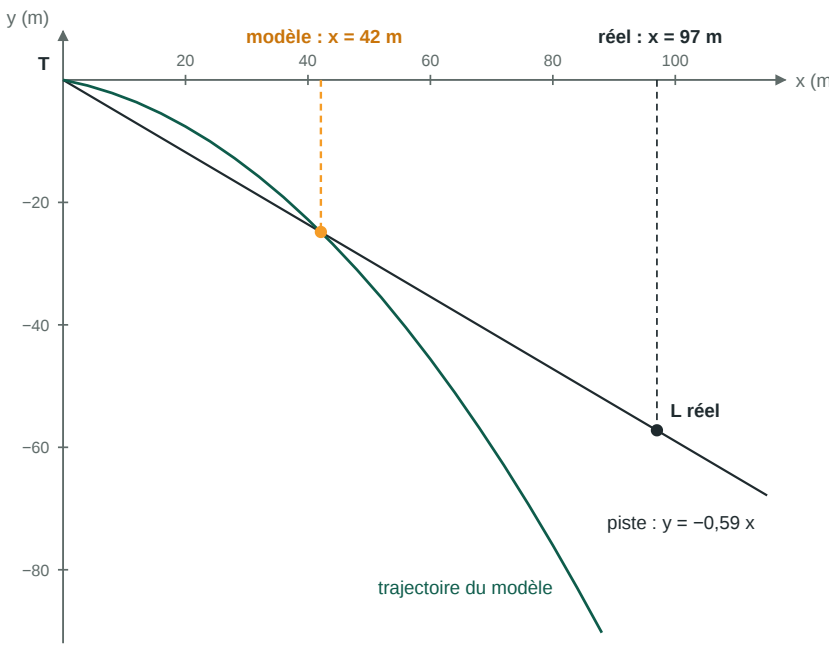
La solution $x_L = 0$ correspond au point de départ T. L'autre solution est :

$$x_L = \frac{0{,}59 - 0{,}19}{9{,}5 \times 10^{-3}} = 42 \text{ m}$$

Le modèle prévoit un atterrissage à 42 m, moins de la moitié de l'abscisse réelle (97 m) : il ne rend pas compte du saut.

Le modèle ne prend en compte que le poids. Or l'action de l'air n'est pas négligeable : penché sur ses skis écartés, le sauteur est porté par l'air, d'autant plus que le vent était important ce jour-là. Il plane et retombe bien plus loin qu'en chute libre.

Modèle : $x_L = 42$ m ; réalité : $x_L = 97$ m. Le modèle de la chute libre ne convient pas pour le saut.



2.4 · Trajectoire du modèle et piste : point d'atterrissage prévu et point réel

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.59 - 0.19}{9.5 \times 10^{-3}} \approx 42.10526$$

COMPRENDRE

Les données réelles sont cohérentes avec la piste modélisée : pour $x = 97$ m, $y = -0{,}59 \times 97 = -57$ m et $TL = \sqrt{97^2 + 57^2} \approx 113$ m. C'est donc la trajectoire qui est mal décrite, pas la piste.

MÉTHODE

Point de rencontre de deux courbes : égaler les deux expressions de y, tout ramener dans un membre, puis factoriser par x. Ne pas diviser par x sans dire que $x = 0$ est le point de départ.

Un radar de surveillance maritime

Bac S 2019 Liban (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Donner la relation entre la distance d (radar – bateau détecté) et la durée Δt du trajet aller-retour de l'onde.

Pendant la durée Δt, l'onde parcourt la distance $2d$ (aller puis retour) à la célérité c : $2d = c\,\Delta t$.

$$d = \frac{c\,\Delta t}{2}$$

PIÈGE
Oublier le facteur 2 : l'onde va jusqu'au bateau puis revient au radar, elle parcourt deux fois la distance cherchée.

1.2 À quel instant a été émise l'onde de fréquence 9344 MHz ?

Données utiles document 1 ; écho reçu à $t = 0{,}43$ ms

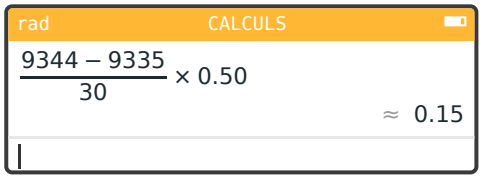
Sur le document 1, entre 0 et 0,50 ms, la fréquence émise croît de 9335 MHz à 9365 MHz. La droite passe par l'ordonnée 9344 MHz à l'abscisse 0,15 ms.

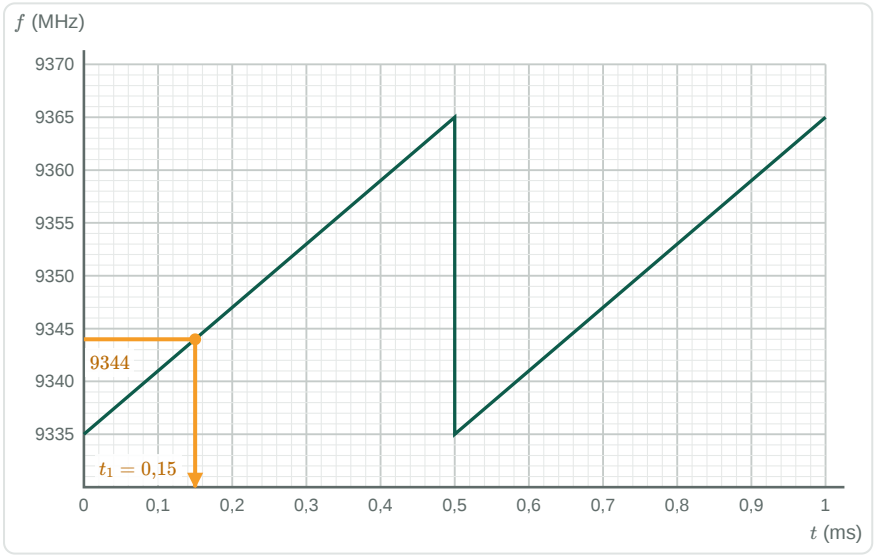
Cet instant est bien antérieur à la réception ($0{,}15$ ms $< 0{,}43$ ms).

L'onde a été émise à l'instant $t_1 = 0{,}15$ ms.

MÉTHODE
Sans lecture fine : la fréquence augmente de 30 MHz en 0,50 ms. Pour gagner $9344 - 9335 = 9$ MHz, il faut $\frac{9}{30} \times 0{,}50 = 0{,}15$ ms.

À LA CALCULATRICE





1.2 · Document 1 : lecture de l'instant d'émission de l'onde de fréquence 9344 MHz

1.3 En déduire la valeur de la distance d entre le radar et le bateau responsable de cet écho.

Données utiles $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} ; $t = 0{,}43$ ms ; $t_1 = 0{,}15$ ms (1.2)

Durée de l'aller-retour : $\Delta t = t - t_1 = 0{,}43 - 0{,}15 = 0{,}28$ ms.

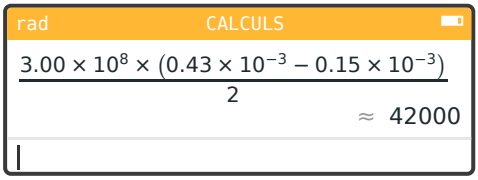
$$d = \frac{c\,(t - t_1)}{2} = \frac{3{,}00 \times 10^8 \times 0{,}28 \times 10^{-3}}{2} = 4{,}2 \times 10^4 \text{ m}$$

$$d = 4{,}2 \times 10^4 \text{ m} = 42 \text{ km}$$

PIÈGE
Laisser les durées en millisecondes : avec c en m · s^{-1}, il faut $\Delta t = 0{,}28 \times 10^{-3}$ s.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : les instants t et t_1 n'en ont que deux, le résultat ne peut pas être plus précis que la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



1.4 Identifier, parmi les deux bateaux, celui qui correspond à cet écho. Expliciter la démarche.

Données utiles $d = 42$ km (1.3) ; 1 mn = 1,852 km ; 9 mn entre deux cercles du document 2

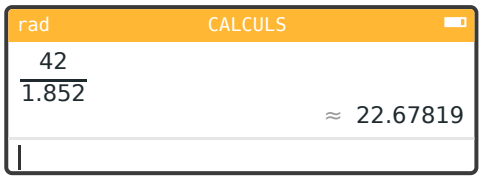
Conversion en miles nautiques : $d = \dfrac{42}{1{,}852} = 23$ mn.

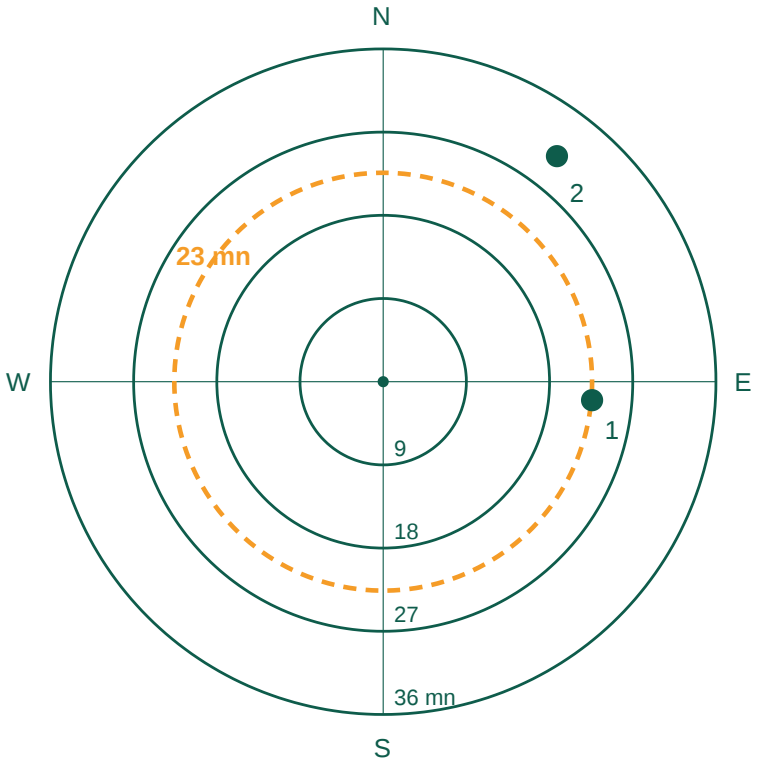
Les cercles de l'écran ont pour rayons 9, 18, 27 et 36 mn. La distance trouvée est comprise entre 18 mn et 27 mn : le bateau cherché se trouve entre le deuxième et le troisième cercle.

Le bateau 1 est dans cette couronne ; le bateau 2 est entre le troisième et le quatrième cercle (entre 27 mn et 36 mn).

L'écho de fréquence 9344 MHz est celui du **bateau 1** ($d \approx 23$ mn).

À LA CALCULATRICE





1.4 · Document 2 : le cercle de rayon 23 mn passe par le bateau 1

1.5 Déterminer la distance maximale que peut détecter ce radar et la comparer à la valeur du constructeur (36 miles nautiques).

Données utiles document 1 : période du signal $T = 0{,}50$ ms ; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} ; 1 mn = 1,852 km

La fréquence émise reprend les mêmes valeurs tous les $T = 0{,}50$ ms. Si l'aller-retour dure plus de 0,50 ms, une fréquence reçue correspond à plusieurs instants d'émission possibles : la distance n'est plus déterminée. Donc $\Delta t_{\max} = T$.

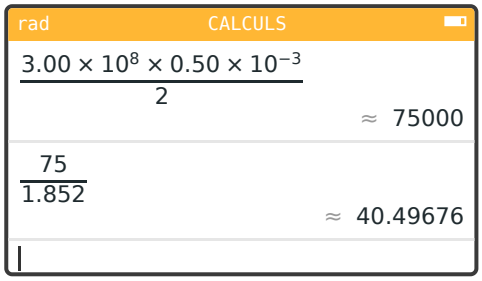
$$d_{\max} = \frac{cT}{2} = \frac{3{,}00 \times 10^8 \times 0{,}50 \times 10^{-3}}{2} = 7{,}5 \times 10^4 \text{ m} = 75 \text{ km}$$

En miles nautiques : $d_{\max} = \dfrac{75}{1{,}852} = 40$ mn.

$d_{\max} = 75$ km ≈ 40 mn : même ordre de grandeur que les 36 mn du constructeur, qui annonce une portée un peu plus faible (écart d'environ 10 %).

COMPRENDRE
La valeur du constructeur est inférieure à cette limite théorique : il garde une marge, car l'écho doit aussi rester assez puissant pour être détecté (partie 3).

À LA CALCULATRICE



2.1 Donner, en justifiant, la valeur de l'angle θ pour lequel le décalage Doppler Δf_D est toujours nul.

$\Delta f_D = \dfrac{2v}{c} f_0 |\cos\theta|$ est nul quelle que soit la vitesse relative v si $\cos\theta = 0$.

$\theta = 90^\circ$

COMPRENDRE
À 90°, la cible est exactement par le travers du navire : sa vitesse relative n'a aucune composante le long de la droite radar – cible, la distance entre les deux ne varie pas à cet instant.

2.2 Pour $\theta = 0^\circ$, déterminer la vitesse relative maximale entre les deux bateaux pour ne pas introduire d'erreur de positionnement.

Données utiles $\Delta f_{D,\max} = 1{,}5$ kHz ; $f_0 = 9350$ MHz ; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1}

Il faut $\Delta f_D \leqslant 1{,}5$ kHz. Avec $\theta = 0^\circ$, $|\cos\theta| = 1$, donc $\Delta f_D = \dfrac{2v}{c} f_0$ et

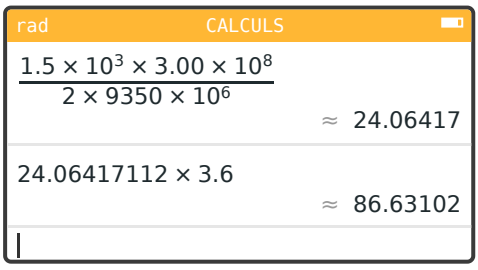
$$v_{\max} = \frac{c\,\Delta f_{D,\max}}{2 f_0} = \frac{3{,}00 \times 10^8 \times 1{,}5 \times 10^3}{2 \times 9350 \times 10^6} = 24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_{\max} = 24$ m · s^{-1} (environ 87 km · h^{-1})

PIÈGE
Mélanger kHz et MHz : les deux fréquences doivent être en hertz, $1{,}5 \times 10^3$ Hz et 9350×10^6 Hz.

COMPRENDRE
Aucun bateau n'atteint une telle vitesse relative : l'effet Doppler ne fausse pas le positionnement en pratique.

À LA CALCULATRICE



3.1 Quel type de propagation (libre ou guidée) utilisent les systèmes radar ?

L'onde émise par le radar se propage dans l'air, dans toutes les directions accessibles, sans câble ni fibre pour la conduire jusqu'à la cible.

La propagation est **libre**.

COMPRENDRE
La distinction entre propagation libre et propagation guidée (câble, fibre optique) appartenait à l'ancien programme de Terminale S ; elle ne figure plus au programme actuel de spécialité.

3.2 Calculer la longueur d'onde du rayonnement électromagnétique émis par le radar.

Données utiles $f_0 = 9350$ MHz ; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1}

$$\lambda = \frac{c}{f_0} = \frac{3{,}00 \times 10^8}{9350 \times 10^6} = 3{,}21 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$\lambda = 3{,}21 \times 10^{-2}$ m $= 3{,}21$ cm

COMPRENDRE
Cette valeur désigne la courbe à utiliser dans le document 3 : celle repérée par $\lambda = 3{,}2$ cm.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{3.00 \times 10^8}{9350 \times 10^6} \approx 0.03208556$

3.3 La puissance reçue par le radar, pour une masse d'eau de 4 g par m³ d'air, est-elle détectable ?

Données utiles $P_{\text{émise}} = 165$ mW ; $P_{\min} = 1 \times 10^{-11}$ mW ; distance maximale 36 mn ; $\lambda = 3{,}2$ cm (3.2) ; document 3

Hypothèses : la cible est à la distance maximale de détection (cas le plus défavorable) ; l'onde est atténuée à l'aller et au retour, donc $L = 2 \times 36 = 72$ mn ; seule l'atténuation dans l'air est prise en compte (la réflexion sur la cible est supposée sans perte).

Lecture du document 3 : sur la droite $\lambda = 3{,}2$ cm, à l'ordonnée 4 g, on lit $\alpha \approx 0{,}95$ dB · mn^{-1}.

De $\alpha = \frac{10}{L} \log\left(\frac{P_{\text{émise}}}{P_{\text{reçue}}}\right)$ on tire $\frac{P_{\text{émise}}}{P_{\text{reçue}}} = 10^{\alpha L/10}$, soit

$$P_{\text{reçue}} = P_{\text{émise}} \times 10^{-\alpha L/10} = 165 \times 10^{-0{,}95 \times 72/10} = 2{,}4 \times 10^{-5} \text{ mW}$$

Or $2{,}4 \times 10^{-5}$ mW $> 1 \times 10^{-11}$ mW.

$P_{\text{reçue}} \approx 2{,}4 \times 10^{-5}$ mW, très supérieure au minimum détectable : le signal est **détectable**, même à 36 mn.

PIÈGE
Prendre $L = 36$ mn : le signal est atténué sur l'aller et sur le retour. Et α étant en dB par mile nautique, L reste en miles nautiques, sans conversion.

COMPRENDRE
Les axes du document 3 sont logarithmiques, la lecture est approximative. Avec $\alpha = 1{,}0$ dB · mn^{-1} on trouve $1{,}0 \times 10^{-5}$ mW : la conclusion ne change pas, la marge est d'un facteur un million.

COMPRENDRE
Le coefficient d'atténuation linéique relève de l'ancien programme de Terminale S ; il n'est plus au programme actuel de spécialité.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.95 \times 72}{10} \approx 6.84$

$165 \times 10^{-6.84} \approx 2.384976 \times 10^{-5}$

Spécialité : De l'eau fraîche avec mon botijo

Bac S 2019 Liban (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Calculer la variation d'énergie interne d'un volume V d'eau dont la température diminue de 1 °C.

Données utiles $c_{eau} = 4{,}18\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $\rho_{eau} = 1{,}0\ \text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$; $V = 1{,}9\ \text{L}$

Masse d'eau : $m_{eau} = \rho_{eau} V$. L'eau reste liquide, donc :

$$\Delta U_{eau} = m_{eau}\, c_{eau}\, \Delta\theta = \rho_{eau}\, V\, c_{eau}\, \Delta\theta$$

avec $\Delta\theta = -1\ ^\circ\text{C} = -1\ \text{K}$ (la température diminue).

$\Delta U_{eau} = 1{,}0 \times 1{,}9 \times 4{,}18 \times (-1) = -7{,}9\ \text{kJ}$

$\Delta U_{eau} = -7{,}9\ \text{kJ}$: l'eau perd 7,9 kJ quand elle refroidit de 1 °C.

PIÈGE

Oublier le signe : la température baisse, donc $\Delta\theta < 0$ et $\Delta U < 0$. Garder c_{eau} en kJ donne directement un résultat en kJ.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme V et ρ_{eau}. La baisse de 1 °C est une valeur de définition : si on la lit avec un seul chiffre, on écrit -8 kJ. Un écart de température a la même valeur en °C et en K.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.0 \times 1.9 \times 4.18 \times (-1)$

≈ -7.942

2 D'après les résultats de l'expérience, déterminer la masse d'eau du système {cruche + eau} qui se vaporise au cours du temps, en gramme par heure.

Données utiles graphe de la masse du système en fonction du temps (document 2)

La masse du système est modélisée par une droite décroissante : l'eau se vaporise à rythme constant. La masse vaporisée par heure est la valeur absolue du coefficient directeur.

Deux points éloignés de la droite : A $(0\ \text{h}; 3550\ \text{g})$ et B $(6{,}0\ \text{h}; 3300\ \text{g})$.

$$a = \frac{m_B - m_A}{t_B - t_A} = \frac{3300 - 3550}{6{,}0 - 0} = -42\ \text{g} \cdot \text{h}^{-1}$$

Il se vaporise environ 42 g d'eau par heure.

MÉTHODE

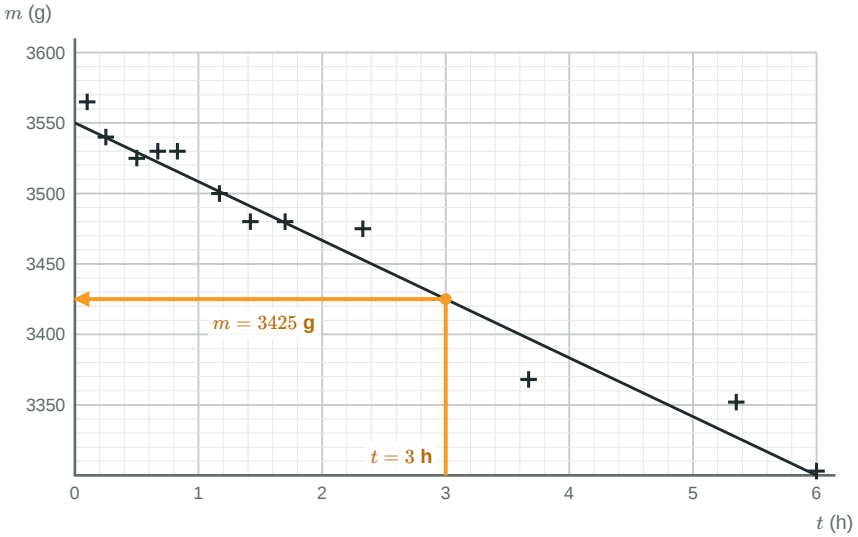
Pour un coefficient directeur, choisir deux points de la droite modèle, les plus éloignés possible, et non deux points expérimentaux : ceux-ci sont dispersés autour de la droite.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{3300 - 3550}{6.0 - 0}$

≈ -41.66667



2 · Masse du système {cruche + eau} : droite modèle et points A et B utilisés

3 Justifier qualitativement l'existence des deux zones de la courbe d'évolution de la température lors de l'expérience.

Le système cède l'énergie Q_1 par vaporisation de l'eau et reçoit l'énergie Q_2 de l'air ambiant dès qu'il est plus froid que lui. La vaporisation se fait à rythme constant (question 2) : l'énergie cédée chaque heure est toujours la même.

Zone 1 : au départ, le système est à la température de l'air (21 °C), il n'en reçoit presque rien. Il cède plus d'énergie qu'il n'en reçoit ($Q_1 > Q_2$) : son énergie interne diminue, sa température baisse. Plus il refroidit, plus l'écart avec l'air grandit et plus l'énergie reçue chaque heure augmente : la baisse ralentit.

Zone 2 : l'écart de température est assez grand pour que l'énergie reçue de l'air compense exactement l'énergie cédée ($Q_2 = Q_1$). L'énergie interne ne varie plus.

Zone 1 : $Q_1 > Q_2$, la température diminue. Zone 2 : $Q_2 = Q_1$, la température reste constante (environ 15,4 °C).

PIÈGE
Dire que la vaporisation s'arrête en zone 2. La masse continue de diminuer au même rythme pendant les six heures : c'est l'énergie reçue de l'air qui a augmenté.

COMPRENDRE
Un transfert thermique va spontanément du corps chaud vers le corps froid, et il est d'autant plus intense que l'écart de température est grand.

4 Résolution de problème. Pour prévoir la température de la cruche au bout de la première heure, peut-on négliger l'énergie Q_2 reçue de l'extérieur sur cette durée ? Répondre quantitativement à l'aide d'un bilan énergétique.

Données utiles $L_V = 2{,}4 \times 10^3\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; $C_{cruche} = 2{,}1\ \text{kJ} \cdot \text{K}^{-1}$; $42\ \text{g} \cdot \text{h}^{-1}$ (question 2) ; $\rho_{eau}\, V\, c_{eau} = 7{,}9\ \text{kJ} \cdot \text{K}^{-1}$ (question 1) ; température initiale 21 °C

Bilan d'énergie du système S {cruche + eau} pendant la première heure (document 3) : $\Delta U = Q_2 - Q_1$.

Énergie cédée par vaporisation : en une heure, $m = 42\ \text{g} = 42 \times 10^{-3}$ kg d'eau se vaporise.

$Q_1 = m\, L_V = 42 \times 10^{-3} \times 2{,}4 \times 10^3 = 1{,}0 \times 10^2\ \text{kJ}$

Hypothèse : Q_2 négligée. Alors $\Delta U = -Q_1$. La cruche et l'eau se refroidissent ensemble :

$$\Delta U = (C_{cruche} + \rho_{eau}\, V\, c_{eau})\, \Delta\theta \quad \text{donc} \quad \Delta\theta = \frac{-Q_1}{C_{cruche} + \rho_{eau}\, V\, c_{eau}}$$

$\Delta\theta = \dfrac{-1{,}0 \times 10^2}{2{,}1 + 7{,}9} = -10\ ^\circ\text{C}$: le modèle prévoit $\theta = 21 - 10 = 11\ ^\circ\text{C}$ au bout d'une heure.

Comparaison à l'expérience : sur la courbe du document 2, à $t = 1$ h, $\theta \approx 16{,}5\ ^\circ\text{C}$, soit une baisse réelle de $4{,}5$ °C seulement, deux fois plus faible que prévu.

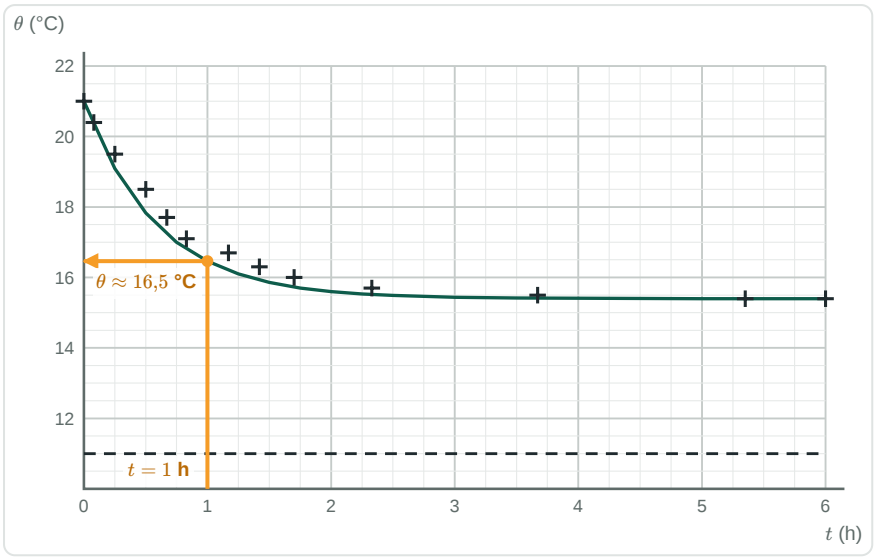
Estimation de Q_2 : $\Delta U_{réelle} = (2{,}1 + 7{,}9) \times (-4{,}5) = -45\ \text{kJ}$, d'où $Q_2 = \Delta U_{réelle} + Q_1 \approx -45 + 100 = 55\ \text{kJ}$. C'est plus de la moitié de Q_1.

Non : sans Q_2 on prévoit 11 °C au lieu de 16,5 °C mesurés. L'énergie reçue de l'air (≈ 55 kJ) n'est pas négligeable devant $Q_1 = 1{,}0 \times 10^2$ kJ.

PIÈGE
Oublier la cruche : elle se refroidit avec l'eau, sa capacité thermique s'ajoute. Elle est déjà en $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1}$: on ne la multiplie pas par une masse. Convertir aussi 42 g en kg.

COMPRENDRE
Q_1 et Q_2 sont comptées positives sur le schéma : l'une sort, l'autre entre, d'où $\Delta U = Q_2 - Q_1$. Selon la lecture du graphe (entre 16,5 et 17 °C), Q_2 vaut 55 à 60 kJ : la conclusion ne change pas.

MÉTHODE
Pour tester une hypothèse : calculer ce que prévoit le modèle simplifié, lire la valeur mesurée, puis comparer par un écart chiffré. La conclusion se lit sur cet écart.



4 · Température de l'eau : lecture à $t = 1$ h, à comparer aux 11 °C prévus sans Q_2

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$42 \times 10^{-3} \times 2.4 \times 10^{3}$
≈ 100.8

$\dfrac{-100.8}{2.1 + 1.0 \times 1.9 \times 4.18}$
≈ -10.03784

$(2.1 + 1.0 \times 1.9 \times 4.18) \times (-4.5)$
≈ -45.189

$100.8 - 45.189$
≈ 55.611