EXERCICE 2 : SAUT À SKI AUX JEUX OLYMPIQUES D'HIVER 2018 (5 points)

La médaille d'or d'Andreas Wellinger

Le 10 février 2018, lors des JO d'hiver de PyeongChang, dans des conditions difficiles en raison d'un vent important, l'Allemand Andreas Wellinger a réalisé, sur le tremplin HS109 d'Alpensia, un saut qui lui a permis d'obtenir la médaille d'or.

L'exercice consiste à faire l'étude du mouvement d'Andreas Wellinger sur la piste d'élan et lors du saut dans le cadre d'un modèle simplifié et de comparer les résultats obtenus aux mesures réalisées le jour de l'épreuve olympique.

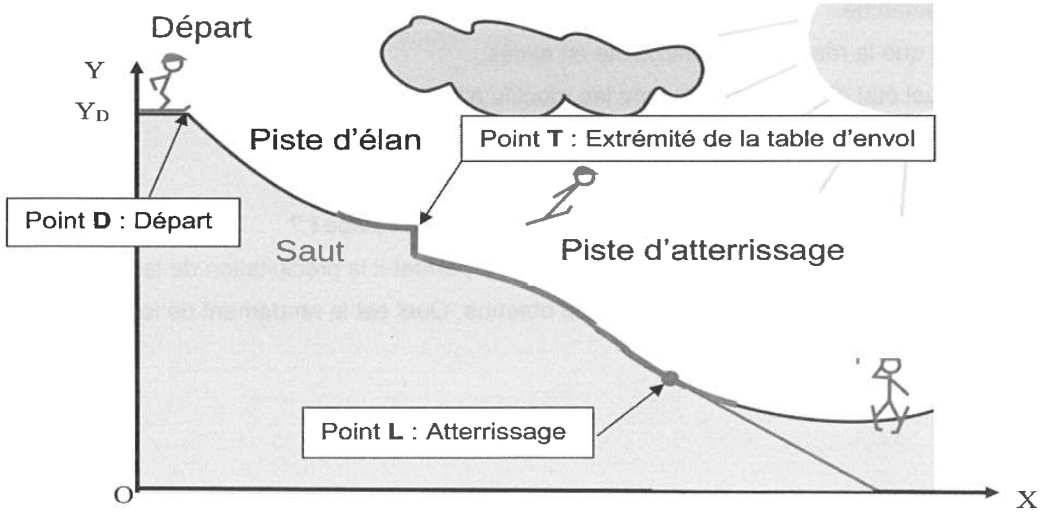
Données :

- accélération de la pesanteur : $g = 9{,}8$ m.s^{-2} ;
- masse de Andreas Wellinger avec son équipement : $m = 70$ kg ;
- altitude du point de départ D : $y_D = 98$ m ;
- altitude au point d'envol T (bout de la table d'envol) : $y_T = 65$ m ;
- inclinaison de la table d'envol : $\alpha = 11°$;
- vitesse de décollage mesurée : $v_T = 83{,}3$ km.h^{-1}.

Cette étude sera menée dans le référentiel terrestre, le système {skieur + équipement} sera considéré comme un point matériel. On négligera tout type de frottement.
Au départ de l'épreuve, au point D, la vitesse du skieur est nulle.
La valeur de l'énergie potentielle de pesanteur est nulle en $y = 0$.

Liban 2019

Modélisation de la piste de saut à ski



D'après : https://fr.wikipedia.org

1. Étude du mouvement du skieur sur la piste d'élan du tremplin

1.1. Calculer la valeur de E_{mD} l'énergie mécanique du système au point D.

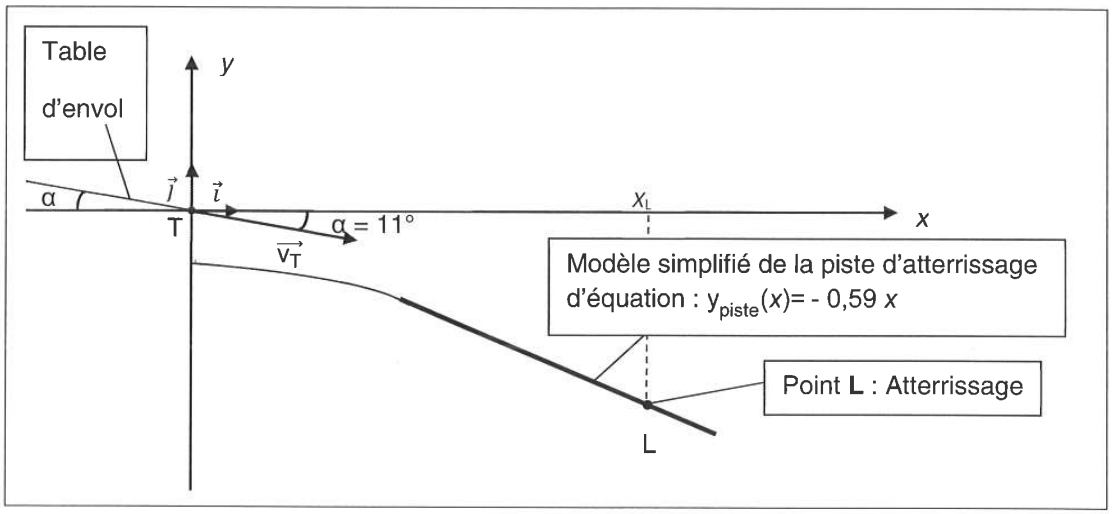
1.2. Exprimer l'énergie mécanique E_{mT} du système au point T en fonction de la masse m du système, de l'accélération g de la pesanteur, de l'altitude y_T du point T et de la vitesse v_T au point T.

1.3. En utilisant une approche énergétique, montrer que l'expression littérale de la valeur v_T de la vitesse du système au bout de la table d'envol est $v_T = \sqrt{2g.(y_D - y_T)}$. Calculer sa valeur numérique.

1.4. Le résultat obtenu par calcul pour la vitesse de décollage v_T est-il en accord avec la valeur mesurée le jour de l'épreuve ? Commenter.

2. Étude du mouvement du skieur lors du saut

Pour cette étude, on utilise le repère orthonormé (T, $\vec{i}$, $\vec{j}$), T étant le point situé au bout de la table d'envol.
On modélise de manière simplifiée l'allure de la piste d'atterrissage par une droite d'équation $y_{piste}(x) = -0{,}59\ x$.
On notera x_L l'abscisse du point d'atterrissage L.



Liban 2019

2.1 En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération lors du saut.

2.2 Montrer, en détaillant chaque étape de votre raisonnement, que les équations horaires du point matériel M représentant le système étudié lors du saut dans le champ de pesanteur s'écrivent :

$$x(t) = v_T \cos\alpha\ t$$
$$y(t) = -\frac{1}{2} g\ t^2 - v_T \sin\alpha\ t$$

2.3 En déduire que l'équation de la trajectoire du point matériel M s'écrit :

$$y(x) = -9{,}5 \times 10^{-3}\ x^2 - 1{,}9 \times 10^{-1}\ x$$

Dans cette équation x et y sont exprimés en mètres.

Le corrigé détaillé est sur galilee.ac

Voir le corrigé
scanner ou cliquer

2.4 Le jour de l'épreuve olympique, la longueur réelle mesurée lors du saut étudié a été de 113 m. Cette longueur correspond à la longueur TL sachant que le point d'atterrissage L a une abscisse réelle égale à 97 m.

Le cadre du modèle précédent permet-il de rendre compte de la valeur réelle de l'abscisse du point d'atterrissage ?

Commenter.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.