Mesurer la profondeur de l'eau

Bac S 2020 Métropole remplacement (ancien programme) · Exercice 2 **11 points** **Durée conseillée 2 h**

1.1.1 Effectuer le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur le lest, hors de l'eau, corde tendue.

Système {lest}, dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen. Les actions de l'air sont négligées.

- Le poids $\vec{P}$: vertical, vers le bas, de norme $P = m\,g$.
- La tension de la corde $\vec{T}$: verticale, vers le haut.

Deux forces : le poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ de la corde.

MÉTHODE
Un bilan de forces commence par le système et le référentiel. Chaque force est ensuite décrite par sa direction, son sens et, si possible, sa norme.

1.1.2 À l'aide d'une des lois de Newton, déterminer la norme de la tension de la corde. La valeur mesurée par le capteur lors de la première mesure est-elle cohérente ?

Données utiles $m = 100$ g ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; figure 2 : $T_{\text{mes}} = 985$ mN

Le lest est immobile dans un référentiel galiléen. D'après la première loi de Newton (principe d'inertie), les forces se compensent :

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \quad \text{donc} \quad T = P = m\,g$$

$T = 0{,}100 \times 9{,}81 = 0{,}981\ \text{N} = 981\ \text{mN}$

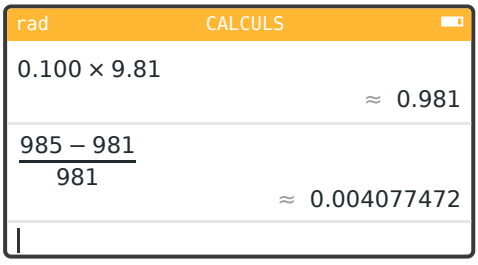
Le capteur indique 985 mN pour les premières mesures : l'écart relatif est $\dfrac{985 - 981}{981} = 0{,}4\ \%$.

$T = 0{,}981$ N ; la valeur mesurée (985 mN) est cohérente, à 0,4 % près.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : $100 \times 9{,}81$ ne donne pas des newtons. Il faut $m = 0{,}100$ kg.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme m et g. « Cohérent » se justifie par un écart chiffré, pas par une impression.

À LA CALCULATRICE



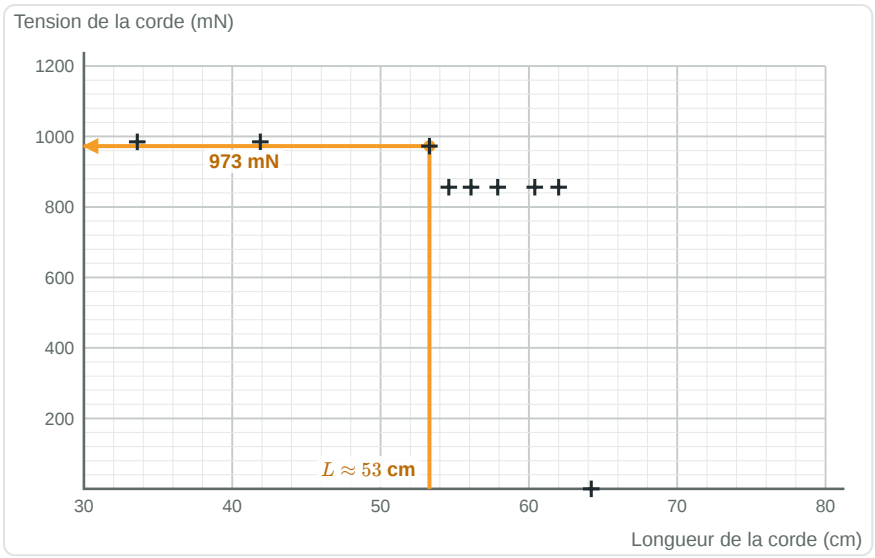
1.1.3 Exploiter la figure 2 pour estimer la longueur de la corde pour laquelle le lest touche la surface de l'eau.

Tant que le lest est hors de l'eau, la tension reste égale au poids : 985 mN jusqu'à $L = 41{,}9$ cm.

Pour $L = 53{,}3$ cm, la tension vaut 973 mN : elle a commencé à diminuer, le lest vient d'entrer dans l'eau. Dès la mesure suivante, elle est tombée à 856 mN.

Le lest touche la surface de l'eau pour $L \approx 53$ cm.

COMPRENDRE
Dès que le bas du lest est dans l'eau, la poussée d'Archimède soulage la corde : la tension baisse. La première baisse repère donc la surface.



1.1.3 · Figure 2 du sujet : la tension commence à baisser vers 53 cm

1.2.1 Indiquer à quelle nouvelle force le lest est soumis lorsqu'il est entièrement sous la surface de l'eau.

L'eau exerce sur le lest immergé une force verticale, dirigée vers le haut.

La nouvelle force est la poussée d'Archimède $\overrightarrow{F_A}$.

1.2.2 Exploiter la figure 2 pour déterminer la valeur de cette nouvelle force. Déterminer le volume du lest et en déduire s'il est entièrement constitué de plomb ou non.

Données utiles figure 2 : 985 mN hors de l'eau, 856 mN lest immergé ; $\rho_{\text{eau}} = 1{,}00 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_{\text{plomb}} = 1{,}14 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $m = 100$ g ; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Valeur de la poussée d'Archimède. Le lest immergé est immobile, soumis à $\overrightarrow{P}$ (vers le bas), $\overrightarrow{T'}$ et $\overrightarrow{F_A}$ (vers le haut). D'après la première loi de Newton : $T' + F_A = P$, donc $F_A = P - T'$.

Hors de l'eau, le capteur mesure le poids : $P = 985$ mN. Dans l'eau, il mesure $T' = 856$ mN.

$F_A = 985 - 856 = 129\ \text{mN} = 0{,}129\ \text{N}$

Volume du lest. Le lest est entièrement immergé, donc $V_{\text{immergé}} = V$ et $F_A = \rho_{\text{eau}}\, V\, g$:

$$V = \frac{F_A}{\rho_{\text{eau}}\, g} = \frac{0{,}129}{1{,}00 \times 10^3 \times 9{,}81} = 1{,}31 \times 10^{-5}\ \text{m}^3$$

Comparaison. Un lest de 100 g entièrement en plomb aurait pour volume :

$$V_{\text{plomb}} = \frac{m}{\rho_{\text{plomb}}} = \frac{0{,}100}{1{,}14 \times 10^4} = 8{,}77 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$$

Le volume mesuré est 1,5 fois plus grand.

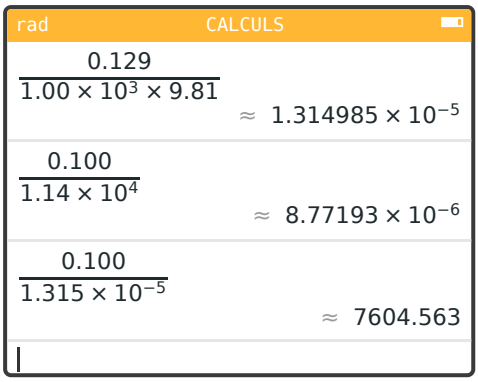
$F_A = 0{,}129$ N ; $V = 1{,}31 \times 10^{-5}\ \text{m}^3$ (13,1 cm³) $> V_{\text{plomb}} = 8{,}77 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$: le lest n'est pas entièrement en plomb.

PIÈGE
Prendre la masse volumique du plomb dans la poussée d'Archimède. C'est celle du fluide déplacé, ici l'eau.

COMPRENDRE
Autre lecture : la masse volumique moyenne du lest, $m/V \approx 7{,}6 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, est inférieure à celle du plomb. Il contient un matériau moins dense ou une cavité.

COMPRENDRE
Avec le poids calculé (981 mN) au lieu du poids mesuré, on trouve $F_A = 125$ mN et $V = 1{,}27 \times 10^{-5}\ \text{m}^3$: la conclusion est la même.

À LA CALCULATRICE



1.2.3 Quelle est la situation représentée par le point P de la figure 2 ? Justifier.

Au point P ($L = 64{,}2$ cm), la tension est nulle. D'après l'énoncé, une tension nulle signifie que la corde n'est plus tendue.

Le lest n'est donc plus retenu par la corde : il repose sur le fond du récipient, qui exerce sur lui une force de réaction vers le haut.

Au point P, le lest est posé sur le fond de l'eau et la corde est détendue.

COMPRENDRE
C'est exactement ce que guette le marin : la corde mollit quand le lest touche le fond.

1.2.4 Estimer la valeur de la profondeur h de l'eau.

Données utiles $L \approx 53$ cm à la surface (1.1.3) ; figure 2 : lest encore suspendu pour $L = 62{,}0$ cm, posé sur le fond pour $L = 64{,}2$ cm

Entre l'instant où le lest touche la surface et celui où il touche le fond, il est descendu de la profondeur h : $h = L_{\text{fond}} - L_{\text{surface}}$.

Le lest atteint le fond pour une longueur comprise entre 62,0 cm (corde encore tendue) et 64,2 cm (corde détendue), et la surface pour $L_{\text{surface}} \approx 53$ cm :

$62{,}0 - 53 = 9 \text{ cm} \leqslant h \leqslant 64{,}2 - 53 \approx 11 \text{ cm}$

$h \approx 10$ cm (entre 9 cm et 11 cm).

COMPRENDRE
Le point P ne donne qu'un majorant : à 64,2 cm la corde est déjà détendue, le fond a été touché un peu avant. D'où une estimation et non une valeur précise.

2.1 Associer une simulation à chacun des points A, B et C du fond marin. Justifier.

Les ondes se propagent à la même célérité vers les deux récepteurs : le récepteur le plus proche du point qui diffuse reçoit le signal en premier.

- B est à égale distance de R₁ et R₂ : les deux signaux arrivent à la même date. C'est la simulation 1.
- A est plus proche de R₁ que de R₂ : R₁ reçoit le signal avant R₂. C'est la simulation 2.
- C est plus proche de R₂ que de R₁ : R₂ reçoit le signal avant R₁. C'est la simulation 3.

A : simulation 2 ; B : simulation 1 ; C : simulation 3.

MÉTHODE
À célérité égale, un retard traduit une différence de distance : $\tau = \frac{d_2 - d_1}{v}$. Comparer les dates d'arrivée revient à comparer les distances.

2.2 En déduire la valeur de la profondeur h du fond de l'eau sous le sonar, les distances EB, R_1B et R_2B étant considérées comme égales.

Données utiles $\Delta t_S = 27{,}7$ ms ; $v = 1{,}53\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$

Pendant la durée Δt_S, l'onde effectue le trajet aller E → B puis le retour B → R, soit la distance $2\,EB$:

$$EB = \frac{v\,\Delta t_S}{2} = \frac{1{,}53 \times 10^3 \times 27{,}7 \times 10^{-3}}{2} = 21{,}2\ \text{m}$$

Sur la figure 3, dans le triangle rectangle d'hypoténuse EB, la profondeur h est le côté opposé à l'angle α de sommet B :

$$\sin\alpha = \frac{h}{EB} \quad \text{donc} \quad h = EB \times \sin\alpha = \frac{v\,\Delta t_S}{2}\sin\alpha$$

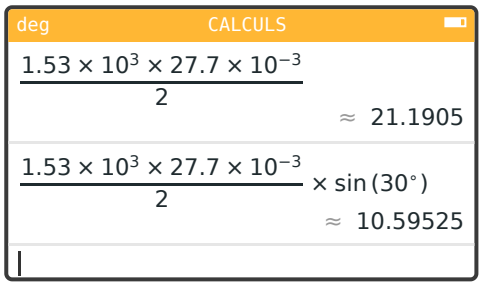
$$h = 21{,}2 \times \sin(30^\circ) = 10{,}6\ \text{m}$$

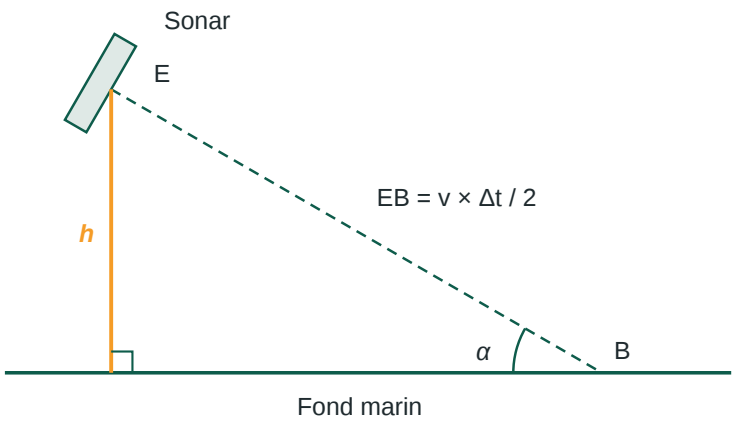
$h = 10{,}6$ m, soit environ 11 m.

PIÈGE
Deux erreurs classiques : oublier l'aller-retour (ne pas diviser par 2) et écrire $h = EB\cos\alpha$. L'angle α de sommet B est entre le fond et EB : h lui est opposé.

COMPRENDRE
Le sonar est incliné de α par rapport à la verticale ; EB, perpendiculaire au sonar, est donc inclinée de α par rapport à l'horizontale. C'est le même angle qui se retrouve en B.

À LA CALCULATRICE





2.2 · Figure 3 simplifiée : h est le côté opposé à l'angle α de sommet B

3.1.1 Dans quel domaine du spectre électromagnétique les ondes émises par le LASER ($\lambda = 1{,}064\ \mu\text{m}$) sont-elles situées ? Justifier.

$\lambda = 1{,}064\ \mu\text{m} = 1\,064$ nm.

Le domaine visible s'étend d'environ 400 nm (violet) à 800 nm (rouge). Ici $\lambda > 800$ nm.

Ces ondes appartiennent au domaine de l'infrarouge.

PIÈGE
Une réponse sans la comparaison aux limites du visible (400 nm et 800 nm) n'est pas justifiée.

3.1.2 Déterminer si le rayonnement produit par le LASER est approprié pour détecter le fond marin. Justifier.

Données utiles figure 5 ; $\lambda = 1{,}064\ \mu\text{m}$

Sur la figure 5 (graphique de gauche), pour $\lambda = 1{,}064\ \mu\text{m}$, l'absorption est d'environ 30 % par centimètre d'eau traversé.

Le rayonnement est donc presque entièrement absorbé après quelques dizaines de centimètres : il ne peut pas atteindre le fond puis revenir vers le LIDAR.

Ce rayonnement infrarouge n'est pas approprié pour détecter le fond marin.

COMPRENDRE
Avec 30 % absorbés par centimètre, il reste 70 % après 1 cm, puis $0{,}70^{10} \approx 3$ % après 10 cm. Ce rayonnement convient en revanche pour repérer la surface, qui le réfléchit en partie.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

0.70^{10}

$\approx$ 0.02824752

3.1.3 Déterminer s'il est plus approprié de doubler ou de tripler la fréquence du rayonnement émis par le LASER pour détecter le fond marin. Justifier.

Données utiles figure 5 (zoom) ; $\lambda = 1{,}064\ \mu\text{m}$

Dans le vide, $\lambda = \dfrac{c}{f}$: multiplier la fréquence par 2 ou par 3 divise la longueur d'onde par 2 ou par 3.

- Fréquence doublée : $\lambda_2 = \dfrac{1{,}064}{2} = 0{,}532\ \mu\text{m}$; sur le zoom de la figure 5, l'absorption vaut environ 0,03 % par cm.
- Fréquence triplée : $\lambda_3 = \dfrac{1{,}064}{3} = 0{,}355\ \mu\text{m}$; l'absorption vaut environ 0,1 % par cm.

L'onde de fréquence doublée est la moins absorbée par l'eau : elle pénètre plus profondément.

Il est plus approprié de doubler la fréquence ($\lambda_2 = 0{,}532\ \mu\text{m}$, lumière verte).

PIÈGE
Doubler la fréquence ne double pas la longueur d'onde : elle est divisée par 2. Chercher l'absorption à 2,128 µm conduit hors du graphique.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1.064}{2}$ $\approx$ 0.532

$\dfrac{1.064}{3}$ $\approx$ 0.3546667

3.2 Déterminer la hauteur de vol de l'avion au-dessus de l'eau et la profondeur de l'eau survolée.

Données utiles $\Delta t_1 = 2{,}67\ \mu\text{s}$; $\Delta t_2 = 3{,}04\ \mu\text{s}$; $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_{\text{eau}} = 2{,}26 \times 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Premier écho : la surface de l'eau. L'onde parcourt l'aller-retour avion-surface, soit $2H$, dans l'air à la célérité c (assimilée à celle du vide) :

$$H = \frac{c\,\Delta t_1}{2} = \frac{3{,}00 \times 10^8 \times 2{,}67 \times 10^{-6}}{2} = 4{,}01 \times 10^2\ \text{m}$$

Second écho : le fond marin. L'onde parcourt le même trajet dans l'air, plus un aller-retour dans l'eau, de longueur $2p$, à la célérité v_{eau}. La durée passée dans l'eau est $\Delta t_2 - \Delta t_1$:

$$p = \frac{v_{\text{eau}}\,(\Delta t_2 - \Delta t_1)}{2} = \frac{2{,}26 \times 10^8 \times (3{,}04 - 2{,}67) \times 10^{-6}}{2} = 42\ \text{m}$$

Hauteur de vol : $H = 4{,}01 \times 10^2$ m (environ 400 m) ; profondeur de l'eau : $p \approx 42$ m.

PIÈGE
Calculer la profondeur avec c, ou avec Δt_2 entier. Dans l'eau, la célérité est v_{eau} et la durée est seulement $\Delta t_2 - \Delta t_1$.

COMPRENDRE
La différence $3{,}04 - 2{,}67 = 0{,}37\ \mu\text{s}$ n'a que deux chiffres significatifs : la profondeur s'écrit 42 m, pas 41,8 m.

MÉTHODE
Écho = aller-retour : distance $= \dfrac{\text{célérité} \times \text{durée}}{2}$, milieu par milieu. La même relation sert pour le sonar (2.2) et pour le LIDAR.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{3.00 \times 10^8 \times 2.67 \times 10^{-6}}{2}$ $\approx$ 400.5

$\dfrac{2.26 \times 10^8 \times (3.04 \times 10^{-6} - 2.67 \times 10^{-6})}{2}$ $\approx$ 41.81