La physique au service de la médecine

Bac S 2020 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 2 **11 points** **Durée conseillée 2 h**

1.1 Donner une caractéristique d'une onde ultrasonore.

Une onde ultrasonore est une onde mécanique : elle ne se propage que dans un milieu matériel, sans transport de matière.

Onde mécanique, de fréquence supérieure à 20 kHz, donc inaudible pour l'être humain.

COMPRENDRE
Une seule caractéristique suffit : onde mécanique, onde longitudinale, fréquence supérieure à 20 kHz ou propagation impossible dans le vide.

1.2 Comparer les célérités des ultrasons dans le calcul biliaire et dans l'air, puis proposer une explication de la différence.

Données utiles $v_{\text{calcul}} = 1{,}54 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_{\text{air}} = 3{,}46 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

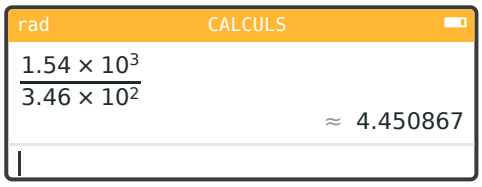
$$\frac{v_{\text{calcul}}}{v_{\text{air}}} = \frac{1{,}54 \times 10^3}{3{,}46 \times 10^2} = 4{,}45$$

Le calcul biliaire est un solide : ses constituants sont beaucoup plus proches et plus liés entre eux que les molécules d'un gaz, la perturbation se transmet donc plus vite de proche en proche.

Les ultrasons sont environ 4,5 fois plus rapides dans le calcul (solide) que dans l'air (gaz).

PIÈGE
« Comparer » demande un rapport chiffré, pas seulement « plus grande ».

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Expliquer l'origine des trois signaux présents sur l'enregistrement de la figure 3.

Chaque fois que la salve change de milieu, une partie de l'onde est réfléchie et revient vers la sonde : chaque signal est un écho.

- $t_A = 80\ \mu\text{s}$: écho sur la surface tissu–vésicule (point A) ;
- $t_B = 130\ \mu\text{s}$: écho sur la face avant du calcul (point B) ;
- $t_C = 150\ \mu\text{s}$: écho sur la face arrière du calcul (point C).

Trois échos, renvoyés par les trois surfaces de séparation rencontrées en A, B et C.

COMPRENDRE
Plus la surface réfléchissante est profonde, plus l'écho revient tard. L'amplitude décroît car l'onde s'atténue et perd de l'énergie à chaque réflexion.

1.3.2 Déterminer une des dimensions du calcul biliaire accessible par cet examen.

Données utiles $t_B = 130\ \mu\text{s}$; $t_C = 150\ \mu\text{s}$; $v_{\text{calcul}} = 1{,}54 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

On peut déterminer l'épaisseur BC du calcul. L'écho venu de C a parcouru en plus un aller-retour dans le calcul, soit $2\,BC$, pendant $\Delta t = t_C - t_B = 20\ \mu\text{s}$.

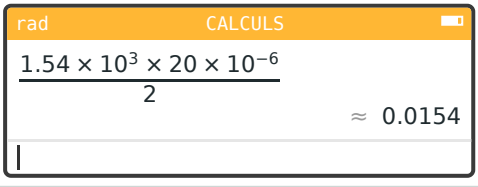
$$BC = \frac{v_{\text{calcul}} \times \Delta t}{2} = \frac{1{,}54 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-6}}{2} = 1{,}5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

L'épaisseur du calcul est $BC \approx 1{,}5$ cm.

PIÈGE
Oublier la division par 2 : l'onde traverse le calcul à l'aller puis au retour. Sans elle, on trouve le double, 3,1 cm.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la durée de 20 µs lue sur le graphique. Le même calcul donne $OA = 5{,}6$ cm, cohérent avec les « 5 cm sous la peau ».

À LA CALCULATRICE



1.4.1 Montrer que le niveau d'intensité sonore L de l'onde émise par la sonde est égal à 100 dB.

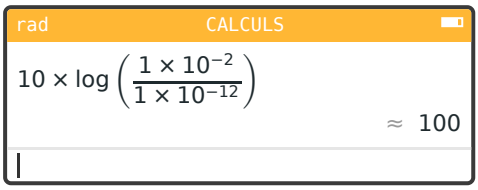
Données utiles $I = 1 \times 10^{-2}\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$; $I_0 = 1 \times 10^{-12}\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{1 \times 10^{-2}}{1 \times 10^{-12}}\right) = 10 \log\left(10^{10}\right)$$

$L = 10 \times 10 = 100$ dB, la valeur attendue.

PIÈGE
Utiliser la touche ln au lieu de log : le niveau sonore se calcule avec le logarithme décimal.

À LA CALCULATRICE



1.4.2 La vésicule est à environ 5 cm sous la peau. Montrer par un calcul qu'il est plus judicieux d'utiliser la fréquence $f_1 = 5{,}0$ MHz plutôt que $f_2 = 10$ MHz.

Données utiles $\alpha = 1\ \text{dB} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$; $L = 100$ dB (1.4.1)

D'après l'unité de α, l'atténuation en dB vaut $A = \alpha \times d \times f$, où d est la distance totale parcourue. L'onde fait l'aller-retour : $d = 2 \times 5 = 10\ \text{cm}$.

$A_1 = 1 \times 10 \times 5{,}0 = 50\ \text{dB}$ $\quad$ $A_2 = 1 \times 10 \times 10 = 100\ \text{dB}$

Niveau de l'écho reçu : $L - A_1 = 50$ dB à 5,0 MHz, mais $L - A_2 = 0$ dB à 10 MHz.

À 10 MHz l'écho est deux fois plus atténué (100 dB contre 50 dB) et n'est plus détectable : on choisit $f_1 = 5{,}0$ MHz.

PIÈGE
Prendre $d = 5$ cm : l'énoncé parle de la distance « totale » parcourue par l'onde reçue, donc de l'aller et du retour.

MÉTHODE
Quand une formule n'est pas donnée, l'unité du coefficient la fournit : des $\text{dB} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$ se multiplient par des cm et des MHz pour donner des dB.

1.4.3 Calculer la longueur d'onde λ_1 de l'onde ultrasonore dans la vésicule pour la fréquence $f_1 = 5{,}0$ MHz.

Données utiles $v_{\text{vésicule}} = 1{,}50 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $f_1 = 5{,}0 \times 10^6\ \text{Hz}$

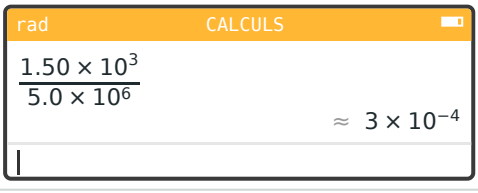
L'onde se propage dans la vésicule : on utilise la célérité dans ce milieu, et la fréquence en hertz.

$$\lambda_1 = \frac{v_{\text{vésicule}}}{f_1} = \frac{1{,}50 \times 10^3}{5{,}0 \times 10^6}$$

$\lambda_1 = 3{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m} = 0{,}30\ \text{mm}$

PIÈGE
Se tromper de colonne dans le tableau et prendre la célérité dans le calcul biliaire.

À LA CALCULATRICE



1.4.4 Expliquer pourquoi l'échographie de la thyroïde, située à environ 2 cm sous la peau, se fait à 10 MHz plutôt qu'à 5,0 MHz, la résolution spatiale souhaitée étant de 0,2 mm.

Données utiles $\lambda_1 = 0{,}30$ mm (1.4.3) ; $\alpha = 1\ \text{dB} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$; $L = 100$ dB (1.4.1)

La longueur d'onde est inversement proportionnelle à la fréquence : à 10 MHz, $\lambda_2 = \dfrac{\lambda_1}{2} = 0{,}15\ \text{mm}$, du même ordre que les 0,2 mm souhaités, alors que 0,30 mm est trop grand.

L'atténuation reste acceptable car l'organe est peu profond : $A = 1 \times (2 \times 2) \times 10 = 40\ \text{dB}$, l'écho revient avec un niveau de 60 dB.

À 10 MHz, $\lambda \approx 0{,}15$ mm permet de voir des détails de 0,2 mm, et l'atténuation (40 dB) reste modérée à 2 cm de profondeur.

COMPRENDRE
Le choix d'une sonde est un compromis : une fréquence élevée donne des images plus fines, mais l'onde pénètre moins profondément. On estime ici λ_2 avec la célérité dans la vésicule, voisine de celle des autres tissus mous.

2.1.1 Donner la composition du noyau de l'atome de rhodium.

Données utiles $^{103}_{45}\text{Rh}$

$Z = 45$: le noyau contient 45 protons. $A = 103$ nucléons, donc $A - Z = 103 - 45 = 58$ neutrons.

45 protons et 58 neutrons.

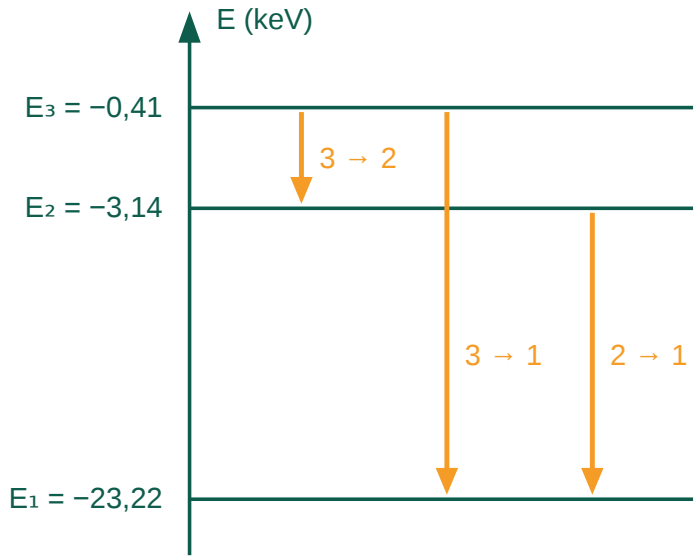
PIÈGE
Ajouter 45 électrons : on demande la composition du noyau, pas celle de l'atome.

2.1.2 Reproduire le diagramme des niveaux d'énergie du rhodium et y représenter par des flèches toutes les transitions pouvant s'accompagner de l'émission d'un photon.

L'atome émet un photon lorsqu'il passe d'un niveau d'énergie à un niveau d'énergie plus basse : les flèches sont donc dirigées vers le bas.

Trois transitions possibles : $E_3 \to E_2$, $E_3 \to E_1$ et $E_2 \to E_1$ (voir le diagramme).

PIÈGE
Tracer des flèches vers le haut : elles représenteraient une absorption d'énergie, pas une émission. Ne pas oublier la transition directe $E_3 \to E_1$.



2.1.2 · Diagramme des niveaux d'énergie du rhodium : les trois transitions avec émission d'un photon (en orange)

2.1.3 L'énergie d'un photon libéré lors d'une de ces transitions est $E_\beta = 3{,}65 \times 10^{-15}$ J. Identifier cette transition en justifiant.

Données utiles $1\text{ eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; $E_1 = -23{,}22$ keV ; $E_2 = -3{,}14$ keV ; $E_3 = -0{,}41$ keV

$$E_\beta = \frac{3{,}65 \times 10^{-15}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 2{,}28 \times 10^4 \text{ eV} = 22{,}8 \text{ keV}$$

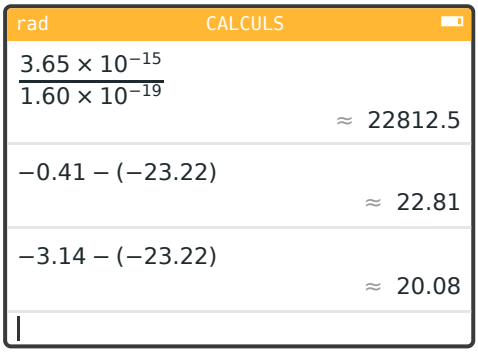
L'énergie du photon est égale à l'écart entre les deux niveaux :

- $E_3 - E_2 = -0{,}41 - (-3{,}14) = 2{,}73$ keV ;
- $E_2 - E_1 = -3{,}14 - (-23{,}22) = 20{,}08$ keV ;
- $E_3 - E_1 = -0{,}41 - (-23{,}22) = 22{,}81$ keV.

$E_\beta = 22{,}8$ keV $= E_3 - E_1$: c'est la transition du niveau E_3 vers le niveau E_1.

MÉTHODE
Convertir d'abord l'énergie du photon dans l'unité du diagramme (ici le keV), puis la comparer aux écarts entre niveaux.

À LA CALCULATRICE



2.1.4 Déterminer la longueur d'onde du rayonnement associé à cette transition. Ce résultat est-il cohérent avec le domaine de fonctionnement de l'appareil ?

Données utiles $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s ; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m·s^{-1} ; $E_\beta = 3{,}65 \times 10^{-15}$ J

$E_\beta = \dfrac{h\,c}{\lambda}$ donc

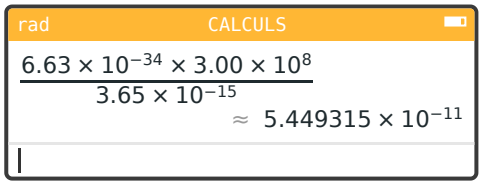
$$\lambda = \frac{h\,c}{E_\beta} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^8}{3{,}65 \times 10^{-15}} = 5{,}45 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Sur le spectre fourni, les rayons X correspondent à 10^{-12} m $< \lambda <$ 10^{-8} m : la valeur trouvée est dans cet intervalle.

$\lambda = 5{,}45 \times 10^{-11}$ m $= 54{,}5$ pm : c'est bien un rayonnement X, résultat cohérent.

PIÈGE
Utiliser l'énergie en keV dans la formule : avec h en J·s, l'énergie doit être en joules.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Analyser qualitativement l'influence de la masse volumique des tissus et de l'énergie des photons sur le coefficient d'absorption μ.

- À énergie fixée, les courbes s'étagent dans l'ordre des masses volumiques (poumons, graisse, muscle, os) : plus le tissu est dense, plus μ est grand.
- Pour un tissu donné, chaque courbe est décroissante : plus l'énergie des photons est grande, plus μ est petit.

μ augmente avec la masse volumique du tissu et diminue quand l'énergie des photons augmente.

COMPRENDRE
L'axe vertical de la figure 5 est gradué en puissances (0,02 ; 0,05 ; 0,1…) : les écarts entre tissus sont bien plus grands qu'ils n'en ont l'air. La chute de μ est très rapide en dessous de 50 keV.

2.2.2 Calculer, puis comparer la CDA d'un os à celle des poumons pour $E = 70$ keV. Comment peut-on interpréter ce résultat ?

Données utiles figure 5, à 70 keV : $\mu_{os} \approx 0{,}5\ \text{cm}^{-1}$; $\mu_{poumons} \approx 0{,}07\ \text{cm}^{-1}$

$\mu = \dfrac{\ln(2)}{CDA}$ donc $CDA = \dfrac{\ln(2)}{\mu}$.

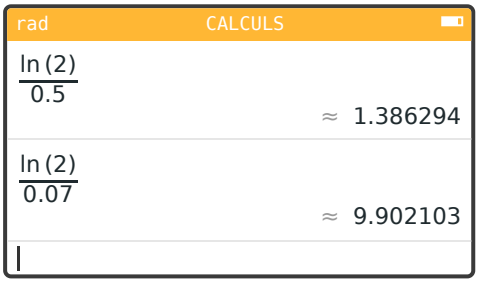
$CDA_{os} = \dfrac{\ln(2)}{0{,}5} = 1{,}4\ \text{cm}$ $\qquad$ $CDA_{poumons} = \dfrac{\ln(2)}{0{,}07} \approx 10\ \text{cm}$

Il faut environ 7 fois plus d'épaisseur de poumon que d'os pour absorber la moitié du rayonnement : l'os absorbe beaucoup plus les rayons X. Derrière un os, le détecteur reçoit peu de rayons : c'est ce contraste qui forme l'image.

$CDA_{os} \approx 1{,}4\ \text{cm}$ et $CDA_{poumons} \approx 10\ \text{cm}$: les os arrêtent bien mieux les rayons X que les poumons.

COMPRENDRE
La lecture sur une échelle non régulière est peu précise : selon le tracé, on accepte des valeurs voisines (par exemple 0,06 à 0,07 pour les poumons). C'est l'ordre de grandeur et la comparaison qui comptent.

À LA CALCULATRICE



3.1 Vérifier par un calcul la taille de l'image UHD-8K donnée dans le tableau.

Données utiles matrice 7680×4320 pixels ; 24 bits par pixel ; 1 octet = 8 bits ; taille annoncée : 100 Mo

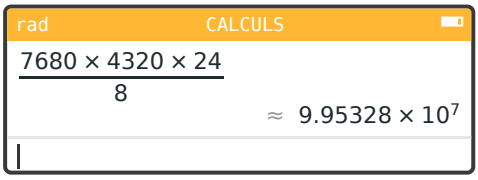
Nombre de pixels : $7680 \times 4320 = 3{,}318 \times 10^7$. Chaque pixel est codé sur 24 bits, soit $\dfrac{24}{8} = 3$ octets.

$$\text{taille} = 7680 \times 4320 \times 3 = 9{,}95 \times 10^7\ \text{octets}$$

Taille $= 99{,}5\ \text{Mo} \approx 100\ \text{Mo}$: la valeur du tableau est vérifiée.

COMPRENDRE
La transmission numérique (codage d'une image, débit binaire) ne figure plus au programme de spécialité de terminale depuis 2021. Les questions de cette partie restent un bon entraînement aux calculs de proportionnalité et aux conversions.

À LA CALCULATRICE



3.2 La transmission d'une image UHD-8K en VDSL dure environ une minute. Montrer que la technologie Gigabit Ethernet est plus adaptée à la téléconsultation.

Données utiles taille : 100 Mo ; débit Gigabit Ethernet : $D = 1000\ \text{Mbit} \cdot \text{s}^{-1}$

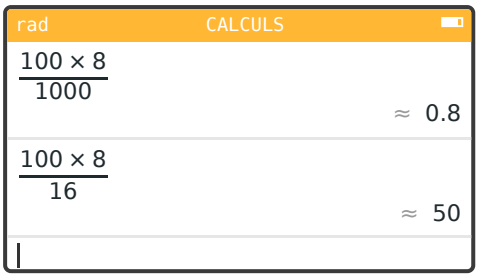
Taille en bits : $N = 100 \times 8 = 800\ \text{Mbit}$.

$$\Delta t = \frac{N}{D} = \frac{800}{1000} = 0{,}80\ \text{s}$$

$\Delta t = 0{,}80\ \text{s}$ en Gigabit Ethernet, contre environ une minute en VDSL : l'image arrive presque instantanément, ce qui convient à une consultation en direct.

PIÈGE
Diviser des mégaoctets par des mégabits par seconde : la taille doit d'abord être convertie en bits (× 8).

À LA CALCULATRICE



3.3 Calculer la durée moyenne de transmission d'un ensemble de 10 dossiers médicaux de 4 Go en VDSL. Commenter.

Données utiles 10 dossiers de 4 Go ; débit VDSL : $D = 16\ \text{Mbit} \cdot \text{s}^{-1}$

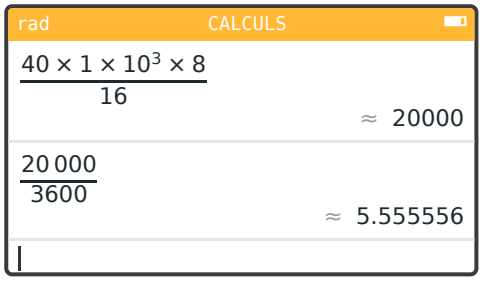
Taille totale : $10 \times 4 = 40\ \text{Go} = 40 \times 10^3\ \text{Mo}$, soit $N = 40 \times 10^3 \times 8 = 3{,}2 \times 10^5\ \text{Mbit}$.

$$\Delta t = \frac{N}{D} = \frac{3{,}2 \times 10^5}{16} = 2{,}0 \times 10^4\ \text{s}$$

Cette durée est beaucoup trop longue pour une téléconsultation : il faut réduire la taille des fichiers.

$\Delta t = 2{,}0 \times 10^4\ \text{s} \approx 5{,}6\ \text{h}$: durée incompatible avec une consultation en direct.

À LA CALCULATRICE



3.4 Proposer un format d'image adapté à la téléconsultation simultanée de 10 dossiers, en précisant le taux de compression choisi.

Données utiles $\Delta t = 2{,}0 \times 10^4$ s sans compression (3.3) ; JPEG-LS : taux de 2 à 8, pertes réversibles ; JPEG standard : taux de 3 à 100, pertes irréversibles

Un diagnostic exige des images fidèles : on écarte le JPEG standard, dont les pertes d'informations sont irréversibles. On retient le JPEG-LS, avec son taux de compression maximal, 8.

La taille, donc la durée de transmission, est divisée par 8 : $\Delta t' = \frac{2{,}0 \times 10^4}{8} = 2{,}5 \times 10^3\ \text{s} \approx 42\ \text{min}$.

Format JPEG-LS avec un taux de compression de 8 : la transmission dure environ 42 min au lieu de 5,6 h.

COMPRENDRE
Toute réponse argumentée est acceptée : un JPEG standard de taux 100 ramènerait la durée à 200 s, mais avec une qualité trop dégradée pour un usage médical.

À LA CALCULATRICE

