Un nanosatellite

Bac S 2020 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1.1 Montrer par un calcul d'écart relatif que l'orbite du satellite peut être considérée comme quasi-circulaire.

Données utiles altitude en P : 395 km ; altitude en A : 402 km ; $R_T = 6\,400$ km

La distance du satellite au centre de la Terre est $r = R_T + h$.

Au point P : $r_P = 6\,400 + 395 = 6\,795$ km. Au point A : $r_A = 6\,400 + 402 = 6\,802$ km.

Écart relatif entre ces deux distances :

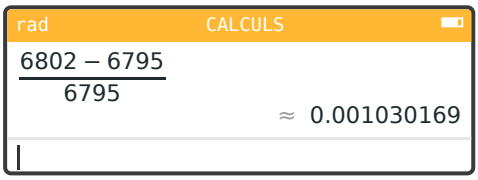
$$\frac{r_A - r_P}{r_P} = \frac{6\,802 - 6\,795}{6\,795} = 1{,}0 \times 10^{-3}$$

L'écart relatif vaut $0{,}10\ \%$: la distance au centre de la Terre est presque constante, l'orbite est quasi-circulaire.

PIÈGE
Comparer les altitudes entre elles ($7/395 \approx 2\ \%$). Un cercle se définit par la distance au centre : il faut ajouter R_T avant de calculer l'écart relatif.

COMPRENDRE
Sur une orbite elliptique, la Terre occupe un foyer. Quand les distances extrêmes r_P et r_A sont presque égales, l'ellipse se confond avec un cercle centré sur la Terre.

À LA CALCULATRICE



1.2 Exprimer la vitesse v du satellite en fonction de sa période de rotation T et du rayon R de l'orbite.

Pendant une période T, le satellite parcourt à vitesse constante un tour complet, soit la circonférence $2\pi R$ de l'orbite.

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

PIÈGE
Ici R désigne le rayon de l'orbite, $R = R_T + h$, et non le rayon de la Terre ni l'altitude.

1.3 Donner l'expression de l'accélération a_N du satellite dans le cas d'un mouvement circulaire.

Dans le repère de Frenet $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$, pour un mouvement circulaire de rayon R :

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_N$$

La composante normale, dirigée vers le centre de la trajectoire, est donc :

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

COMPRENDRE
Même à vitesse constante, l'accélération n'est pas nulle : a_N traduit le changement de direction du vecteur vitesse. Elle est dite centripète.

1.4 À l'aide de la seconde loi de Newton et des réponses précédentes, calculer le nombre de révolutions effectuées par jour par le satellite. Conclure quant à l'approximation d'une orbite circulaire.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ S.I. ; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6\,400$ km ; $h = 400$ km ; valeur annoncée : $15{,}56$ révolutions par jour

Système {satellite}, de masse m ; référentiel géocentrique supposé galiléen. Seule force : l'attraction gravitationnelle de la Terre, dirigée vers son centre :

$$\vec{F} = \frac{G\,m\,M_T}{R^2}\,\vec{u}_N \quad \text{avec } R = R_T + h$$

Seconde loi de Newton : $\vec{F} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M_T}{R^2}\,\vec{u}_N$.

L'accélération n'a pas de composante selon $\vec{u}_T$: $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, le mouvement est uniforme. Selon $\vec{u}_N$, avec la question 1.3 :

$$\frac{v^2}{R} = \frac{G\,M_T}{R^2} \quad \text{soit} \quad v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R}}$$

Avec la question 1.2, $T = \dfrac{2\pi R}{v}$, d'où :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G\,M_T}}$$

$R = 6\,400 + 400 = 6\,800$ km $= 6{,}80 \times 10^6$ m.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(6{,}80\times10^6)^3}{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}}} = 5{,}58\times10^3 \text{ s}$$

Un jour dure $24 \times 3\,600 = 86\,400$ s. Nombre de révolutions par jour :

$$N = \frac{86\,400}{T} = \frac{86\,400}{5{,}58\times10^3} = 15{,}5$$

Écart relatif avec la valeur annoncée : $\dfrac{15{,}56 - 15{,}5}{15{,}56} \approx 0{,}5\ \%$.

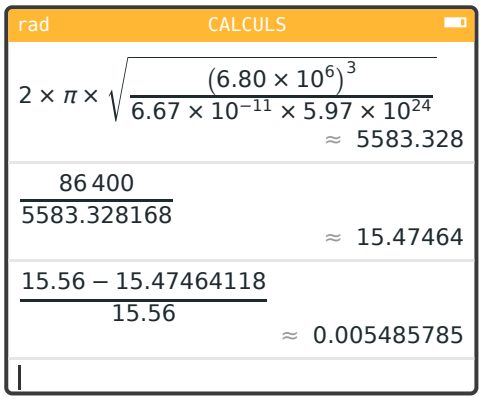
$N = 15{,}5$ révolutions par jour, très proche des $15{,}56$ annoncées (écart d'environ $0{,}5\ \%$) : l'approximation d'une orbite circulaire est validée.

PIÈGE
Laisser R en kilomètres : G est en unités S.I., il faut $R = 6{,}80 \times 10^6$ m. Autre erreur fréquente : utiliser h seul à la place de $R_T + h$.

COMPRENDRE
Les données ont trois chiffres significatifs : on écrit $15{,}5$. La masse m du satellite se simplifie : la période ne dépend que du rayon de l'orbite et de la masse de la Terre.

MÉTHODE
Satellite en orbite circulaire : 1) seconde loi de Newton avec la force de gravitation ; 2) identification avec l'accélération dans le repère de Frenet ; 3) v, puis $T = 2\pi R/v$.

À LA CALCULATRICE



2.1 Expliquer pourquoi il est nécessaire que les mesures du taux d'oxygène atomique de la thermosphère soient réalisées depuis un satellite.

Données utiles mesures par spectroscopie dans l'U.V. lointain ($\lambda < 200$ nm) ; graphique de l'opacité de l'atmosphère

Les mesures utilisent des rayonnements ultraviolets de longueur d'onde inférieure à 200 nm.

D'après le graphique, pour ces longueurs d'onde, l'opacité de l'atmosphère est de $100\ \%$: ces rayonnements sont entièrement arrêtés dans la haute atmosphère et ne parviennent pas au sol.

Un instrument placé au sol ne recevrait aucun de ces U.V. : la mesure doit se faire au-dessus des couches absorbantes, donc depuis un satellite situé dans la thermosphère.

MÉTHODE
Question « expliquer à partir d'un document » : citer la grandeur lue (ici l'opacité de $100\ \%$ pour $\lambda < 200$ nm), puis en tirer la conséquence pour la situation étudiée.

2.2 Justifier le choix des fréquences utilisées pour communiquer avec le satellite depuis la Terre.

Données utiles $f_1 = 436$ MHz ; $f_2 = 146$ MHz ; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} ; graphique de l'opacité de l'atmosphère

Le graphique est gradué en longueur d'onde : $\lambda = \dfrac{c}{f}$.

$$\lambda_1 = \frac{3{,}00 \times 10^8}{436 \times 10^6} = 0{,}688 \text{ m} \qquad \lambda_2 = \frac{3{,}00 \times 10^8}{146 \times 10^6} = 2{,}05 \text{ m}$$

Ces deux longueurs d'onde sont comprises entre 10 cm et 10 m, domaine où l'opacité de l'atmosphère est de 0 %.

$\lambda_1 = 0{,}688$ m et $\lambda_2 = 2{,}05$ m : à ces fréquences l'atmosphère est transparente, les ondes radio la traversent sans être absorbées et la communication entre le sol et le satellite est possible.

PIÈGE
Oublier de convertir les mégahertz : 1 MHz = 10^6 Hz. Sans le calcul des longueurs d'onde, la lecture du graphique n'est pas justifiée.

COMPRENDRE
L'axe des longueurs d'onde est logarithmique : chaque graduation multiplie par dix. Au-delà d'une dizaine de mètres, l'opacité remonte à 100 % : ces ondes radio ne traversent plus l'atmosphère.

À LA CALCULATRICE

