Etude d'une pile au laboratoire

Bac 2021 Métropole Septembre Sujet 2 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Rédiger le protocole expérimental précis permettant de préparer 50,0 mL de la solution S à partir du sulfate d'aluminium en poudre.

Données utiles $C = 0{,}100\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V = 50{,}0\ \text{mL}$; $M(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3) = 342{,}15\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse de soluté à dissoudre : $m = n \times M = C \times V \times M$

$m = 0{,}100 \times 50{,}0 \times 10^{-3} \times 342{,}15 = 1{,}71\ \text{g}$

Protocole :

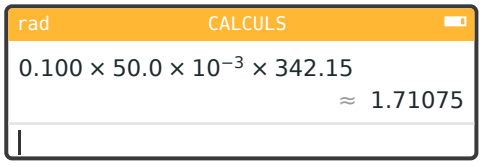
- placer une coupelle sur une balance au centigramme, tarer, puis peser $1{,}71$ g de sulfate d'aluminium ;
- introduire le solide dans une fiole jaugée de $50{,}0$ mL avec un entonnoir, rincer la coupelle et l'entonnoir à l'eau distillée en récupérant l'eau de rinçage dans la fiole ;
- remplir la fiole aux deux tiers environ d'eau distillée, boucher, agiter jusqu'à dissolution complète ;
- compléter à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge (bas du ménisque), boucher et homogénéiser.

Dissoudre $m = 1{,}71$ g de sulfate d'aluminium dans une fiole jaugée de $50{,}0$ mL.

PIÈGE
Un protocole « précis » nomme la verrerie avec sa contenance (fiole jaugée de 50,0 mL) et donne la masse calculée. Un bécher ou une éprouvette graduée ne donne pas un volume assez exact.

COMPRENDRE
Les données C et V ont trois chiffres significatifs : la masse s'écrit avec trois chiffres, soit $1{,}71$ g, ce qui correspond à une balance au centième de gramme.

À LA CALCULATRICE



2 Calculer les concentrations en quantité de matière des ions aluminium Al^{3+} et des ions sulfate $\text{SO}_4{}^{2-}$ dans la solution S.

Données utiles $C = 0{,}100\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Équation de la dissolution : $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3\,(\text{s}) \longrightarrow 2\,\text{Al}^{3+}\,(\text{aq}) + 3\,\text{SO}_4{}^{2-}\,(\text{aq})$

Une mole de soluté apporté libère 2 moles d'ions aluminium et 3 moles d'ions sulfate, dans le même volume de solution :

$[\text{Al}^{3+}] = 2\,C = 2 \times 0{,}100 = 0{,}200\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$[\text{SO}_4{}^{2-}] = 3\,C = 3 \times 0{,}100 = 0{,}300\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$[\text{Al}^{3+}] = 0{,}200\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $[\text{SO}_4{}^{2-}] = 0{,}300\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

MÉTHODE
Vérifier l'électroneutralité de la solution : $3 \times 0{,}200 = 2 \times 0{,}300 = 0{,}600\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ de charges positives et négatives. Si l'égalité est fausse, un coefficient a été oublié.

3 Déterminer le pôle positif de la pile à l'aide du montage expérimental de la figure 1.

Données utiles borne COM sur la plaque d'aluminium ; $U = 0{,}92$ V

Un voltmètre affiche la différence de potentiel entre sa borne V et sa borne COM. La borne COM est sur l'aluminium, donc la borne V est sur le cuivre :

$U = V_{\text{Cu}} - V_{\text{Al}} = 0{,}92\ \text{V} > 0$, donc $V_{\text{Cu}} > V_{\text{Al}}$.

Le pôle positif est l'électrode dont le potentiel est le plus élevé.

Le pôle positif est la plaque de cuivre ; la plaque d'aluminium est le pôle négatif.

PIÈGE
Répondre « le cuivre » sans s'appuyer sur le signe de la tension et sur la position de la borne COM ne rapporte pas les points : la question demande d'exploiter le montage.

4 Compléter le schéma de l'annexe en indiquant la polarité de la pile, le sens du courant électrique et le sens de circulation des porteurs de charge dans la pile et à l'extérieur de la pile.

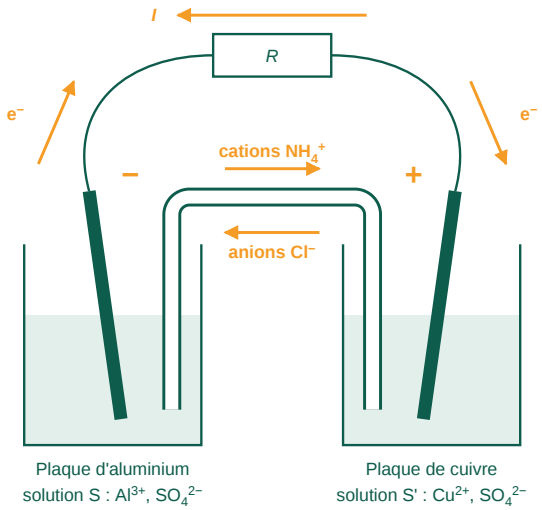
À l'extérieur de la pile, le courant d'intensité I sort par le pôle positif (cuivre), traverse le conducteur ohmique et rentre par le pôle négatif (aluminium). Les porteurs de charge y sont les électrons, qui circulent en sens inverse du courant : de l'aluminium vers le cuivre.

Dans la pile (solutions et pont salin), les porteurs de charge sont les ions : les cations (NH_4^+, Cu^{2+}, Al^{3+}) migrent vers la plaque de cuivre, les anions (Cl^-, SO_4^{2-}) vers la plaque d'aluminium.

Courant : du cuivre (+) vers l'aluminium (−) dans le circuit extérieur ; électrons en sens inverse ; cations vers le cuivre, anions vers l'aluminium.

PIÈGE
Dessiner des électrons dans les solutions ou dans le pont salin. Les électrons ne circulent que dans les métaux et les fils ; en solution, seuls les ions se déplacent.

COMPRENDRE
Du côté du cuivre, des ions Cu^{2+} disparaissent : des cations arrivent pour compenser. Du côté de l'aluminium, des ions Al^{3+} apparaissent : des anions arrivent. Chaque solution reste ainsi électriquement neutre.



4 · Annexe complétée : polarité, courant et porteurs de charge (en orange)

5 Établir les équations modélisant les réactions aux électrodes lors du fonctionnement de la pile, puis en déduire l'équation de la réaction de fonctionnement donnée par le sujet.

Données utiles couples $Cu^{2+}(aq)$ / $Cu(s)$ et $Al^{3+}(aq)$ / $Al(s)$; polarité (Q3)

Les électrons quittent la pile par son pôle négatif : l'aluminium cède des électrons, il est oxydé.

Plaque d'aluminium (oxydation) : $Al(s) = Al^{3+}(aq) + 3\,e^-$

Les électrons arrivent sur la plaque de cuivre, où ils sont captés par les ions cuivre(II), qui sont réduits.

Plaque de cuivre (réduction) : $Cu^{2+}(aq) + 2\,e^- = Cu(s)$

Le nombre d'électrons cédés est égal au nombre d'électrons captés : on multiplie la première demi-équation par 2 et la seconde par 3 (6 électrons échangés), puis on additionne.

$3\,Cu^{2+}(aq) + 2\,Al(s) \rightleftharpoons 3\,Cu(s) + 2\,Al^{3+}(aq)$: c'est l'équation attendue.

MÉTHODE
Chercher le plus petit multiple commun des nombres d'électrons des deux demi-équations (ici 6), puis vérifier dans le bilan la conservation des éléments et des charges : $3 \times 2 = 2 \times 3 = 6$ charges positives de chaque côté.

6 Montrer que la valeur initiale du quotient de réaction du système vaut $Q_r = 40$. Conclure quant à l'évolution du système.

Données utiles $[Al^{3+}]_i = 0{,}200\ mol \cdot L^{-1}$ (Q2) ; $[Cu^{2+}]_i = C = 0{,}100\ mol \cdot L^{-1}$; $K \approx 10^{200}$

Les solides n'apparaissent pas dans le quotient de réaction. Avec $c^\circ = 1\ mol \cdot L^{-1}$:

$$Q_{r,i} = \frac{\left(\frac{[Al^{3+}]_i}{c^\circ}\right)^2}{\left(\frac{[Cu^{2+}]_i}{c^\circ}\right)^3} = \frac{0{,}200^2}{0{,}100^3} = 40{,}0$$

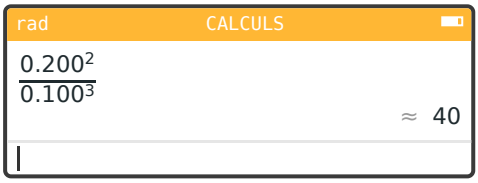
$Q_{r,i} = 40 < K \approx 10^{200}$: le système n'est pas à l'équilibre et évolue spontanément dans le sens direct de l'équation, celui de la consommation des ions Cu^{2+} et de l'aluminium.

$Q_{r,i} = 40{,}0$, valeur attendue (40) ; $Q_{r,i} < K$: évolution dans le sens direct.

PIÈGE
Prendre $[Al^{3+}]_i = C$ au lieu de $2\,C$: on trouve alors 10 et non 40. Ne pas oublier non plus les exposants, égaux aux nombres stœchiométriques.

COMPRENDRE
K est gigantesque : la transformation est totale. Elle ne s'arrête pas à un équilibre mais à l'épuisement du réactif limitant, ce qui justifie la question suivante.

À LA CALCULATRICE



7.1 Déterminer quel est le réactif limitant.

Données utiles $m(Al) = 19{,}2\ g$; $M(Al) = 27{,}0\ g \cdot mol^{-1}$; $C = 0{,}100\ mol \cdot L^{-1}$; $V = 50{,}0\ mL$

Quantités initiales des réactifs :

$$n_0(Al) = \frac{m}{M} = \frac{19{,}2}{27{,}0} = 0{,}711\ mol$$

$$n_0(Cu^{2+}) = C \times V = 0{,}100 \times 50{,}0 \times 10^{-3} = 5{,}00 \times 10^{-3}\ mol$$

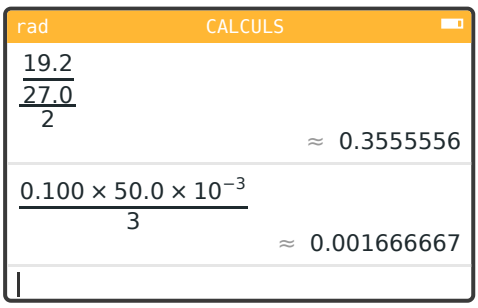
On compare ces quantités divisées par les nombres stœchiométriques :

$$\frac{n_0(Al)}{2} = 0{,}356\ mol \qquad \frac{n_0(Cu^{2+})}{3} = 1{,}67 \times 10^{-3}\ mol$$

$\frac{n_0(Cu^{2+})}{3} < \frac{n_0(Al)}{2}$: le réactif limitant est l'ion cuivre(II) Cu^{2+}.

PIÈGE
Comparer directement $n_0(Al)$ et $n_0(Cu^{2+})$ sans diviser par 2 et par 3. La conclusion est la même ici, mais le raisonnement n'est pas valable.

À LA CALCULATRICE



7.2 Déterminer la capacité électrique Q de la pile du laboratoire, puis la comparer à celle des piles commerciales de type « AA ».

Données utiles $n_0(\mathrm{Cu^{2+}}) = 5{,}00 \times 10^{-3}$ mol (Q7.1) ; $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$; $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C ; pile AA : 2800 mAh ; 1 mAh = 3,60 C

La capacité est la charge totale que la pile peut faire circuler, jusqu'à épuisement des ions $\mathrm{Cu^{2+}}$.

D'après $\mathrm{Cu^{2+}(aq) + 2\,e^- = Cu(s)}$, chaque ion cuivre(II) consommé correspond à 2 électrons échangés : $n(\mathrm{e^-}) = 2\,n_0(\mathrm{Cu^{2+}})$.

$Q = n(\mathrm{e^-}) \times N_A \times e = 2\,n_0(\mathrm{Cu^{2+}}) \times N_A \times e$

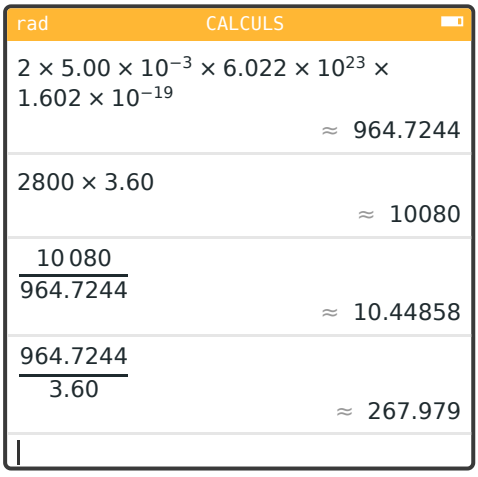
$Q = 2 \times 5{,}00 \times 10^{-3} \times 6{,}022 \times 10^{23} \times 1{,}602 \times 10^{-19} = 965$ C

Pile AA : $Q_{AA} = 2800 \times 3{,}60 = 1{,}01 \times 10^4$ C, d'où $\dfrac{Q_{AA}}{Q} = \dfrac{1{,}01 \times 10^4}{965} \approx 10$.

$Q = 965$ C (soit 268 mAh) : la capacité de la pile du laboratoire est environ 10 fois plus faible que celle d'une pile AA.

PIÈGE
Oublier le facteur 2 (deux électrons par ion $\mathrm{Cu^{2+}}$) ou utiliser le 6 de l'équation bilan sans le rapporter aux 3 ions $\mathrm{Cu^{2+}}$. Comparer aussi dans la même unité : tout en coulombs ou tout en mAh.

À LA CALCULATRICE



8 Identifier un paramètre de la composition de la pile de laboratoire à faire évoluer pour augmenter sa capacité électrique, en précisant comment il doit évoluer. Justifier.

La capacité $Q = 2\,C \times V \times N_A \times e$ est proportionnelle à la quantité initiale du réactif limitant, l'ion $\mathrm{Cu^{2+}}$.

Il faut donc augmenter cette quantité : augmenter la concentration C de la solution de sulfate de cuivre (ou son volume). L'aluminium étant en large excès, augmenter sa masse ne changerait rien.

Augmenter la concentration (ou le volume) de la solution de sulfate de cuivre : Q est proportionnelle à $n_0(\mathrm{Cu^{2+}})$.

COMPRENDRE
L'aluminium reste en excès tant que $n_0(\mathrm{Cu^{2+}}) < 1{,}07$ mol, soit plus de 200 fois la quantité actuelle : la marge de progression est grande.