Vol d'une montgolfière

Bac 2021 Métropole Septembre Sujet 2 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

1.1.1 À l'aide de l'équation d'état du gaz parfait, exprimer la masse volumique ρ_{int} de l'air contenu dans le ballon en fonction de p, M_{air}, R et T.

Équation d'état du gaz parfait pour l'air du ballon : $p\,V = n\,R\,T$.

La quantité de matière d'air s'écrit $n = \dfrac{m_{\text{air}}}{M_{\text{air}}}$ et, par définition, $\rho_{\text{int}} = \dfrac{m_{\text{air}}}{V}$, donc $n = \dfrac{\rho_{\text{int}}\,V}{M_{\text{air}}}$.

On remplace : $p\,V = \dfrac{\rho_{\text{int}}\,V}{M_{\text{air}}}\,R\,T$, puis on simplifie par V.

$$\boxed{\rho_{\text{int}} = \frac{p\,M_{\text{air}}}{R\,T}}$$

COMPRENDRE
À pression fixée, ρ_{int} diminue quand T augmente : l'air chaud est moins dense que l'air froid. C'est tout le principe de la montgolfière.

1.1.2 Montrer que la masse volumique ρ_{int} de l'air du ballon, à 1,5 km d'altitude et à 373 K, est de l'ordre de $0{,}8\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Données utiles figure 1 ; $M_{\text{air}} = 29{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $R = 8{,}314\ \text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; $T = 373\ \text{K}$

Lecture de la figure 1 à l'altitude 1500 m : $p = 8{,}5 \times 10^4$ Pa (pression intérieure égale à la pression extérieure).

Avec $M_{\text{air}} = 29{,}0 \times 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$:

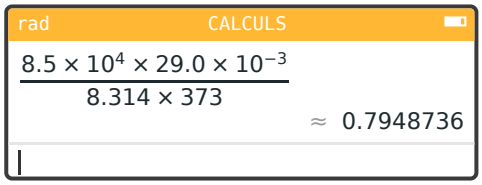
$$\rho_{\text{int}} = \frac{p\,M_{\text{air}}}{R\,T} = \frac{8{,}5 \times 10^4 \times 29{,}0 \times 10^{-3}}{8{,}314 \times 373} = 0{,}79\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

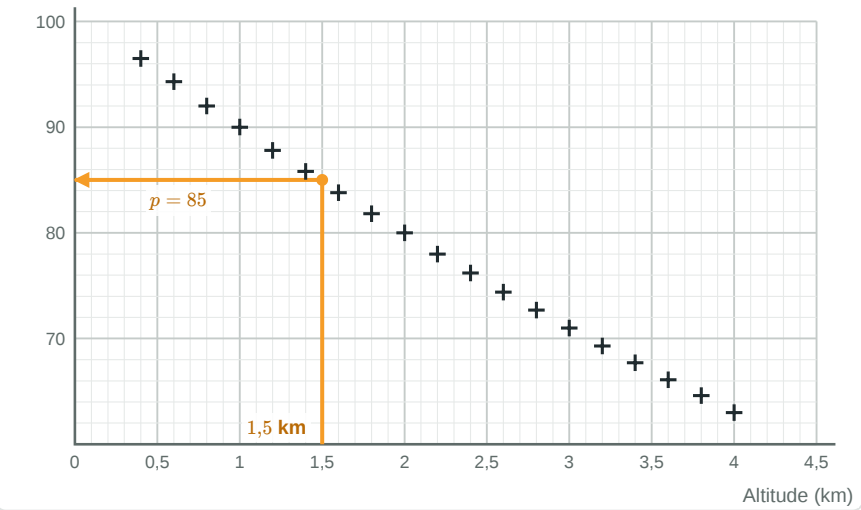
$\rho_{\text{int}} = 0{,}79\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, bien de l'ordre de $0{,}8\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

PIÈGE
Laisser M_{air} en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$: on obtient alors des $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$, soit un résultat mille fois trop grand.

COMPRENDRE
La pression est lue sur un graphique avec deux chiffres significatifs : le résultat n'en garde que deux, même si les autres données en ont trois ou quatre.

À LA CALCULATRICE





1.1.2 · Figure 1 du sujet : lecture de la pression à 1500 m

1.2.1 Représenter, sans souci d'échelle, les deux forces qui s'exercent sur la montgolfière immobile dans le référentiel terrestre, avec le système d'axes de la figure 2. Justifier.

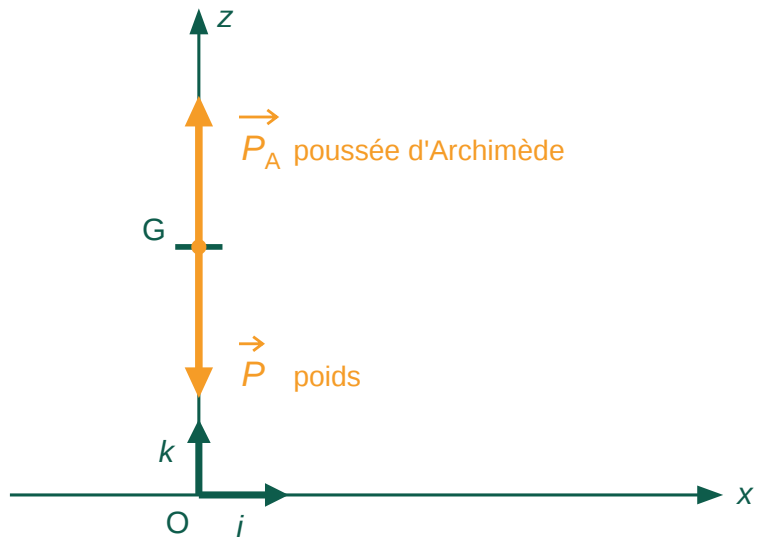
Système {montgolfière}, référentiel terrestre supposé galiléen. Deux forces s'exercent sur lui :

- le poids $\overrightarrow{P}$, vertical, dirigé vers le bas ;
- la poussée d'Archimède $\overrightarrow{P_A}$, verticale, dirigée vers le haut (selon $+\vec{k}$).

La montgolfière est immobile : d'après le principe d'inertie, les forces se compensent.

$\overrightarrow{P} + \overrightarrow{P_A} = \vec{0}$: deux flèches verticales de sens opposés et de même longueur, tracées à partir de G.

PIÈGE
« Sans souci d'échelle » ne dispense pas de tracer deux flèches de même longueur : des longueurs différentes contredisent l'immobilité.



1.2.1 · Figure 2 complétée : les deux forces, appliquées en G, se compensent

1.2.2 Donner l'expression vectorielle du poids $\overrightarrow{P}$ de la montgolfière.

Le poids a pour norme $m\,g$; il est vertical et dirigé vers le bas, donc de sens opposé à $\vec{k}$.

$\overrightarrow{P} = -m\,g\,\vec{k}$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : l'axe (Oz) est orienté vers le haut.

1.2.3 Établir l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède $\overrightarrow{P_A}$ en fonction de g, m et $\vec{k}$.

La montgolfière est immobile dans un référentiel galiléen : $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{P_A} = \vec{0}$, donc $\overrightarrow{P_A} = -\overrightarrow{P}$.

$\overrightarrow{P_A} = m\,g\,\vec{k}$

1.2.4 En déduire la masse totale embarquée dans la nacelle à cette altitude. Commenter.

Données utiles $\rho_{ext} = 1{,}06\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $\rho_{int} = 0{,}80\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $V = 2\,200\ \text{m}^3$; $S = 847\ \text{m}^2$; $\varphi_{nylon} = 65\ \text{g}\cdot\text{m}^{-2}$; $m_{nacelle} = 56\ \text{kg}$

Les deux expressions de la poussée d'Archimède sont égales : $\rho_{ext}\, V\, g\, \vec{k} = m\, g\, \vec{k}$, donc la masse totale du système est

$$m = \rho_{ext}\, V = 1{,}06 \times 2\,200 = 2{,}33 \times 10^3\ \text{kg}$$

Cette masse totale comprend :

- l'air chaud du ballon : $m_{air} = \rho_{int}\, V = 0{,}80 \times 2\,200 = 1{,}76 \times 10^3$ kg ;
- l'enveloppe : $m_{env} = \varphi_{nylon}\, S = 65 \times 10^{-3} \times 847 = 55$ kg ;
- la nacelle : 56 kg ;
- la masse embarquée m_{emb} (bonbonnes et passagers).

$$m_{emb} = m - m_{air} - m_{env} - m_{nacelle} = 2\,332 - 1\,760 - 55 - 56 = 461\ \text{kg}$$

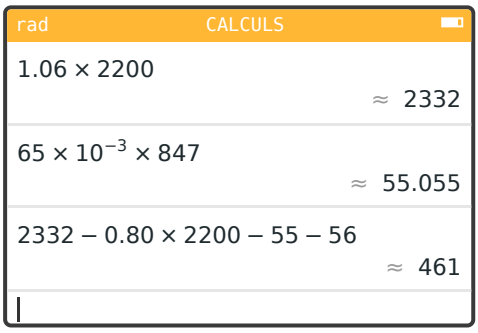
Commentaire : les quatre bonbonnes pèsent $4 \times 40 = 160$ kg. Il reste environ 300 kg pour trois personnes, soit 100 kg chacune : la charge prévue par le constructeur peut être emportée, sans grande marge.

$m_{emb} \approx 4{,}6 \times 10^2$ kg : de quoi embarquer les quatre bonbonnes (160 kg) et trois passagers.

PIÈGE
S'arrêter à $m = 2{,}33 \times 10^3$ kg : c'est la masse de tout le système, dont l'air chaud du ballon (1760 kg) fait partie. La question porte sur ce que la nacelle emporte.

MÉTHODE
Question ouverte : 1) équilibre pour obtenir la masse totale ; 2) inventaire de tout ce qui compose le système ; 3) soustraction ; 4) comparaison avec les informations du texte pour commenter.

À LA CALCULATRICE



2.1 Nommer les trois modes de transferts thermiques et les caractériser qualitativement.

- **Conduction** : l'énergie se transmet de proche en proche dans la matière, sans déplacement d'ensemble de celle-ci. Elle domine dans les solides.
- **Convection** : l'énergie est transportée par un mouvement d'ensemble de la matière. Elle concerne les fluides (liquides et gaz).
- **Rayonnement** : l'énergie est transportée par des ondes électromagnétiques, émises ou absorbées par la matière. Il ne nécessite aucun milieu matériel et se produit même dans le vide.

Conduction (sans transport de matière), convection (avec transport de matière, dans un fluide), rayonnement (possible dans le vide).

2.2 À l'aide de la figure 3, établir une relation littérale entre les flux thermiques lorsque la montgolfière est à l'équilibre thermique.

Système {ballon}. D'après le sens des flèches de la figure 3, tous les flux étant comptés positivement :

- flux reçus : $P_{\text{ray reçu}}$ et P_{comb} ;
- flux cédés : P_r, Φ et $P_{\text{ouverture}}$.

En régime stationnaire, l'énergie du système ne varie pas : le flux total reçu est égal au flux total cédé.

$$P_{\text{ray reçu}} + P_{\text{comb}} = P_r + \Phi + P_{\text{ouverture}}$$

COMPRENDRE
On peut aussi écrire une somme algébrique nulle, en comptant négativement les flux cédés. Il faut alors garder cette convention de signe jusqu'à la question 2.5.

2.3 Calculer le flux thermique par rayonnement P_r émis par l'enveloppe vers le milieu extérieur.

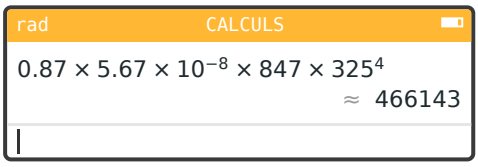
Données utiles $\varepsilon = 0{,}87$; $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}$ W · m^{-2} · K^{-4} ; $S = 847$ m^2 ; $T = 325$ K

$$P_r = \varepsilon\,\sigma\,S\,T^4 = 0{,}87 \times 5{,}67 \times 10^{-8} \times 847 \times 325^4$$

$$P_r = 4{,}7 \times 10^5 \text{ W}$$

PIÈGE
Oublier la puissance 4, ou prendre la température de l'air intérieur (373 K) au lieu de celle de l'enveloppe (325 K).

À LA CALCULATRICE



2.4 Calculer le flux conducto-convectif Φ.

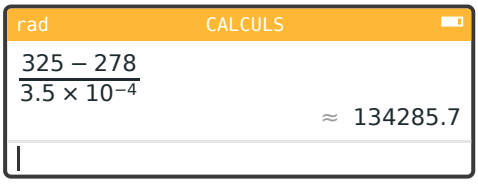
Données utiles $T = 325$ K ; $T_{\text{ext}} = 278$ K ; $R_{\text{th}} = 3{,}5 \times 10^{-4}$ K · W^{-1}

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R_{\text{th}}} = \frac{T - T_{\text{ext}}}{R_{\text{th}}} = \frac{325 - 278}{3{,}5 \times 10^{-4}}$$

$$\Phi = 1{,}3 \times 10^5 \text{ W}$$

COMPRENDRE
Le transfert se fait de l'enveloppe (chaude) vers l'air extérieur (froid). Avec la convention algébrique, on écrirait $\Phi = -1{,}3 \times 10^5$ W pour le système.

À LA CALCULATRICE



2.5 En déduire que le flux thermique P_{comb} associé à la combustion du propane en régime de croisière est de l'ordre de 4×10^5 W.

Données utiles $P_{\text{ray reçu}} = 1{,}9 \times 10^5$ W ; $P_{\text{ouverture}} = 1{,}8 \times 10^4$ W ; P_r (2.3) ; Φ (2.4)

D'après le bilan de la question 2.2 : $P_{\text{comb}} = P_r + \Phi + P_{\text{ouverture}} - P_{\text{ray reçu}}$

$$P_{\text{comb}} = 4{,}66 \times 10^5 + 1{,}34 \times 10^5 + 1{,}8 \times 10^4 - 1{,}9 \times 10^5 = 4{,}3 \times 10^5 \text{ W}$$

$P_{\text{comb}} = 4{,}3 \times 10^5$ W, bien de l'ordre de 4×10^5 W.

PIÈGE
$P_{\text{ouverture}}$ est en 10^4 W et non en 10^5 W : une addition faite trop vite donne un résultat faux.

MÉTHODE
Dans un calcul en chaîne, on reprend les valeurs non arrondies des questions précédentes et on n'arrondit qu'à la fin.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$466\,143 + 134\,286 + 1.8 \times 10^4 - 1.9 \times 10^5$

$\approx$ 428429

2.6 Montrer que le flux thermique associé à la combustion du propane lorsque le brûleur fonctionne est de l'ordre de 3×10^6 W.

Données utiles $E_{\text{comb}} = 46{,}4\ \text{MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; 68 g de propane brûlés par seconde

En une durée $\Delta t = 1{,}0$ s, le brûleur consomme $m_{\text{prop}} = 68 \times 10^{-3}$ kg de propane, ce qui libère l'énergie $E = m_{\text{prop}}\, E_{\text{comb}}$.

Le flux thermique est l'énergie libérée par unité de temps :

$$P'_{\text{comb}} = \frac{m_{\text{prop}}\, E_{\text{comb}}}{\Delta t} = \frac{68 \times 10^{-3} \times 46{,}4 \times 10^6}{1{,}0} = 3{,}2 \times 10^6\ \text{W}$$

$P'_{\text{comb}} = 3{,}2 \times 10^6$ W, bien de l'ordre de 3×10^6 W.

PIÈGE
Deux conversions à faire : 68 g $= 68 \times 10^{-3}$ kg et 46,4 MJ $= 46{,}4 \times 10^6$ J.

COMPRENDRE
Ce flux est environ sept fois plus grand que le flux moyen nécessaire (2.5) : le brûleur n'a donc besoin de fonctionner qu'une petite fraction du temps.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{68 \times 10^{-3} \times 46.4 \times 10^6}{1.0}$$

$\approx$ 3155200

2.7 Dans les conditions de l'étude, déterminer la durée maximale de vol possible avec le propane embarqué. Commenter.

Données utiles figure 4 ; quatre bonbonnes de 20 kg de propane ; 68 g de propane brûlés par seconde

Lecture de la figure 4 : le brûleur fonctionne de 17,8 s à 20 s, soit pendant $\tau \approx 2{,}2$ s, et ce cycle se répète avec la période $T_{\text{brûleur}} = 20$ s.

Masse de propane brûlée par cycle : $m_{\text{cycle}} = 68 \times 10^{-3} \times 2{,}2 = 0{,}15$ kg.

Masse de propane embarquée : $m_{\text{tot}} = 4 \times 20 = 80$ kg.

Nombre de cycles possibles : $N = \dfrac{m_{\text{tot}}}{m_{\text{cycle}}}$, d'où la durée maximale de vol :

$$\Delta t_{\max} = N\,T_{\text{brûleur}} = \frac{80}{68 \times 10^{-3} \times 2{,}2} \times 20 = 1{,}1 \times 10^{4}\ \text{s} \approx 3{,}0\ \text{h}$$

Commentaire : cette autonomie vaut environ trois fois la durée moyenne d'une sortie (une heure). La réserve de propane laisse donc une marge de sécurité confortable, utile puisque le lieu et le moment de l'atterrissage ne sont pas connus à l'avance.

$\Delta t_{\max} \approx 3$ h, soit trois fois la durée moyenne d'un vol.

PIÈGE
Diviser 80 kg par 68 $\text{g} \cdot \text{s}^{-1}$ donne 20 min : c'est la durée de fonctionnement continu du brûleur, pas la durée du vol.

COMPRENDRE
La lecture de τ est délicate. Avec $\tau = 2{,}0$ s, on trouve 3,3 h : la conclusion ne change pas, et une lecture soignée et annoncée est acceptée.

COMPRENDRE
Autre démarche possible : énergie disponible $80 \times 46{,}4 \times 10^{6}$ J divisée par le flux moyen $4{,}3 \times 10^{5}$ W (2.5), soit 2,4 h. Même ordre de grandeur.

À LA CALCULATRICE

