Corrigé complet — Bac 2021 Asie Sujet 2

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**L'urée et la synthèse de l'acide barbiturique** Groupes caractéristiques · Rendement d'une synthèse · Titrage pH-métrique · Temps de demi-réaction · Loi de vitesse d'ordre 1 · Catalyse	10 pts	1 h 45	21 questions	p. 2
Ex 2	**Cave à vin** Premier principe de la thermodynamique · Flux thermique · Loi de Newton · Équation différentielle du premier ordre · Niveau d'intensité sonore · Atténuation	5 pts	53 min	8 questions	p. 9
Ex 3	**Water bottle flip** Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Deuxième loi de Newton · Équations horaires · Chronophotographie et vitesse · Langage Python · Confrontation modèle-expérience	5 pts	53 min	10 questions	p. 12
Ex 4	**Une lunette d'amateur pour voir des étoiles doubles** Lunette astronomique afocale · Lentille mince convergente · Construction d'une image intermédiaire · Diamètre apparent · Grossissement · Pouvoir séparateur de l'œil	5 pts	53 min	11 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

L'urée et la synthèse de l'acide barbiturique

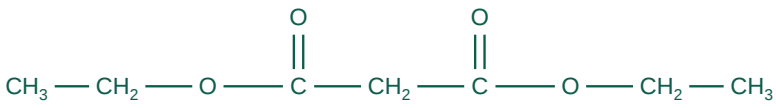
Bac 2021 Asie Sujet 2 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

1 Écrire la formule semi-développée du malonate de diéthyle.

Chaque sommet ou extrémité de la formule topologique est un atome de carbone, complété par des H jusqu'à quatre liaisons.

$CH_3-CH_2-O-CO-CH_2-CO-O-CH_2-CH_3$, développée sur la figure.

COMPRENDRE
Vérification par la formule brute : 7 C, $3+2+2+2+3=12$ H et 4 O, soit $C_7H_{12}O_4$ comme dans l'équation de la réaction 1.



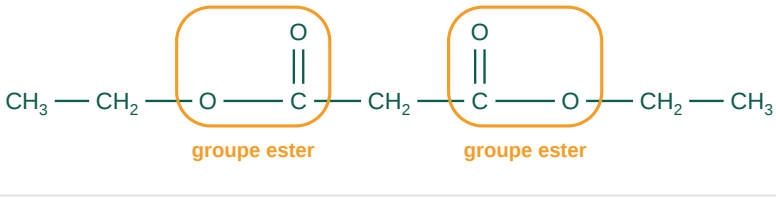
1 · Formule semi-développée du malonate de diéthyle

2 Entourer le ou les groupes caractéristiques du malonate de diéthyle et citer la ou les familles fonctionnelles correspondantes.

La molécule porte deux fois le même groupe caractéristique $-CO-O-C$, entouré sur la figure.

Deux groupes **ester** : la molécule appartient à la famille des **esters**.

PIÈGE
Entourer seulement $C=O$: ce serait un groupe carbonyle (aldéhyde ou cétone). Dans un ester, le carbone doublement lié à O porte aussi un O lié à un autre carbone.



2 · Les deux groupes caractéristiques, entourés en orange

3 Indiquer les deux intérêts du chauffage à reflux dans cette synthèse.

- Chauffer accélère la transformation : la température est un facteur cinétique.
- Le réfrigérant condense les vapeurs, qui retombent dans le ballon : on chauffe à l'ébullition sans perdre de réactifs, de produits ni de solvant.

Le chauffage à reflux accélère la synthèse sans perte de matière.

4 Justifier l'apparition de cristaux d'acide barbiturique lors de l'étape (c).

Données utiles $pK_A(\text{HA}/\text{A}^-) = 4{,}08$; HA beaucoup moins soluble dans l'eau à froid qu'à chaud ; A^- soluble dans l'eau

Le milieu réactionnel est fortement basique : $pH > pK_A$, l'espèce prédominante est la base A^-, ionique et soluble.

L'ajout d'acide chlorhydrique concentré rend le milieu très acide : $pH < pK_A = 4{,}08$, c'est maintenant l'acide HA qui prédomine.

Or HA est peu soluble dans l'eau froide : à 5 °C, il ne peut pas rester dissous.

Acidification (A^- devient HA) puis refroidissement (HA peu soluble à froid) : HA cristallise.

MÉTHODE
Pour une espèce acide ou basique, toujours raisonner en deux temps : quelle forme prédomine au pH du milieu (comparaison avec le pK_A), puis quelle est la solubilité de cette forme.

5 Montrer que l'urée est le réactif limitant de la synthèse.

Données utiles $n(\text{urée}) = 0{,}025$ mol ; malonate de diéthyle : $V = 6{,}5$ mL, $\rho = 1{,}05\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$, $M = 160{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Quantité initiale de malonate de diéthyle :

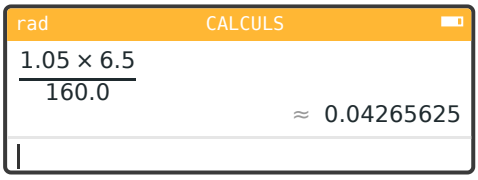
$$n(\text{mal}) = \frac{\rho \times V}{M} = \frac{1{,}05 \times 6{,}5}{160{,}0} = 4{,}3 \times 10^{-2}\ \text{mol}$$

Les nombres stœchiométriques des deux réactifs valent 1 : on compare directement les quantités.

$n(\text{urée}) = 2{,}5 \times 10^{-2}\ \text{mol} < n(\text{mal}) = 4{,}3 \times 10^{-2}\ \text{mol}$: l'urée est le réactif limitant.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme le volume $6{,}5$ mL, la donnée la moins précise. L'éthanol est le solvant et le sodium sert à rendre le milieu basique : ils n'entrent pas dans la comparaison.

À LA CALCULATRICE



6 Déterminer la masse théorique m_{bth} d'acide barbiturique que l'on pourrait obtenir si la synthèse était totale.

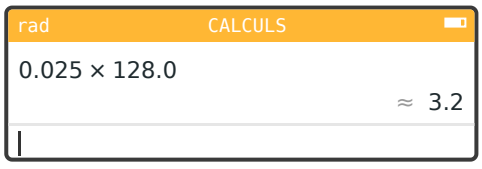
Données utiles $n(\text{urée}) = 0{,}025$ mol, réactif limitant (Q5) ; $M(\text{HA}) = 128{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Si la transformation est totale, l'urée est entièrement consommée et une mole d'urée donne une mole d'acide barbiturique : $n_{\max}(\text{HA}) = n(\text{urée})$.

$$m_{bth} = n(\text{urée}) \times M(\text{HA}) = 0{,}025 \times 128{,}0$$

$m_{bth} = 3{,}2$ g

À LA CALCULATRICE



7 Exprimer puis calculer le rendement η de cette synthèse. Expliquer pourquoi il est inférieur à 100 % et proposer une stratégie pour l'augmenter.

Données utiles $m_b = 2{,}6$ g ; $m_{bth} = 3{,}2$ g (Q6)

$$\eta = \frac{m_b}{m_{bth}} = \frac{2{,}6}{3{,}2} = 0{,}81$$

Explications possibles :

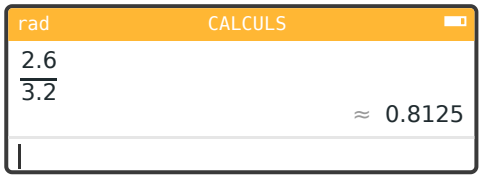
- pertes à chaque manipulation (transferts, deux filtrations, rinçages) ;
- une partie de l'acide reste dissoute : il est légèrement soluble dans l'éthanol et un peu soluble dans l'eau, même froide (filtrats, recristallisation) ;
- transformation peut-être inachevée à l'arrêt du chauffage.

Stratégies : éliminer l'éthanol (par distillation) avant la cristallisation, puisque l'acide y est un peu soluble ; ou chauffer plus longtemps, refroidir davantage et rincer avec très peu d'eau glacée.

$\eta = 81\ \%$

PIÈGE
Le rendement compare la masse obtenue à la masse maximale possible, calculée avec le réactif limitant. Diviser par la masse d'urée introduite ($1{,}5$ g) n'a aucun sens.

À LA CALCULATRICE



8 En utilisant la notation HA(aq) et les résultats expérimentaux, écrire l'équation de la réaction support du titrage.

L'acide HA réagit avec la base HO^- apportée par la solution titrante. La courbe présente un saut de pH unique et marqué : la transformation est totale.

$$HA\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow A^-\,(aq) + H_2O\,(l)$$

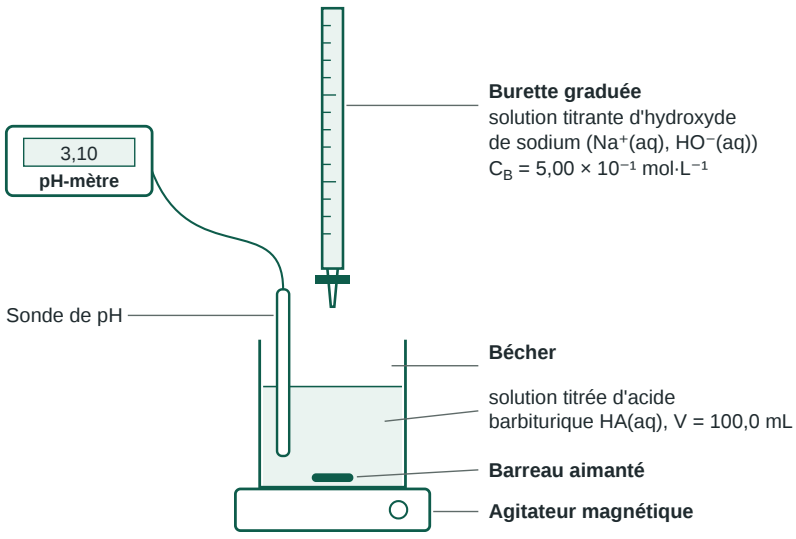
COMPRENDRE
Le pH initial vaut environ $3{,}1$ et le pH à l'équivalence est supérieur à 7 : HA est un acide faible. On l'écrit donc HA dans l'équation, et non H_3O^+.

9 Schématiser et légender le montage permettant de réaliser le titrage de l'acide barbiturique par la solution d'hydroxyde de sodium.

Solution titrante dans la burette, solution titrée dans le bécher, agitation magnétique, sonde du pH-mètre plongée dans la solution.

Voir le schéma légendé.

PIÈGE
Un schéma sans légende ne rapporte presque rien. Il faut nommer la verrerie et préciser le contenu de la burette et du bécher. Le suivi étant pH-métrique, la sonde et le pH-mètre sont indispensables.



9 · Montage du titrage suivi par pH-métrie

10 Rappeler la définition de l'équivalence d'un titrage.

À l'équivalence, le réactif titré et le réactif titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support : ils sont tous deux entièrement consommés.

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, le réactif limitant est le réactif titrant ; après, c'est le réactif titré. L'équivalence est le moment du changement de réactif limitant.

11 À partir des résultats du titrage, déterminer la masse d'acide barbiturique présente dans 1,00 g de solide recristallisé.

Données utiles $C_B = 5{,}00 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $M(\text{HA}) = 128{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; figure 1 ; toute la solution préparée (100,0 mL) est titrée

Le volume à l'équivalence est l'abscisse du maximum de la courbe dérivée $\frac{\text{d}pH}{\text{d}V}$: $V_E = 15{,}6$ mL.

À l'équivalence : $n(\text{HA}) = n_E(\text{HO}^-) = C_B \times V_E$.

Toute la solution est titrée, donc $n(\text{HA})$ est la quantité contenue dans 1,00 g de solide :

$$m(\text{HA}) = C_B \times V_E \times M(\text{HA}) = 5{,}00 \times 10^{-1} \times 15{,}6 \times 10^{-3} \times 128{,}0$$

$m(\text{HA}) = 0{,}998$ g

PIÈGE
Laisser V_E en mL donne une masse mille fois trop grande. Il faut $V_E = 15{,}6 \times 10^{-3}$ L, puisque C_B est en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$5.00 \times 10^{-1} \times 15.6 \times 10^{-3} \times 128.0$
$\approx$ 0.9984

12 Préciser si la recristallisation a été satisfaisante. Justifier.

Données utiles $m(\text{HA}) = 0{,}998$ g dans 1,00 g de solide (Q11)

Pureté du solide : $\frac{m(\text{HA})}{m_{\text{solide}}} = \frac{0{,}998}{1{,}00} = 0{,}998$, soit 99,8 %.

L'écart de 0,002 g est inférieur à l'incertitude sur la lecture de V_E : le solide est de l'acide barbiturique pratiquement pur.

Pureté de 99,8 % : la recristallisation a été satisfaisante.

COMPRENDRE
Une lecture $V_E = 15{,}7$ mL donnerait 1,00 g. Avec un graphique lu à 0,1 mL près, on ne peut pas distinguer 99,8 % de 100 %.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$5.00 \times 10^{-1} \times 15.7 \times 10^{-3} \times 128.0$
$\approx$ 1.0048

13 D'après les résultats expérimentaux, indiquer si l'hydrolyse de l'urée est une transformation totale ou non. Justifier.

Sur la figure 2, la concentration en urée devient nulle aux temps longs (au-delà de 2500 jours environ). L'urée, réactif limitant puisque l'eau est en large excès, a entièrement disparu.

La transformation est totale.

14 Indiquer de même si cette transformation est rapide ou lente.

L'urée met environ 2500 jours à disparaître, soit près de 7 ans.

La transformation est très lente.

15 Déterminer la concentration initiale en urée $[\text{urée}]_0$ et estimer la valeur du temps de demi-réaction $t_{1/2}$. Expliquer la démarche.

À $t = 0$, on lit sur la figure 2 : $[\text{urée}]_0 = 0{,}100 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

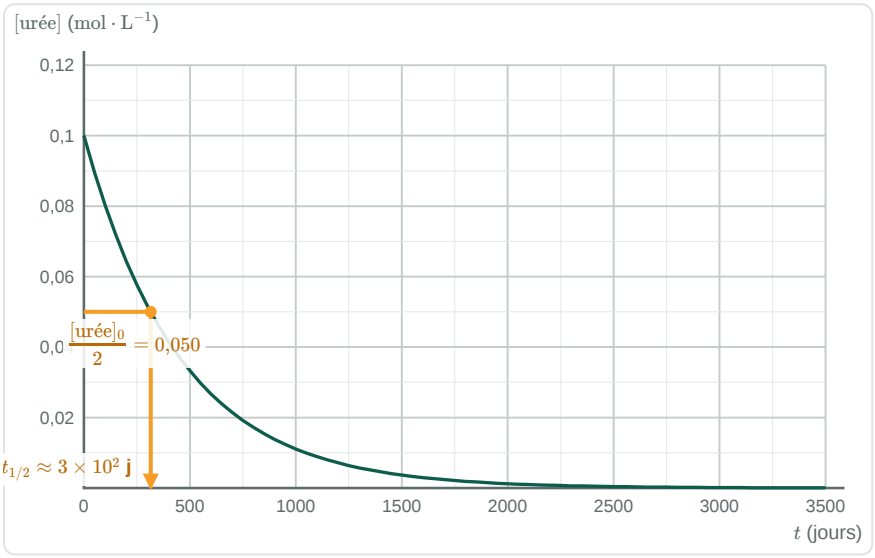
Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle la moitié du réactif limitant (l'urée) a été consommée : $[\text{urée}]_{t_{1/2}} = \dfrac{[\text{urée}]_0}{2} = 0{,}050 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

On trace l'horizontale d'ordonnée $0{,}050 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection.

$[\text{urée}]_0 = 0{,}100 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $t_{1/2} \approx 3 \times 10^2$ jours

PIÈGE
$t_{1/2}$ n'est pas la moitié de la durée totale (1250 jours). C'est l'instant où la concentration est divisée par deux. Les traits de construction doivent figurer sur l'annexe rendue.

COMPRENDRE
Une graduation de l'axe des temps vaut 500 jours : la lecture ne donne qu'un seul chiffre significatif, d'où le verbe « estimer ».



15 · Figure 2 de l'annexe, avec la lecture de $t_{1/2}$

16 Discuter la possibilité de mettre en œuvre le dosage de l'urée décrit en introduction de la partie 2, compte tenu de l'évolution temporelle de l'hydrolyse.

Le dosage porte sur les ions ammonium formés : pour remonter à la concentration initiale en urée, il faut que toute l'urée ait été hydrolysée.

Or il faut déjà environ 300 jours pour en transformer la moitié, et plusieurs années pour la totalité.

Dans ces conditions, le dosage n'est pas réalisable : il faut accélérer fortement l'hydrolyse.

17 Définir la vitesse volumique de disparition de l'urée en fonction de la concentration en urée $[\text{urée}]_t$.

$$v_d(t) = -\frac{\text{d}[\text{urée}]_t}{\text{d}t}$$

COMPRENDRE
La concentration d'un réactif décroît, sa dérivée est négative : le signe « $-$ » rend la vitesse positive. Graphiquement, c'est l'opposé de la pente de la tangente à la courbe de la figure 2.

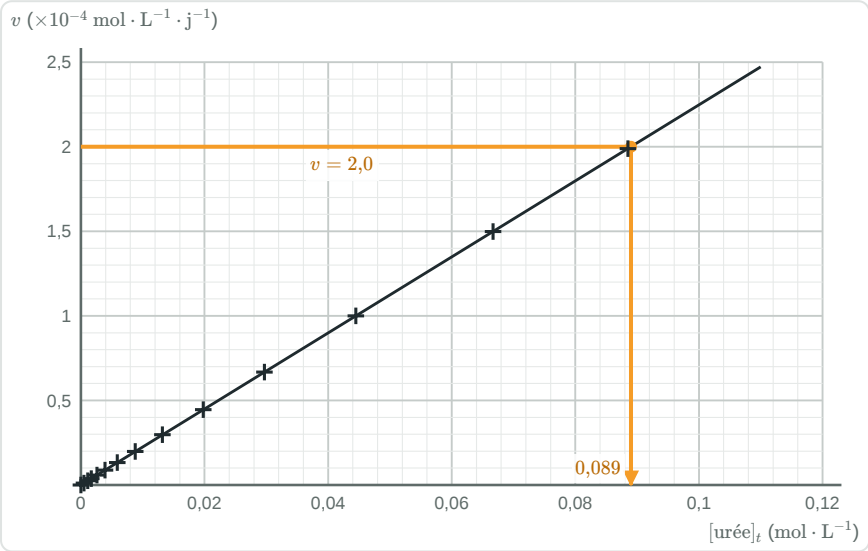
18 Montrer que les résultats expérimentaux sont compatibles avec une loi de vitesse d'ordre 1 pour la vitesse volumique de disparition de l'urée. Justifier.

Une loi de vitesse est d'ordre 1 par rapport à l'urée si la vitesse de disparition est proportionnelle à sa concentration : $v_d = k \times [\text{urée}]_t$.

Sur la figure 3, le nuage de points dessine une droite issue de l'origine : v_d est bien proportionnelle à $[\text{urée}]_t$.

Les résultats sont compatibles avec une loi de vitesse d'ordre 1.

PIÈGE
« Les points sont alignés » ne suffit pas : la proportionnalité exige que la droite passe par l'origine. Les deux arguments sont attendus.



18 · Figure 3 de l'annexe : droite passant par l'origine, et point utilisé pour la pente

19 On note k la constante de vitesse de cette loi. Déterminer la valeur de k.

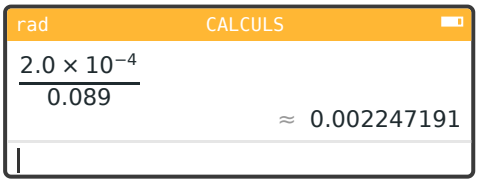
k est le coefficient directeur de la droite de la figure 3. Elle passe par l'origine et par le point $(0{,}089 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} ; 2{,}0 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{j}^{-1})$:

$$k = \frac{v_d}{[\text{urée}]_t} = \frac{2{,}0 \times 10^{-4}}{0{,}089}$$

$k = 2{,}2 \times 10^{-3} \text{ j}^{-1}$

COMPRENDRE
Unité : des mol · L^{-1} · j^{-1} divisées par des mol · L^{-1} donnent des j^{-1}. La valeur est celle du tableau de l'énoncé (sans uréase), ce qui valide la lecture.

À LA CALCULATRICE



20 Sachant que l'on récupère la totalité de l'uréase à la fin de l'hydrolyse, indiquer son rôle lors de cette hydrolyse.

Données utiles à 310 K : $k = 2{,}2 \times 10^{-3} \text{ j}^{-1}$ sans uréase ; $k = 8{,}0 \times 10^{9} \text{ j}^{-1}$ avec uréase

À la même température, la constante de vitesse est beaucoup plus grande en présence d'uréase : comme $v_d = k \times [\text{urée}]_t$, la transformation est fortement accélérée.

L'uréase est intégralement récupérée : elle n'est pas consommée et n'apparaît pas dans l'équation de la réaction.

L'uréase est un **catalyseur** (catalyse enzymatique).

21 Comparer les échelles de temps relatives à l'hydrolyse de l'urée avec et sans uréase. Conclure quant à l'optimisation recherchée.

Données utiles $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{k}$; $k_{\text{sans}} = 2{,}2 \times 10^{-3}\ \text{j}^{-1}$; $k_{\text{avec}} = 8{,}0 \times 10^{9}\ \text{j}^{-1}$

Sans uréase : $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{2{,}2 \times 10^{-3}} = 3{,}2 \times 10^{2}$ j, près d'un an.

Avec uréase : $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{8{,}0 \times 10^{9}} = 8{,}7 \times 10^{-11}$ j, soit $8{,}7 \times 10^{-11} \times 24 \times 3600 = 7{,}5 \times 10^{-6}$ s.

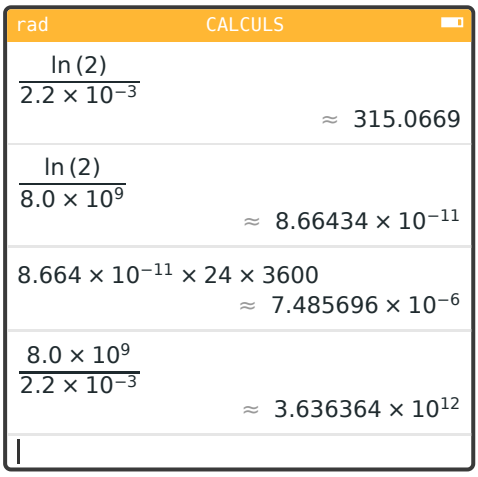
Rapport des deux durées : $\dfrac{k_{\text{avec}}}{k_{\text{sans}}} = \dfrac{8{,}0 \times 10^{9}}{2{,}2 \times 10^{-3}} = 3{,}6 \times 10^{12}$.

Avec l'uréase, l'hydrolyse est $3{,}6 \times 10^{12}$ fois plus rapide : quelques microsecondes au lieu de plusieurs années. Elle devient quasi instantanée et le dosage est réalisable.

COMPRENDRE

Le $t_{1/2}$ sans uréase ($3{,}2 \times 10^{2}$ j) est cohérent avec l'estimation graphique de la question 15, ce qui confirme le modèle d'ordre 1.

À LA CALCULATRICE



Cave à vin

Bac 2021 Asie Sujet 2 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 À l'aide du premier principe de la thermodynamique, relier la variation d'énergie interne ΔU du système {vin + bouteille} au transfert thermique Q entre l'air et le système.

Le système {vin + bouteille} est immobile : son énergie mécanique macroscopique ne varie pas. Le premier principe s'écrit donc $\Delta U = W + Q$.

Le système est incompressible : il ne reçoit aucun travail, $W = 0$.

$$\boxed{\Delta U = Q}$$

COMPRENDRE
Le vin (22 °C) est plus chaud que l'air (13 °C) : il cède de l'énergie. Avec la convention du sujet (positif de l'air vers le système), $Q < 0$, donc l'énergie interne du système diminue.

2 Exprimer le transfert thermique Q pendant une durée très petite Δt en fonction du flux thermique Φ, supposé constant pendant cette durée, et de Δt. Rappeler les unités SI des grandeurs.

Le flux thermique est le transfert thermique par unité de temps : $\Phi = \dfrac{Q}{\Delta t}$.

$\boxed{Q = \Phi \times \Delta t}$, avec Q en joule (J), Φ en watt (W) et Δt en seconde (s).

COMPRENDRE
Un flux thermique est une puissance : $1\ \text{W} = 1\ \text{J} \cdot \text{s}^{-1}$.

3 Exprimer le flux thermique Φ en fonction de la capacité thermique C du système supposé incompressible, de sa variation de température ΔT et de la durée Δt.

Données utiles $\Delta U = C \times \Delta T$; $\Delta U = Q$ (Q1) ; $Q = \Phi \times \Delta t$ (Q2)

On réunit les trois relations : $C \times \Delta T = \Delta U = Q = \Phi \times \Delta t$.

$$\boxed{\Phi = C \times \frac{\Delta T}{\Delta t}}$$

4 En utilisant la loi phénoménologique de Newton et en faisant tendre Δt vers 0, vérifier que $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{1}{\tau}(T - T_{air})$. En déduire l'expression et l'unité de τ.

Données utiles $\Phi = -h \times S \times (T - T_{air})$; $\Phi = C \times \dfrac{\Delta T}{\Delta t}$ (Q3)

Les deux expressions du flux sont égales :

$$C \times \frac{\Delta T}{\Delta t} = -h\,S\,(T - T_{air}) \quad \text{soit} \quad \frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{h\,S}{C}(T - T_{air})$$

Quand Δt tend vers 0, le quotient $\dfrac{\Delta T}{\Delta t}$ tend vers la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -\frac{h\,S}{C}(T - T_{air})$$

On reconnaît la forme demandée, avec $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{h\,S}{C}$.

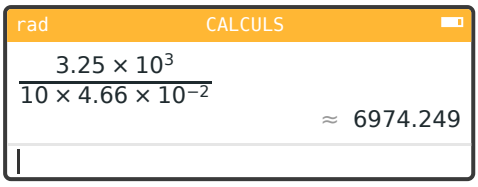
Unité : $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$ est en $\text{K} \cdot \text{s}^{-1}$ et $(T - T_{air})$ en K, donc $\dfrac{1}{\tau}$ est en s^{-1}.

$\boxed{\tau = \dfrac{C}{h\,S}}$; τ est un temps, en seconde (s).

COMPRENDRE
La valeur n'est pas demandée, mais elle sert de contrôle : $\tau = \dfrac{3{,}25 \times 10^3}{10 \times 4{,}66 \times 10^{-2}} \approx 7{,}0 \times 10^3$ s, soit près de deux heures.

MÉTHODE
Autre vérification de l'unité : C en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ et $h\,S$ en $\text{W} \cdot \text{K}^{-1}$; le quotient est en $\text{J} \cdot \text{W}^{-1}$, c'est-à-dire en seconde.

À LA CALCULATRICE



5 Retrouver, à l'aide des résultats de la modélisation, les valeurs de T_0 et de T_{air}.

Données utiles $T(t) = (T_0 - T_{air})\, e^{-t/\tau} + T_{air}$; $T(\text{K}) = \theta(^\circ\text{C}) + 273$

À $t = 0$: $T(0) = (T_0 - T_{air}) \times e^0 + T_{air} = T_0$. La courbe part de l'ordonnée 295 K.

Quand t devient très grand, $e^{-t/\tau}$ tend vers 0 et T tend vers T_{air}. La courbe se stabilise sur le palier d'ordonnée 286 K.

En degrés Celsius : $295 - 273 = 22$ °C et $286 - 273 = 13$ °C, ce qui correspond bien aux températures annoncées.

$T_0 = 295$ K (22 °C) et $T_{air} = 286$ K (13 °C)

PIÈGE
Se contenter de lire deux valeurs sans dire pourquoi. Il faut relier chaque lecture au modèle : T_0 est l'ordonnée à l'origine, T_{air} la limite aux temps longs (asymptote horizontale).

6 Estimer graphiquement au bout de combien de temps le vin pourra être servi à la température souhaitée (à 0,5 degré près).

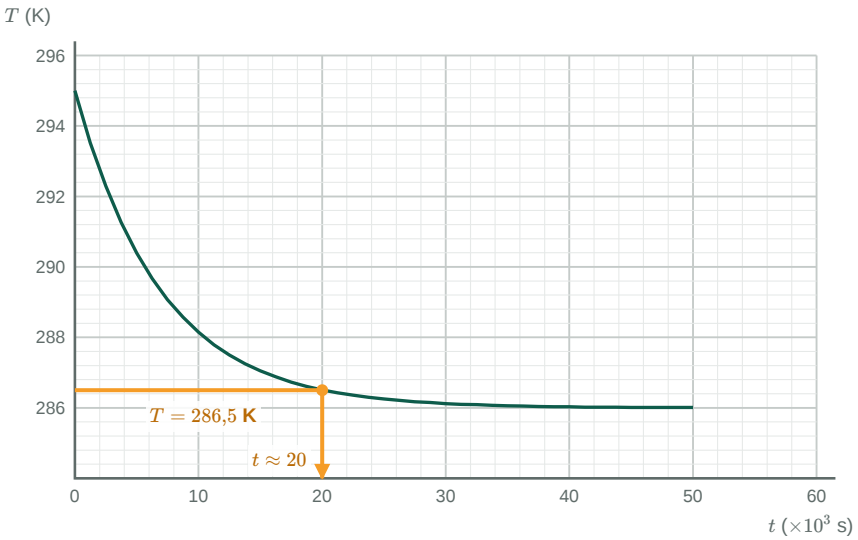
Données utiles $T_{air} = 286$ K (Q5)

Le vin se refroidit vers 286 K sans descendre en dessous. Il est à la bonne température à 0,5 degré près dès que $T = 286 + 0{,}5 = 286{,}5$ K.

On trace l'horizontale d'ordonnée 286,5 K : elle coupe la courbe au point d'abscisse $t \approx 20\,000$ s.

En heures : $\dfrac{20\,000}{3600} \approx 5{,}6$ h.

$t \approx 2{,}0 \times 10^4$ s, soit environ 5 h 30 min

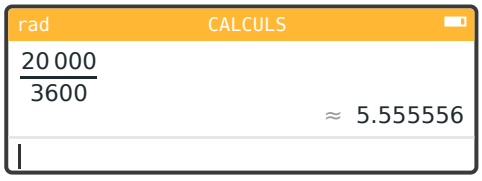


6 · Courbe du sujet, avec la lecture à $T = 286{,}5$ K

PIÈGE
Chercher l'instant où T vaut exactement 286 K : le modèle exponentiel n'atteint jamais sa limite, d'où la tolérance de 0,5 degré.

COMPRENDRE
Une lecture graphique donne deux chiffres significatifs au mieux. Cette durée vaut environ $3\,\tau$: après trois constantes de temps, il ne reste que 5 % de l'écart initial de 9 K.

À LA CALCULATRICE



7 Montrer que le niveau sonore total émis par les deux caves à vin, à 1,0 m de celles-ci et sans la cloison, serait de 45 dB.

Données utiles $L = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$; $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W · m^{-2} ; $L_1 = 42$ dB pour une cave

Intensité sonore due à une seule cave : $I_1 = I_0 \times 10^{L_1/10}$

$$I_1 = 1{,}0 \times 10^{-12} \times 10^{4{,}2} = 1{,}58 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Les intensités sonores s'additionnent, pas les niveaux : $I_{tot} = 2\,I_1 = 3{,}17 \times 10^{-8}$ W · m^{-2}.

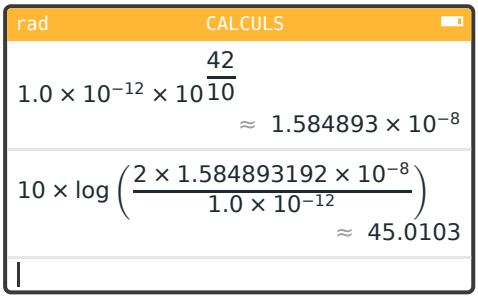
$$L_{tot} = 10\log\left(\frac{I_{tot}}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{3{,}17 \times 10^{-8}}{1{,}0 \times 10^{-12}}\right) = 45{,}0 \text{ dB}$$

$L_{tot} = 45$ dB : c'est bien la valeur attendue.

PIÈGE
Additionner les niveaux : $42 + 42 = 84$ dB est faux. Seules les intensités I s'ajoutent.

MÉTHODE
Doubler l'intensité ajoute toujours $10\log 2 \approx 3$ dB au niveau, quelle que soit la valeur de départ : $42 + 3 = 45$ dB. Ce raccourci permet de contrôler le calcul.

À LA CALCULATRICE



8 Le signal sonore émis par les deux caves serait-il audible par les clients placés derrière la cloison ? Justifier.

Données utiles $L_{tot} = 45$ dB (Q7) ; $f \approx 200$ Hz ; tableau : $A = 25$ dB à 200 Hz ; courbe du seuil d'audibilité

L'atténuation est $A = L_i - L_t$. Le son incident sur la cloison a pour niveau $L_i = 45$ dB et, à 200 Hz, $A = 25$ dB.

Niveau du son transmis : $L_t = L_i - A = 45 - 25 = 20$ dB.

Sur la courbe du seuil d'audibilité, à 200 Hz, le niveau minimal audible est d'environ 15 dB.

$L_t = 20 \text{ dB} > 15 \text{ dB}$: le son des deux caves est audible derrière la cloison.

PIÈGE
Comparer 20 dB à 0 dB. Le seuil d'audibilité dépend de la fréquence : il se lit sur la courbe, à 200 Hz, sur un axe horizontal logarithmique.

COMPRENDRE
L'écart avec le seuil est faible (5 dB) : dans une salle de restaurant, le bruit ambiant couvrira très probablement ce son.

Water bottle flip

Bac 2021 Asie Sujet 2 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

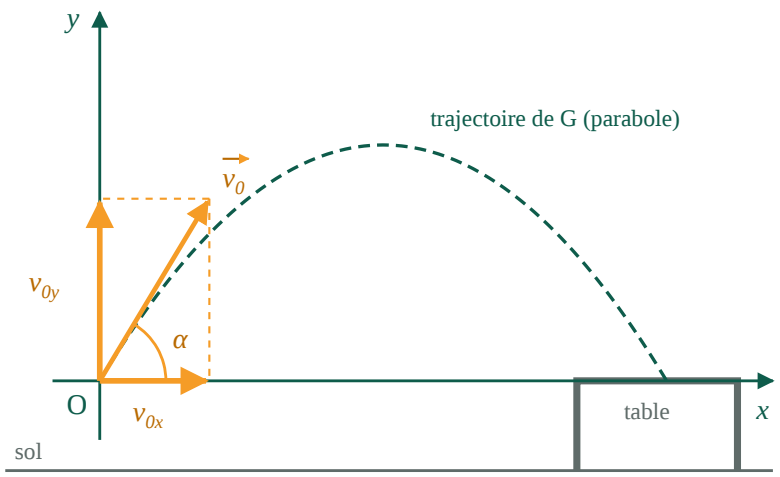
1 Représenter, sans souci d'échelle, le système d'axes (Oxy), le vecteur $\vec{v}_0$, l'angle α, les coordonnées v_{0x} et v_{0y} et l'allure de la trajectoire du centre de masse.

Le vecteur $\vec{v}_0$ part de O, est incliné de l'angle α au-dessus de l'axe (Ox) et est tangent à la trajectoire en O. Ses coordonnées sont ses projections sur les axes.

La trajectoire est un arc de parabole qui monte, passe par un sommet puis redescend vers la table.

Schéma ci-dessous, avec $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ et $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$.

PIÈGE
L'angle α se marque entre l'axe horizontal (Ox) et $\vec{v}_0$, pas entre $\vec{v}_0$ et la verticale. La trajectoire doit quitter O en suivant la direction de $\vec{v}_0$.



1 · Repère, vecteur $\vec{v}_0$, angle α, coordonnées v_{0x} et v_{0y}, allure de la trajectoire

2 À partir des données expérimentales et de la figure 2, vérifier que la valeur expérimentale v_0 de la vitesse initiale est proche de $3{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Données utiles $\tau = 40$ ms ; hauteur réelle de la bouteille : 18,8 cm ; mesures sur la figure 2 : $G_0G_1 \approx 1{,}7$ cm, bouteille $\approx 2{,}2$ cm

La vitesse initiale est assimilée à la vitesse moyenne entre les deux premières positions : $v_0 \approx \dfrac{G_0G_1}{\tau}$.

Échelle : 2,2 cm sur la figure représentent 18,8 cm. Distance réelle :

$$G_0G_1 = \frac{1{,}7 \times 18{,}8}{2{,}2} = 14{,}5\ \text{cm} = 0{,}145\ \text{m}$$

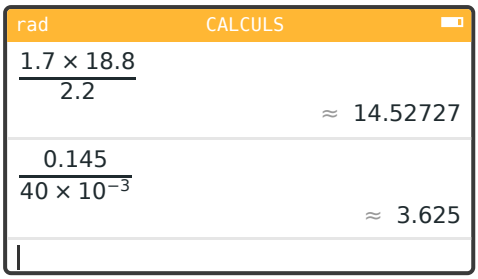
$$v_0 = \frac{0{,}145}{40 \times 10^{-3}} = 3{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$v_0 \approx 3{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: la valeur annoncée ($3{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) est bien retrouvée.

PIÈGE
Oublier l'échelle, ou laisser τ en millisecondes et la distance en centimètres. La vitesse s'obtient en mètres par seconde avec $\tau = 40 \times 10^{-3}$ s.

COMPRENDRE
Les longueurs mesurées à la règle n'ont que deux chiffres significatifs : le résultat aussi. Selon l'impression du sujet, on trouve entre 3,5 et $3{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, ce qui reste « proche de 3,6 ».

À LA CALCULATRICE



3 Proposer une méthode permettant de déterminer expérimentalement la valeur de l'angle α.

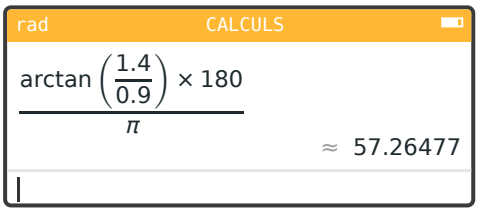
Le vecteur $\vec{v}_0$ a la direction de la droite (G_0G_1). Sur la figure 2, on trace cette droite et on mesure au rapporteur l'angle qu'elle fait avec l'axe (Ox).

Sans rapporteur : on note H le projeté de G_1 sur l'axe (Ox). Dans le triangle G_0HG_1, rectangle en H, on mesure G_0H et HG_1 à la règle, puis :

$$\tan\alpha = \frac{HG_1}{G_0H}, \text{ soit } \alpha = \arctan\left(\frac{HG_1}{G_0H}\right)$$

COMPRENDRE
Un angle ne dépend pas de l'échelle : les longueurs mesurées sur la figure suffisent. Avec $HG_1 \approx 1{,}4$ cm et $G_0H \approx 0{,}9$ cm, on obtient $\alpha \approx 57^\circ$, proche des 59° retenus par le sujet.

À LA CALCULATRICE



4 En précisant la loi utilisée, donner les expressions des coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération du centre de masse.

Système : {bouteille + eau}, de masse m constante. Référentiel terrestre, supposé galiléen.

Bilan des forces : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ seulement, l'action de l'air étant négligée.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, dirigé vers le bas, et l'axe (Oy) est orienté vers le haut :

$$a_x(t) = 0 \text{ et } a_y(t) = -g$$

PIÈGE
Oublier le système, le référentiel galiléen ou le nom de la loi : la question les demande explicitement. Le signe « $-$ » de a_y vient de l'axe (Oy) orienté vers le haut.

5 En déduire les coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse, puis montrer que les équations horaires sont $x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t$.

Comme $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de a_x et a_y :

$v_x(t) = C_1$ et $v_y(t) = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$, $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ de coordonnées $v_0\cos\alpha$ et $v_0\sin\alpha$, donc $C_1 = v_0\cos\alpha$ et $C_2 = v_0\sin\alpha$:

$$v_x(t) = v_0\cos\alpha \qquad v_y(t) = -g\,t + v_0\sin\alpha$$

Comme $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on prend de nouveau les primitives :

$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t + C_3$ et $y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + C_4$.

À $t = 0$, G est en O : $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = 0$.

$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t$: ce sont les équations annoncées.

PIÈGE
Intervertir $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$: le cosinus va avec l'axe adjacent à l'angle, ici (Ox).

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : accélération, primitive, constante fixée par la vitesse initiale ; puis vitesse, primitive, constante fixée par la position initiale. Chaque constante doit être justifiée par une condition initiale écrite.

6 Associer chacun des tracés (a) et (b) du graphique à $x(t)$ et $y(t)$.

$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t$ est proportionnelle à t : sa représentation est une droite passant par l'origine. C'est le tracé (b), en pointillés.

$y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t$ est un polynôme du second degré en t, de coefficient négatif devant t^2 : sa représentation est une parabole tournée vers le bas. C'est le tracé (a).

Tracé (b) : $x(t)$; tracé (a) : $y(t)$.

COMPRENDRE
Le programme le confirme : ligne 17, `'k--'` trace x en tirets noirs ; ligne 18, `'k'` trace y en trait plein.

7 Préciser ce qui est caché par le rectangle gris dans la ligne 15 du programme.

La ligne 15 calcule $y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t$. Le rectangle masque le facteur placé devant `*t`, c'est-à-dire $v_0\sin\alpha$, avec l'angle converti en radians comme à la ligne 14.

Expression cachée : `v0*sin(alpha*pi/180)`

PIÈGE
Écrire `sin(alpha)` sans conversion : l'angle est saisi en degrés (ligne 8) alors que la fonction `sin` de Python attend des radians, d'où le facteur `pi/180`.

8 Estimer la durée du mouvement de la bouteille obtenue par la modélisation, sachant que G se trouve à environ 2 cm du fond de la bouteille lorsqu'elle se pose sur la table.

Données utiles plateau de la table à la hauteur de l'axe (Ox) (figure 1) ; graphique $y(t)$, tracé (a)

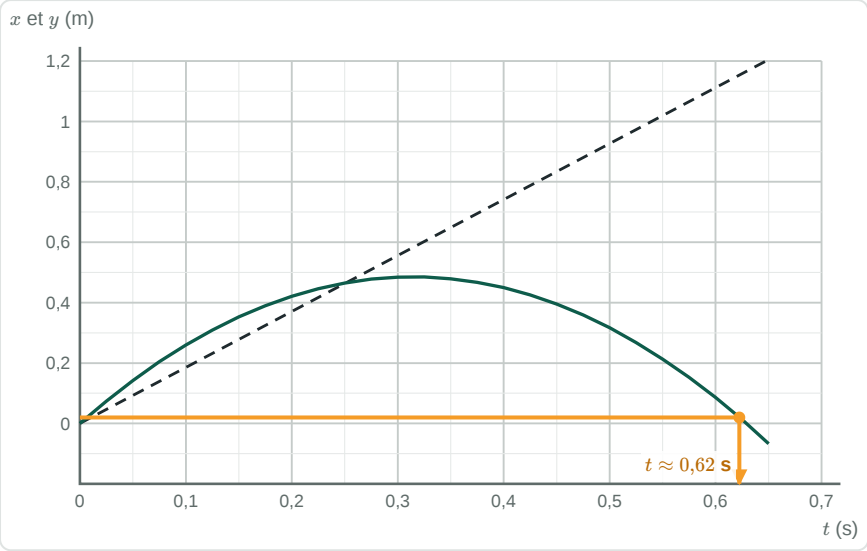
Le plateau de la table est au niveau $y = 0$. Quand la bouteille s'y pose, G est 2 cm plus haut : $y = 0{,}02$ m.

On cherche sur le tracé (a) la date, autre que le départ, où y redescend à $0{,}02$ m, c'est-à-dire juste avant que la courbe ne recoupe l'axe des abscisses.

Durée du mouvement d'après le modèle : $t_{\text{mod}} \approx 0{,}62$ s

PIÈGE
Retenir $t = 0$ s ou la première date où $y = 0{,}02$ m, juste après le lancer : c'est la phase de descente qui correspond à l'arrivée sur la table.

COMPRENDRE
Vérification par le calcul : $y(t) = 0{,}02$ m est une équation du second degré dont la plus grande solution vaut $0{,}62$ s. Avec $y = 0$, on aurait $t = \frac{2\,v_0\sin\alpha}{g} = 0{,}63$ s : les 2 cm changent peu le résultat.



8 · Graphique du sujet : la courbe (a) repasse par $y = 0{,}02$ m à $t \approx 0{,}62$ s

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$$\frac{3.6 \times \sin(59°) + \sqrt{(3.6 \times \sin(59°))^2 - 2 \times 9.81 \times 0.02}}{9.81} \approx 0.6225641$$

9 Proposer au moins une explication de l'écart entre la durée réelle $\Delta t = (0{,}50 \pm 0{,}05)$ s et la durée obtenue par la modélisation.

Données utiles $t_{\text{mod}} \approx 0{,}62$ s (Q8)

La durée réelle est comprise entre $0{,}45$ s et $0{,}55$ s. La durée du modèle, $0{,}62$ s, est en dehors de cet intervalle : l'écart n'est pas dû à la seule incertitude sur Δt.

Explications possibles :

- les valeurs v_0 et α entrées dans le programme proviennent d'un pointage peu précis (deux positions, petites longueurs) : une valeur un peu surestimée de $v_0 \sin \alpha$ allonge la durée calculée ;
- l'action de l'air est négligée dans le modèle ;
- l'eau se déplace dans la bouteille qui tourne : le centre de masse n'occupe pas une position fixe dans la bouteille, ce qui fausse le pointage et la hauteur d'arrivée.

Le modèle surestime la durée ($0{,}62$ s contre $0{,}50 \pm 0{,}05$ s) : conditions initiales imprécises, action de l'air négligée, eau en mouvement.

COMPRENDRE

Pour comparer une valeur calculée à une mesure, on regarde si elle appartient à l'intervalle $[\Delta t - u\,;\ \Delta t + u]$. Ici ce n'est pas le cas : il faut remettre en cause les hypothèses ou les données du modèle.

10 À l'aide du modèle, déterminer la distance à laquelle la bouteille tombe sur la table par rapport à l'origine du repère. Indiquer ce que l'on peut prévoir pour la distance réelle.

Données utiles $t_{\text{mod}} \approx 0{,}62$ s (Q8) ; $v_0 = 3{,}6$ m · s^{-1} ; $\alpha = 59^\circ$

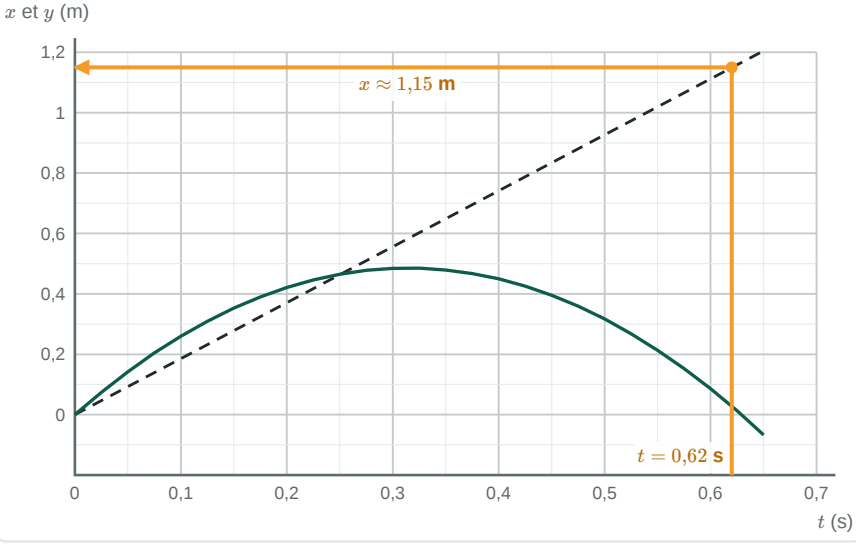
La distance cherchée est l'abscisse de G à la date t_{mod}. Sur le tracé (b), à $t = 0{,}62$ s, on lit $x \approx 1{,}15$ m. Par le calcul :

$$x(t_{\text{mod}}) = v_0 \cos(\alpha)\, t_{\text{mod}} = 3{,}6 \times \cos(59^\circ) \times 0{,}62 = 1{,}1 \text{ m}$$

Le mouvement réel dure moins longtemps ($0{,}50$ s au lieu de $0{,}62$ s) : la bouteille avance moins longtemps et la distance réelle est plus petite que celle du modèle, de l'ordre de $3{,}6 \times \cos(59^\circ) \times 0{,}50 = 0{,}93$ m si la vitesse horizontale est celle du modèle.

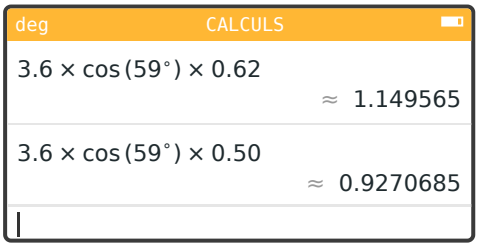
Modèle : $x \approx 1{,}1$ m (lecture : $1{,}15$ m). Distance réelle prévue plus faible, voisine de $0{,}9$ m.

PIÈGE
Chercher l'abscisse où la droite (b) coupe un axe, ou lire x au sommet de la parabole. La distance se lit sur (b) à la date d'arrivée trouvée à la question 8.



10 · Lecture sur la droite (b) à $t = 0{,}62$ s

À LA CALCULATRICE



Une lunette d'amateur pour voir des étoiles doubles

Bac 2021 Asie Sujet 2 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 En s'appuyant sur le schéma de l'annexe 2, justifier que la lunette modélisée est bien afocale.

Un objet à l'infini a son image par l'objectif (L_1) dans le plan focal image de celui-ci, donc en F_1' pour un point de l'axe.

Sur le schéma, F_1' est confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire : cette image intermédiaire est dans le plan focal objet de (L_2), qui en donne donc une image à l'infini.

$A_\infty \xrightarrow{(L_1)} F_1' = F_2 \xrightarrow{(L_2)} A_\infty'$: objet à l'infini, image finale à l'infini, la lunette est afocale.

PIÈGE
Se contenter de réciter la définition. La justification attendue est la lecture du schéma : F_1' et F_2 sont au même point.

2 Exprimer la distance O_1O_2 en fonction des distances focales f_1' et f_2' pour cette lunette afocale.

Les points O_1, $F_1' = F_2$ et O_2 sont alignés dans cet ordre : $O_1O_2 = O_1F_1' + F_2O_2$, avec $O_1F_1' = f_1'$ et $F_2O_2 = f_2'$.

$O_1O_2 = f_1' + f_2'$

3 À l'aide des indications commerciales, montrer que la distance focale de l'objectif de la lunette commerciale est de l'ordre de 55 cm.

Données utiles longueur totale 56 cm ; oculaires de focales 6 mm et 12 mm

On assimile la longueur totale de la lunette à la distance entre les deux lentilles : $O_1O_2 = f_1' + f_2' = 56$ cm, donc $f_1' = O_1O_2 - f_2'$.

Avec l'oculaire $f_2' = 6\ \text{mm} = 0{,}6$ cm : $f_1' = 56 - 0{,}6 = 55{,}4$ cm.

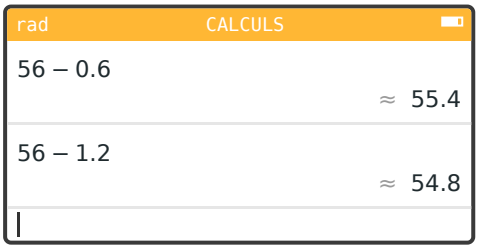
Avec l'oculaire $f_2' = 12\ \text{mm} = 1{,}2$ cm : $f_1' = 56 - 1{,}2 = 54{,}8$ cm.

$f_1' \approx 55$ cm dans les deux cas : valeur trouvée conforme à celle attendue.

PIÈGE
Soustraire 6 ou 12 sans convertir les millimètres en centimètres : on trouverait 50 cm ou 44 cm.

COMPRENDRE
La longueur n'est donnée qu'avec deux chiffres significatifs (56 cm) : le résultat s'arrondit à 55 cm, d'où l'expression « de l'ordre de ».

À LA CALCULATRICE



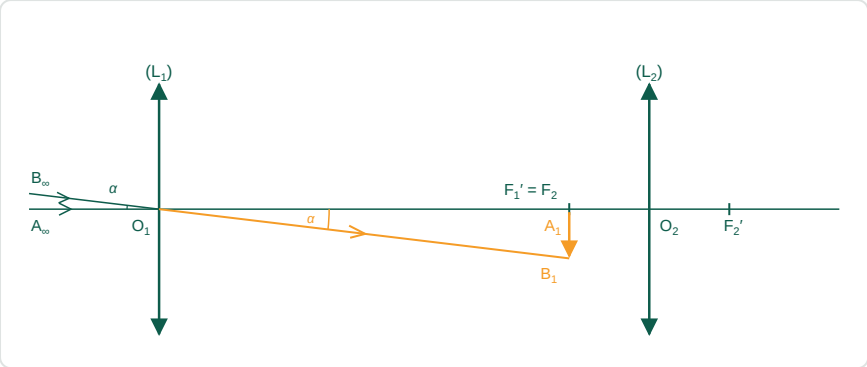
4 Sur le schéma de l'annexe 2, construire l'image A_1B_1 de l'objet $A_\infty B_\infty$ donnée par l'objectif.

L'objet est à l'infini : son image A_1B_1 se forme dans le plan focal image de (L_1). A_∞ est sur l'axe optique, donc A_1 est en F_1'.

Le rayon issu de B_∞ qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié : on le prolonge jusqu'à la perpendiculaire à l'axe passant par F_1'. Leur intersection est B_1.

A_1B_1 est perpendiculaire à l'axe en $F_1' = F_2$, renversée (voir le schéma).

MÉTHODE
Objet à l'infini : un seul rayon suffit, celui qui passe par le centre optique. L'image est à son intersection avec le plan focal image.



4 · Annexe 2 : construction de l'image intermédiaire A₁B₁ (question 4)

5 Exprimer $\tan\alpha$ en fonction de f_1' et A_1B_1.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1, l'angle en O_1 vaut α (angles opposés par le sommet) ; le côté opposé est A_1B_1 et le côté adjacent $O_1A_1 = O_1F_1' = f_1'$.

$$\tan\alpha = \frac{A_1B_1}{f_1'}$$

6 Sur le schéma de l'annexe 2, construire la marche d'un rayon lumineux incident issu de B_1 émergent de la lentille (L_2).

Le rayon issu de B_1 qui passe par le centre optique O_2 traverse (L_2) sans être dévié.

Vérification possible avec un second rayon : celui issu de B_1 parallèle à l'axe émerge en passant par F_2'. Comme B_1 est dans le plan focal objet de (L_2), les deux rayons émergents sont parallèles entre eux.

Rayon (B_1O_2) prolongé en ligne droite après (L_2) : voir le schéma complété à la question 7.

COMPRENDRE
Des rayons émergents parallèles signifient que l'image B' est à l'infini : l'œil l'observe sans accommoder, ce qui est le but d'une lunette afocale.

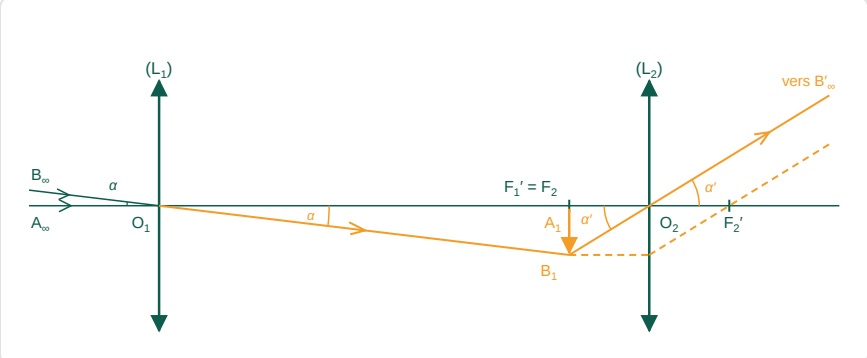
7 Positionner α' sur le schéma et exprimer $\tan\alpha'$ en fonction de f_2' et A_1B_1.

α' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents ; on le retrouve en O_2 entre l'axe et le rayon (B_1O_2).

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 : côté opposé A_1B_1, côté adjacent $A_1O_2 = F_2O_2 = f_2'$.

$$\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{f_2'}$$

PIÈGE
Placer α' entre les deux rayons émergents ou en F_2' sans le rapporter à l'axe optique : l'angle se mesure toujours par rapport à l'axe.



7 · Annexe 2 complétée : rayons émergents et angle α′ (questions 6 et 7)

8 Rappeler la définition du grossissement G de la lunette et l'exprimer en fonction des distances focales f_1' et f_2'.

Données utiles $\tan\alpha = \dfrac{A_1B_1}{f_1'}$ (Q5) ; $\tan\alpha' = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$ (Q7)

Le grossissement est le rapport de l'angle α' sous lequel on voit l'image à travers la lunette à l'angle α sous lequel on voit l'objet à l'œil nu : $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$.

Les angles sont petits et en radians : $\alpha \approx \tan\alpha = \dfrac{A_1B_1}{f_1'}$ et $\alpha' \approx \tan\alpha' = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$.

$$G = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1}$$

$$\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1'}{f_2'}}$$

PIÈGE
Inverser le rapport. Un grossissement de lunette est supérieur à 1 : la grande focale, celle de l'objectif, est au numérateur.

9 Justifier l'intérêt d'utiliser des lentilles telles que $f_2' \ll f_1'$.

Comme $G = \dfrac{f_1'}{f_2'}$, choisir f_2' très petite devant f_1' donne $G \gg 1$.

Un oculaire de courte focale associé à un objectif de grande focale donne un grossissement élevé : l'image est vue sous un angle bien plus grand que l'objet.

10 Discuter de la cohérence de l'indication « Grossissement jusqu'à 100 × » et préciser si d'autres valeurs du grossissement sont possibles pour cette lunette.

Données utiles $f_1' = 55$ cm (Q3) ; oculaires $f_2' = 0{,}6$ cm et $f_2' = 1{,}2$ cm

$G = \dfrac{f_1'}{f_2'}$, les deux focales dans la même unité.

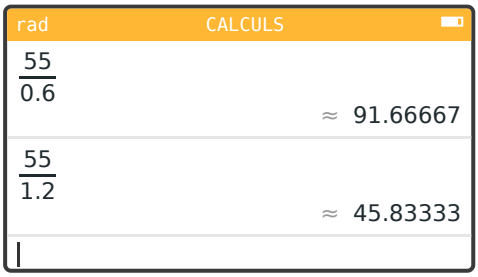
Oculaire de 6 mm : $G = \dfrac{55}{0{,}6} = 92$. Oculaire de 12 mm : $G = \dfrac{55}{1{,}2} = 46$.

Le plus grand grossissement vaut 92, proche de 100 par valeur inférieure : l'indication « jusqu'à 100 × » est cohérente, quoique légèrement arrondie à l'avantage du fabricant.

$G_{\max} \approx 92$ (oculaire de 6 mm), cohérent avec « jusqu'à 100 × » ; l'oculaire de 12 mm donne un autre grossissement, $G \approx 46$.

COMPRENDRE
« Jusqu'à » annonce un maximum : il correspond à l'oculaire de plus courte focale. Changer d'oculaire change le grossissement, l'objectif restant le même.

À LA CALCULATRICE



11 Préciser les oculaires utilisés pour chaque observation et donner un encadrement de l'angle α sous lequel se présentent les deux étoiles à l'œil nu.

Données utiles $\theta = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad ; $G = 92$ et $G = 46$ (Q10)

À travers la lunette, les étoiles sont vues sous l'angle $\alpha' = G\,\alpha$. L'œil les sépare si $\alpha' > \theta$, soit $\alpha > \dfrac{\theta}{G}$.

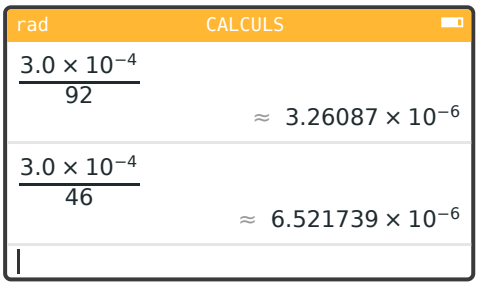
Le grossissement le plus fort sépare le mieux : on voit deux points avec l'oculaire de 6 mm ($G = 92$) et un seul point avec l'oculaire de 12 mm ($G = 46$).

Deux points avec $G = 92$: $\alpha > \dfrac{3{,}0 \times 10^{-4}}{92} = 3{,}3 \times 10^{-6}$ rad.

Un seul point avec $G = 46$: $\alpha < \dfrac{3{,}0 \times 10^{-4}}{46} = 6{,}5 \times 10^{-6}$ rad.

$$3{,}3 \times 10^{-6}\ \text{rad} < \alpha < 6{,}5 \times 10^{-6}\ \text{rad}$$

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE

Les deux bornes sont environ cent fois plus petites que θ : à l'œil nu, ce système apparaît bien comme une seule étoile.

MÉTHODE

Question ouverte : traduire chaque observation en inégalité sur α', puis diviser par G. Chaque oculaire fournit une borne de l'encadrement.