Newton car

Bac S 2019 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 50**

1.1 Après avoir brûlé la ficelle, faire l'inventaire des forces modélisant les actions extérieures qui agissent sur le système S.

Le système S = {chariot + ficelle + élastique + masselotte} est soumis à :

- son poids $\vec{P}$, vertical, dirigé vers le bas ;
- la réaction normale $\vec{R}$ des pailles, verticale, dirigée vers le haut ;
- des frottements $\vec{f}$ (pailles, air), opposés au mouvement, éventuellement négligeables.

Forces extérieures : poids $\vec{P}$, réaction du support $\vec{R}$, frottements $\vec{f}$.

PIÈGE
Citer la force de l'élastique sur la masselotte ou sur le chariot. Ce sont des forces intérieures au système S : elles ne figurent pas dans l'inventaire.

1.2 À quelle condition le système S peut-il être considéré comme pseudo-isolé ? Dans ce cas, montrer que sa quantité de mouvement est nulle.

Le système est pseudo-isolé si les forces extérieures se compensent : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$, c'est-à-dire $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ avec des frottements négligeables.

Deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre galiléen : $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$, donc $\vec{p}$ est un vecteur constant.

Or à $t = 0$ le système est immobile : $\vec{p}(0) = \vec{0}$.

La quantité de mouvement se conserve : $\vec{p} = \vec{0}$ à chaque instant, avant comme après la rupture de la ficelle.

PIÈGE
Se contenter de « le système est immobile donc $\vec{p} = \vec{0}$ ». Il faut les deux arguments : $\vec{p}$ constante (système pseudo-isolé) et $\vec{p}$ nulle au départ.

COMPRENDRE
Ancien programme : la quantité de mouvement $\vec{p} = m\,\vec{v}$ et sa conservation ne sont plus exigibles en spécialité. Aujourd'hui, la deuxième loi s'écrit $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$.

1.3 Déterminer la relation donnant $\vec{v}_{C0}$ en fonction de $\vec{v}_{m0}$, M et m. Prévoir le sens du mouvement du chariot.

Les masses de la ficelle et de l'élastique étant négligées, juste après la rupture :

$$\vec{p} = M\,\vec{v}_{C0} + m\,\vec{v}_{m0} = \vec{0}$$

$$\vec{v}_{C0} = -\frac{m}{M}\,\vec{v}_{m0}$$

Le signe « $-$ » indique que le chariot part dans le sens opposé à celui de la masselotte, sur la même direction : la masselotte est éjectée d'un côté, le chariot recule de l'autre.

COMPRENDRE
C'est le principe de la propulsion par réaction, celui d'une fusée qui éjecte ses gaz. En valeur, $v_{C0} = \dfrac{m}{M}\,v_{m0}$.

2.1 Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le chariot lors de la chute (action de l'air négligée).

Pendant la chute, le chariot n'est plus en contact avec la table et l'action de l'air est négligée.

Le chariot n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = M\,\vec{g}$: c'est une chute libre.

PIÈGE
Ajouter une « force de lancement » ou la force de l'élastique. Elles n'agissent plus après le départ : la vitesse initiale n'est pas une force.

2.2 Donner le résultat de la mesure de x_P accompagné de son incertitude élargie pour un niveau de confiance de 95 %.

Données utiles x_P (cm) : 65 ; 66 ; 61 ; 62 ; 61 ; 63 ; 59 ; 65 ; 60 ; 63 ; $n = 10$; $U(X) = 2\,\frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$

Avec le mode statistique de la calculatrice, pour les 10 mesures :

- moyenne : $\overline{x_P} = 62{,}5$ cm ;
- écart type expérimental : $\sigma_{n-1} = 2{,}32$ cm.

Incertitude élargie : $U(x_P) = 2 \times \dfrac{2{,}32}{\sqrt{10}} = 1{,}47$ cm, arrondie par excès à 2 cm (un seul chiffre significatif).

La moyenne est alors arrondie au centimètre, comme l'incertitude.

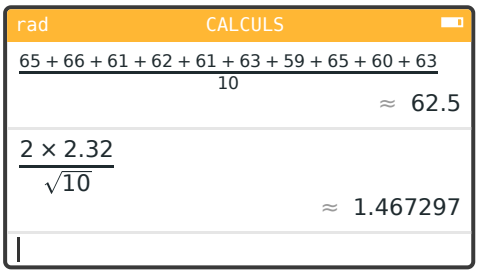
$$x_P = (63 \pm 2)\ \text{cm}$$

PIÈGE
Prendre l'écart type σ_n au lieu de σ_{n-1} sur la calculatrice (noté s_x ou σ_{n-1} selon les modèles).

COMPRENDRE
Une incertitude s'arrondit par excès, à un chiffre significatif (deux au plus), et la valeur mesurée s'arrête au même rang. L'écriture $x_P = (62{,}5 \pm 1{,}5)$ cm convient aussi.

COMPRENDRE
Programme actuel : on attend l'incertitude-type $u(x_P) = \dfrac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} = 0{,}73$ cm. L'incertitude élargie, qui la double, n'est plus exigible.

À LA CALCULATRICE



2.3 Montrer que les équations horaires du mouvement du chariot s'écrivent $x(t) = v_{C0}\,t$ et $z(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2$.

Système {chariot}, de masse M constante, assimilé à un point ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = M\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $M\,\vec{a} = M\,\vec{g}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$, soit dans le repère (xOz) :

$$a_x = 0 \qquad a_z = -g$$

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives : $v_x = C_1$ et $v_z = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$, la vitesse $\vec{v}_{C0}$ est horizontale, dans le sens de l'axe (Ox) : $v_x(0) = v_{C0}$ et $v_z(0) = 0$, d'où $C_1 = v_{C0}$ et $C_2 = 0$.

$$v_x(t) = v_{C0} \qquad v_z(t) = -g\,t$$

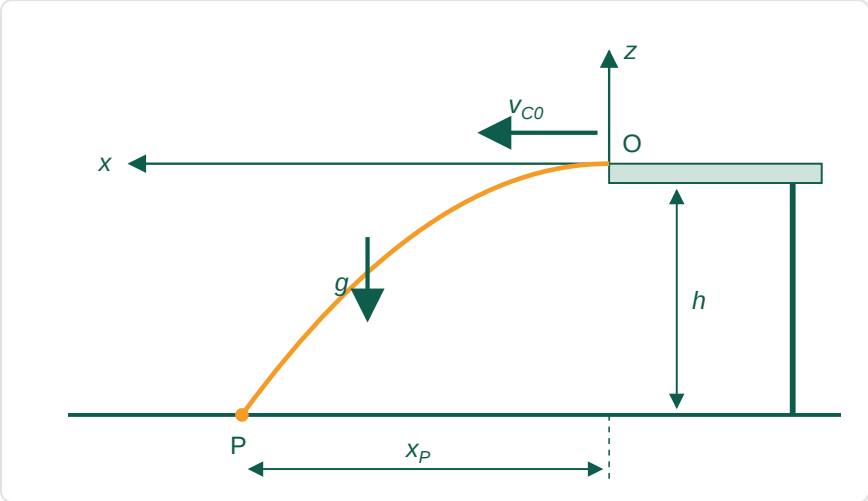
Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche à nouveau les primitives : $x = v_{C0}\,t + C_3$ et $z = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + C_4$.

À $t = 0$, le chariot est en O : $x(0) = 0$ et $z(0) = 0$, d'où $C_3 = C_4 = 0$.

$$x(t) = v_{C0}\,t \text{ et } z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2$$

PIÈGE
L'axe (Ox) du sujet pointe vers la gauche, dans le sens de $\vec{v}_{C0}$: $v_x(0) = +v_{C0}$. L'axe (Oz) pointe vers le haut : $a_z = -g$.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : système, référentiel, forces, deuxième loi, projection de $\vec{a}$, puis deux recherches de primitives, chaque constante étant fixée par une condition initiale écrite explicitement.



2.3 · Chute du chariot dans le repère (xOz) du sujet : la trajectoire (en orange) est un arc de parabole de sommet O.

2.4 En déduire la valeur de la vitesse initiale v_{C0} en explicitant la démarche.

Données utiles $h = 75{,}0\ \text{cm}$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $x_P = 63\ \text{cm}$ (2.2)

Le chariot touche le sol au point P, de coordonnées x_P et $z_P = -h$, à la date t_P.

D'après $z(t)$: $-h = -\dfrac{1}{2}\,g\,t_P^2$, donc $t_P = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$.

D'après $x(t)$: $x_P = v_{C0}\,t_P$, donc

$$v_{C0} = \frac{x_P}{t_P} = x_P\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

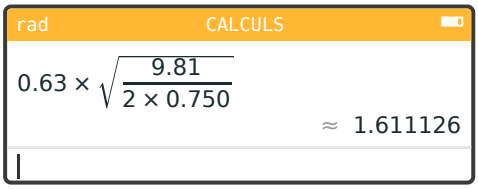
$$v_{C0} = 0{,}63 \times \sqrt{\frac{9{,}81}{2 \times 0{,}750}} = 1{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$v_{C0} = 1{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

PIÈGE
Laisser x_P et h en centimètres, ou écrire $z_P = +h$: le sol est sous l'origine, donc $z_P = -h$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme x_P, la donnée la moins précise. La durée de chute, $t_P = 0{,}39$ s, ne dépend pas de la vitesse de lancement.

À LA CALCULATRICE



3.1.1 Comment appelle-t-on chacun des pics qui apparaît sur le spectre du signal ? Justifier.

Le spectre comporte deux pics, à $3675\ \text{Hz}$ et à $7350\ \text{Hz}$. Or $7350 = 2 \times 3675$: la fréquence du second pic est un multiple entier de celle du premier.

Ce sont des harmoniques : le pic à $3675\ \text{Hz}$ est le fondamental (rang 1), le pic à $7350\ \text{Hz}$ est l'harmonique de rang 2.

COMPRENDRE
La fréquence du fondamental est celle du son : elle fixe sa hauteur. Les harmoniques suivants, de fréquences $f_n = n\,f_1$, déterminent son timbre.

3.1.2 Le son du buzzer est-il pur ou complexe ? Justifier.

Le spectre d'un son pur ne contient qu'un seul pic. Ici il en contient deux ; de plus, le signal de la figure 1 est périodique mais n'est pas sinusoïdal.

Le son du buzzer est un son complexe.

3.1.3 À partir de la figure 1, déterminer la fréquence f_E du son émis par le buzzer. Est-elle en accord avec le spectre de la figure 2 ?

Données utiles figure 1 : $\Delta t = 2{,}18\ \text{ms}$; figure 2 : fondamental à $3675\ \text{Hz}$

Sur la figure 1, la durée Δt sépare deux maximums entre lesquels on compte 8 périodes : $\Delta t = 8\,T$.

$$f_E = \frac{1}{T} = \frac{8}{\Delta t} = \frac{8}{2{,}18 \times 10^{-3}} = 3{,}67 \times 10^3\ \text{Hz}$$

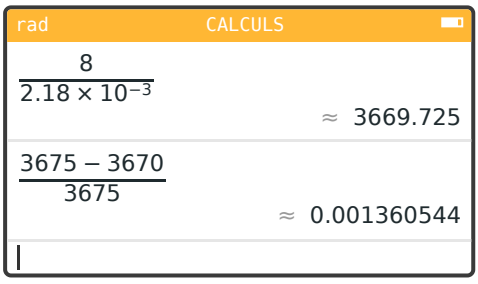
Le fondamental du spectre est à $3675\ \text{Hz}$. Écart relatif : $\dfrac{3675 - 3670}{3675} \approx 0{,}1\ \%$.

$f_E = 3{,}67 \times 10^3\ \text{Hz}$, en accord avec le fondamental du spectre ($3675\ \text{Hz}$).

PIÈGE
Oublier de convertir Δt en secondes : on obtiendrait $3{,}67\ \text{Hz}$, un son inaudible.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs périodes d'un coup divise l'erreur de lecture par leur nombre. Compter les intervalles entre maximums, pas les maximums : 9 sommets délimitent 8 périodes.

À LA CALCULATRICE



3.2.1 Expliquer en quelques lignes en quoi consiste l'effet Doppler.

Quand un émetteur d'ondes et un récepteur sont en mouvement l'un par rapport à l'autre, la fréquence de l'onde reçue diffère de la fréquence de l'onde émise.

Si l'émetteur et le récepteur se rapprochent, la fréquence reçue est plus grande que la fréquence émise : le son est perçu plus aigu. S'ils s'éloignent, elle est plus petite : le son est perçu plus grave.

Effet Doppler : décalage entre fréquence reçue et fréquence émise, dû au mouvement relatif de l'émetteur et du récepteur ; le décalage augmente avec la vitesse relative.

3.2.2 L'expérience se déroule à 25,0 °C. Quelle est alors la valeur de la vitesse de propagation du son dans l'air ?

Données utiles $v_{\text{son}}(\theta) = v_{\text{son}}(0\ ^\circ\text{C}) \times \sqrt{1 + \dfrac{\theta}{273}}$; $v_{\text{son}}(0\ ^\circ\text{C}) = 331\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\theta = 25{,}0\ ^\circ\text{C}$

$$v_{\text{son}} = 331 \times \sqrt{1 + \frac{25{,}0}{273}} = 346\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$v_{\text{son}} = 346\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $25{,}0\ ^\circ\text{C}$

PIÈGE
La température reste en degrés Celsius dans cette relation : le nombre 273 de la formule assure déjà le passage aux kelvins.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$331 \times \sqrt{1 + \frac{25.0}{273}} \approx 345.8237$

3.2.3 Estimer la valeur de la vitesse du chariot en explicitant la démarche.

Données utiles $f_E = 3675$ Hz ; approche : $f'_R = 3690$ Hz ; éloignement : $f_R = 3658$ Hz ; $v_{\text{son}} = 346\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (3.2.2)

On prend pour fréquence émise celle du fondamental, lue sur le spectre : $f_E = 3675$ Hz.

Approche. $f'_R = f_E \dfrac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} - v_c}$ donne $f'_R\,(v_{\text{son}} - v_c) = f_E\, v_{\text{son}}$, d'où

$$v_c = v_{\text{son}} \frac{f'_R - f_E}{f'_R} = 346 \times \frac{3690 - 3675}{3690} = 1{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Éloignement. $f_R = f_E \dfrac{v_{\text{son}}}{v_{\text{son}} + v_c}$ donne $f_R\,(v_{\text{son}} + v_c) = f_E\, v_{\text{son}}$, d'où

$$v_c = v_{\text{son}} \frac{f_E - f_R}{f_R} = 346 \times \frac{3675 - 3658}{3658} = 1{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Moyenne des deux déterminations : $v_c = \dfrac{1{,}4 + 1{,}6}{2} = 1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$v_c \approx 1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, valeur cohérente avec celle obtenue par la chute ($1{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).

COMPRENDRE

Les décalages ne valent que 15 et 17 Hz sur des fréquences connues au hertz près : chaque vitesse n'est fiable qu'à environ 10 %. D'où le verbe « estimer » et deux chiffres significatifs.

MÉTHODE

Le rapport des deux relations élimine f_E : $\dfrac{f'_R}{f_R} = \dfrac{v_{\text{son}} + v_c}{v_{\text{son}} - v_c}$, soit $v_c = v_{\text{son}} \dfrac{f'_R - f_R}{f'_R + f_R} = 1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.
Une seule réponse, sans dépendre de la lecture de f_E.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{346 \times (3690 - 3675)}{3690} \approx 1.406504$

$\frac{346 \times (3675 - 3658)}{3658} \approx 1.607983$

$\frac{346 \times (3690 - 3658)}{3690 + 3658} \approx 1.506805$

4.1 Sachant que la variation de l'énergie mécanique est égale au travail des forces non conservatives, déterminer la valeur de la force de frottement.

Données utiles $M = 200\ \text{g}$; $d = 246\ \text{cm}$; vitesse initiale $v_i = 1{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; vitesse finale nulle

Entre le départ et l'arrêt : $\Delta E_m = W(\vec{f})$.

Le chariot roule à l'horizontale : son énergie potentielle de pesanteur ne varie pas, donc $\Delta E_m = \Delta E_c = 0 - \dfrac{1}{2} M v_i^2$.

La force $\vec{f}$, constante, est opposée au déplacement de longueur d : $W(\vec{f}) = f\,d\,\cos(180^\circ) = -f\,d$. La réaction normale, perpendiculaire au déplacement, ne travaille pas.

$$-\frac{1}{2} M v_i^2 = -f\,d \quad \text{donc} \quad f = \frac{M v_i^2}{2\,d}$$

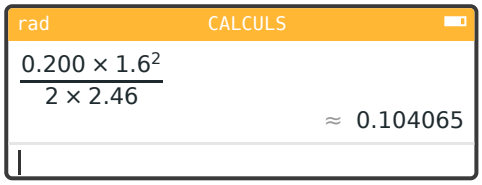
$$f = \frac{0{,}200 \times 1{,}6^2}{2 \times 2{,}46} = 0{,}10\ \text{N}$$

$f = 0{,}10\ \text{N}$

PIÈGE
Conversions : $M = 0{,}200\ \text{kg}$ et $d = 2{,}46\ \text{m}$. Ne pas oublier le signe « $-$ » du travail résistant, sinon f sort négative.

COMPRENDRE
Cette force vaut environ 5 % du poids du chariot ($M\,g \approx 1{,}96\ \text{N}$) : rouler sur des pailles limite bien les frottements.

À LA CALCULATRICE



4.2 Au vu de l'ensemble de l'étude, quels paramètres peut-on modifier pour gagner le « Newton Car » challenge ?

Il faut parcourir la plus grande distance. D'après 4.1, $d = \dfrac{M v_{C0}^2}{2 f}$; d'après 1.3, $v_{C0} = \dfrac{m}{M} v_{m0}$. On peut donc :

- augmenter la vitesse initiale v_{C0} du chariot : masselotte plus lourde (m plus grande), chariot plus léger (M plus petite), masselotte éjectée plus vite (élastique plus tendu ou plus raide) ;
- diminuer les frottements f : pailles bien rondes, régulièrement espacées et parallèles, sol lisse et horizontal.

Paramètres : masses m et M, tension de l'élastique (donc v_{m0}), qualité du roulement (donc f).

COMPRENDRE
La distance varie comme v_{C0}^2 : doubler la vitesse initiale la multiplie par quatre. Agir sur la vitesse de départ est le levier le plus efficace.