Saut sans parachute

Bac S 2019 Afrique (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Indiquer la seule force prise en compte lors d'une chute libre.

Dans une chute libre, le système n'est soumis qu'à une seule force, exercée par la Terre.

La seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

1.2.1 En détaillant le raisonnement et en précisant la loi utilisée, exprimer le vecteur accélération $\vec{a}$ du point G.

Système : {parachutiste et équipement}, de masse m constante, assimilé à son centre de gravité G. Référentiel terrestre supposé galiléen. Seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, donc $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$.

$\vec{a} = \vec{g}$: accélération verticale, vers le bas, de valeur g.

COMPRENDRE
La masse se simplifie : en chute libre, l'accélération ne dépend pas de la masse de l'objet.

MÉTHODE
Toujours quatre étapes avant d'écrire la loi : système, référentiel galiléen, bilan des forces, puis deuxième loi de Newton. Chacune rapporte des points.

1.2.2 En déduire que l'équation horaire du mouvement s'écrit $z(t) = \frac{1}{2}\,g\,t^2$.

Données utiles axe (Oz) vertical orienté vers le bas ; à $t = 0$: $z = 0$ et vitesse nulle

Sur l'axe (Oz) orienté vers le bas : $a_z = +g$.

Comme $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$, par intégration : $v_z(t) = g\,t + C_1$. Or $v_z(0) = 0$, donc $C_1 = 0$ et $v_z(t) = g\,t$.

Comme $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$, par intégration : $z(t) = \frac{1}{2}\,g\,t^2 + C_2$. Or $z(0) = 0$, donc $C_2 = 0$.

$$z(t) = \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration, ou ne pas les justifier par les conditions initiales. Avec un axe vers le haut, on aurait $a_z = -g$: le signe dépend de l'orientation choisie.

1.3 Dans le modèle de la chute libre, déterminer la durée de la chute jusqu'au filet et la valeur de la vitesse juste avant l'arrivée dans le filet.

Données utiles altitude du saut $H = 7\,620$ m ; altitude du filet de réception 76 m ; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Distance parcourue jusqu'au filet : $d = 7\,620 - 76 = 7\,544$ m.

À la date t_f d'arrivée : $z(t_f) = d$, soit $\frac{1}{2}\,g\,t_f^2 = d$, donc (durée positive)

$$t_f = \sqrt{\frac{2d}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 7\,544}{9{,}8}} = 39\ \text{s}$$

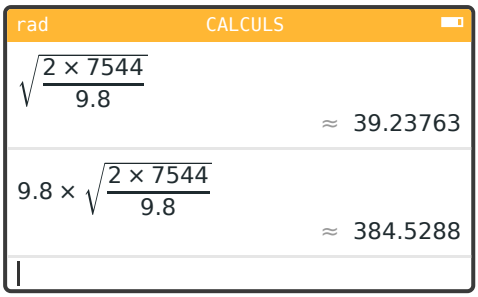
Vitesse à cette date : $v_f = g\,t_f = 9{,}8 \times 39{,}2 = 3{,}8 \times 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$$t_f = 39\ \text{s} \text{ et } v_f = 3{,}8 \times 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

PIÈGE
Prendre $7\,620$ m comme distance de chute : le filet est à 76 m du sol, pas au sol.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, la donnée la moins précise. On garde la valeur non arrondie de t_f pour calculer v_f.

À LA CALCULATRICE



1.4 Le modèle de la chute libre permet-il de rendre compte de la réalité du saut de Luke Aikins ? Justifier.

Données utiles $t_f = 39$ s et $v_f = 3{,}8 \times 10^2$ m · s^{-1} (1.3) ; saut réel : environ deux minutes, vitesse limite de l'ordre de 200 km · h^{-1}

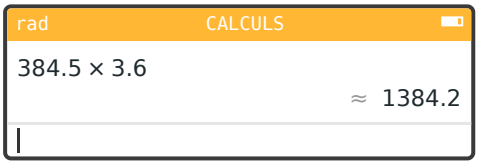
Conversion : $v_f = 384{,}5 \times 3{,}6 = 1{,}4 \times 10^3$ km · h^{-1}.

Le modèle prévoit une vitesse environ sept fois plus grande que la vitesse réelle (200 km · h^{-1}) et une durée de 39 s, trois fois plus courte que les deux minutes observées.

Non : le modèle de la chute libre ne décrit pas ce saut, les frottements de l'air ne sont pas négligeables.

MÉTHODE
Pour valider un modèle, comparer des grandeurs dans la même unité : de m · s^{-1} à km · h^{-1}, on multiplie par $3{,}6$.

À LA CALCULATRICE

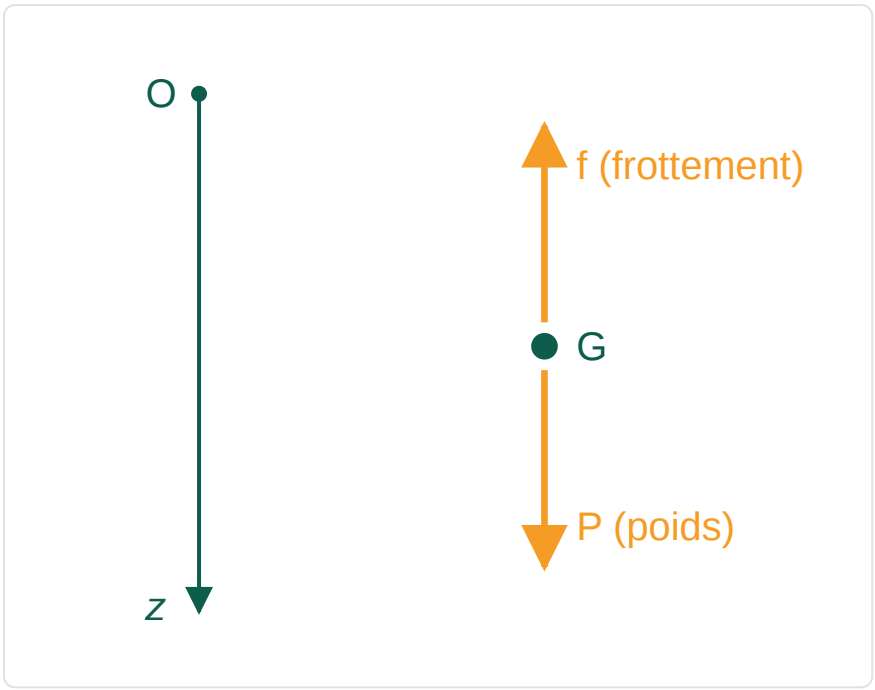


2.1 Écrire la relation vectorielle entre la force de frottement et le poids lorsque la vitesse limite est atteinte. Justifier.

À la vitesse limite, le mouvement du parachutiste est rectiligne et uniforme dans le référentiel terrestre galiléen. D'après la première loi de Newton (principe d'inertie), les forces qu'il subit se compensent : $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$.

$\vec{f} = -\vec{P}$: même direction, même valeur, sens opposés.

PIÈGE
Invoquer la deuxième loi de Newton sans dire que $\vec{a} = \vec{0}$. La justification attendue est : vitesse constante, donc mouvement rectiligne uniforme, donc forces qui se compensent.



2.1 · Forces sur le parachutiste à la vitesse limite

2.2 En utilisant l'axe (Oz) vertical orienté vers le bas, montrer que $v_{\text{lim}} = \sqrt{\dfrac{2\,m\,g}{\rho\,S\,C_x}}$.

Données utiles $f = \dfrac{1}{2}\,C_x\,\rho\,S\,v^2$

On projette $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$ sur l'axe (Oz) : le poids est vers le bas ($P_z = +m\,g$), le frottement vers le haut ($f_z = -f$).

$m\,g - f = 0$, soit $m\,g = \dfrac{1}{2}\,C_x\,\rho\,S\,v_{\text{lim}}^2$, donc $v_{\text{lim}}^2 = \dfrac{2\,m\,g}{\rho\,S\,C_x}$.

$v_{\text{lim}} = \sqrt{\dfrac{2\,m\,g}{\rho\,S\,C_x}}$ (valeur positive) : c'est l'expression attendue.

COMPRENDRE
Le frottement croît avec v^2 : la vitesse augmente jusqu'à ce que f atteigne la valeur du poids, puis elle ne change plus. Ici, la vitesse limite dépend de la masse.

2.3 Calculer la valeur de cette vitesse limite. Est-elle compatible avec celle du texte introductif ?

Données utiles $m = 80\ \text{kg}$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $C_x = 0{,}50$; $\rho = 1{,}0\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $S = 1{,}0\ \text{m}^2$

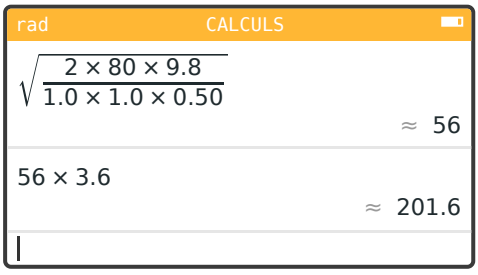
$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{2 \times 80 \times 9{,}8}{1{,}0 \times 1{,}0 \times 0{,}50}} = 56\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

En $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: $v_{\text{lim}} = 56 \times 3{,}6 = 2{,}0 \times 10^2\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

$v_{\text{lim}} = 56\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit environ $200\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: valeur compatible avec le texte.

PIÈGE
À la calculatrice, mettre tout le dénominateur entre parenthèses, et ne pas oublier la racine carrée : $3\,136$ est v_{lim}^2, pas la vitesse.

À LA CALCULATRICE



3.1 Exprimer puis calculer l'énergie cinétique du parachutiste au point A, juste avant le contact avec le filet.

Données utiles $m = 80$ kg ; $v_{\text{lim}} = 56\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (2.3)

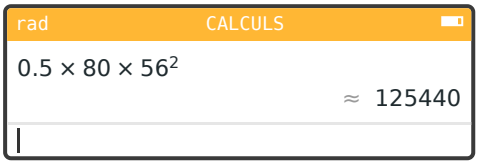
En A, le parachutiste a atteint sa vitesse limite : $E_c(\text{A}) = \frac{1}{2} m\, v_{\text{lim}}^2$.

$$E_c(\text{A}) = \frac{1}{2} \times 80 \times 56^2 = 1{,}3 \times 10^5 \text{ J}$$

$E_c(\text{A}) = 1{,}3 \times 10^5$ J

PIÈGE
La vitesse doit être en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (pas en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) et elle est au carré. C'est la vitesse limite qu'il faut prendre, pas celle du modèle de la chute libre.

À LA CALCULATRICE



3.2 En admettant que la variation d'énergie cinétique entre A et B est égale au travail $W_{\text{AB}}(\vec{F}) = -m\,a\,h$, déterminer la relation entre h, a et v_{lim}.

$E_c(\text{B}) - E_c(\text{A}) = W_{\text{AB}}(\vec{F})$. En B, le parachutiste est à l'arrêt : $E_c(\text{B}) = 0$.

$0 - \frac{1}{2} m\, v_{\text{lim}}^2 = -m\,a\,h$, et la masse se simplifie.

$v_{\text{lim}}^2 = 2\,a\,h$, soit $h = \frac{v_{\text{lim}}^2}{2\,a}$

COMPRENDRE
Le travail est négatif : la force $\vec{F}$, vers le haut, s'oppose au déplacement vers le bas et fait perdre au parachutiste toute son énergie cinétique.

3.3 En exploitant la photographie n°2, estimer la valeur de l'accélération subie par le parachutiste. Cette décélération est-elle supportable ?

Données utiles point le plus bas du filet de sécurité à 10 m du sol ; $v_{\text{lim}} = 56\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (2.3) ; accélération supportable : $10\,g$

Échelle de la photographie n°2 : le point le plus bas du filet de sécurité est à 10 m du sol, ce qui correspond à environ 0,8 cm sur la photographie.

L'enfoncement du filet de réception (du niveau de ses bords jusqu'au parachutiste) mesure environ 2,0 cm sur la photographie :

$$h \approx \frac{2{,}0 \times 10}{0{,}8} = 25\ \text{m}$$

D'après 3.2 : $a = \dfrac{v_{\text{lim}}^2}{2\,h} = \dfrac{56^2}{2 \times 25} \approx 63\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Limite supportable : $10\,g = 98\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

$a \approx 6 \times 10^1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, soit environ $6\,g$, inférieur à $10\,g$: la décélération est supportable.

COMPRENDRE

C'est une estimation : les mesures sur la photographie sont peu précises (position de A incertaine, perspective). Toute valeur de h cohérente avec une échelle justifiée est acceptée ; seul l'ordre de grandeur de a compte.

MÉTHODE

Autre lecture possible : le point B est à environ 20 m du sol sur la photographie, donc $h \approx 76 - 20 = 56$ m et $a \approx 28\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. La conclusion est la même.

À LA CALCULATRICE

