Accélérateur linéaire Linac2 du CERN

Bac 2021 Sujet zéro Terminale spécialité · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 55 min**

1.1 Représenter, sur l'annexe, le vecteur champ électrique $\vec{E}$ au point M, à l'échelle 1 cm pour $10\ \text{MV}\cdot\text{m}^{-1}$.

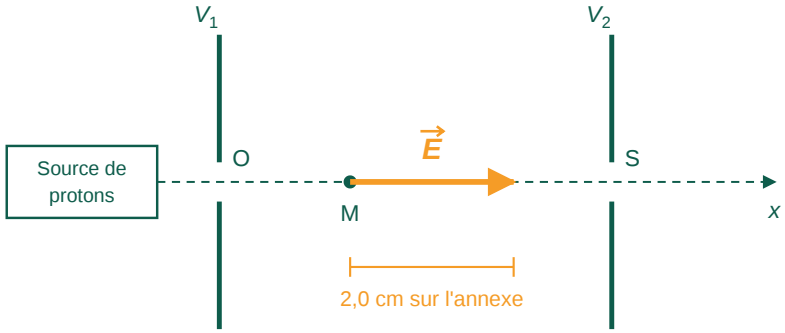
Données utiles $U = 2{,}00\ \text{MV} = 2{,}00\times10^{6}\ \text{V}$; $d = 10{,}0\ \text{cm} = 0{,}100\ \text{m}$

Norme du champ : $E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{2{,}00\times10^{6}}{0{,}100} = 2{,}00\times10^{7}\ \text{V}\cdot\text{m}^{-1} = 20{,}0\ \text{MV}\cdot\text{m}^{-1}$

À l'échelle de l'annexe, la flèche mesure $\dfrac{20{,}0}{10} = 2{,}0$ cm.

Le vecteur $\vec{E}$ est tracé à partir du point M, parallèle à l'axe Ox et dans le sens de cet axe, de la plaque au potentiel V_1 vers la plaque au potentiel V_2.

$E = 20{,}0\ \text{MV}\cdot\text{m}^{-1}$: flèche de 2,0 cm, d'origine M, dans le sens de l'axe Ox.

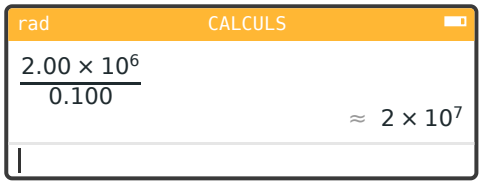


1.1 · Annexe de la question 1.1 complétée : le vecteur $\vec{E}$ en M, dirigé selon l'axe Ox

PIÈGE
Laisser d en centimètres donne un champ cent fois trop petit. La flèche part de M, pas de O, et se mesure à la règle : 2,0 cm.

COMPRENDRE
$U = V_1 - V_2 > 0$: la plaque de gauche a le potentiel le plus élevé. Le champ électrique est toujours dirigé dans le sens des potentiels décroissants.

À LA CALCULATRICE



1.2 Comparer la valeur du poids d'un proton avec celle de la force électrique qu'il subit à l'intérieur du condensateur. Conclure.

Données utiles $m_p = 1{,}67\times10^{-27}$ kg ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C ; $E = 2{,}00\times10^{7}\ \text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ (1.1)

Poids : $P = m_p\, g = 1{,}67\times10^{-27}\times9{,}81 = 1{,}64\times10^{-26}$ N

Force électrique : $F = e\,E = 1{,}6\times10^{-19}\times2{,}00\times10^{7} = 3{,}2\times10^{-12}$ N

Rapport : $\dfrac{F}{P} = \dfrac{3{,}2\times10^{-12}}{1{,}64\times10^{-26}} = 2{,}0\times10^{14}$

$F \approx 2{,}0\times10^{14}\times P$: le poids du proton est négligeable devant la force électrique.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : e n'en a que deux, donc F et le rapport aussi ; P en garde trois, comme m_p et g.

MÉTHODE
Comparer deux grandeurs, c'est calculer leur rapport, puis conclure. Ici, la conclusion sert à la suite : la force électrique est la seule force à prendre en compte.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.67 \times 10^{-27} \times 9.81 \approx 1.63827 \times 10^{-26}$

$1.6 \times 10^{-19} \times 2.00 \times 10^{7} \approx 3.2 \times 10^{-12}$

$\dfrac{3.2 \times 10^{-12}}{1.64 \times 10^{-26}} \approx 1.95122 \times 10^{14}$

1.3 Déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du proton en fonction de m_p, e et $\vec{E}$. En déduire la nature de son mouvement dans le condensateur.

Système {proton}, de masse m_p constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Seule force prise en compte : la force électrique $\vec{F} = e\,\vec{E}$ (poids négligeable, question 1.2).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_p\,\vec{a}$, soit $e\,\vec{E} = m_p\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \dfrac{e}{m_p}\,\vec{E}$.

Le champ $\vec{E}$ est uniforme : le vecteur $\vec{a}$ est constant, dirigé selon l'axe Ox. La vitesse initiale étant nulle, le proton se déplace sur la droite (Ox), dans le sens de $\vec{a}$.

$\vec{a} = \dfrac{e}{m_p}\,\vec{E}$: le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré**.

PIÈGE
Répondre seulement « accéléré ». Il faut les deux mots : rectiligne (vitesse initiale nulle, $\vec{a}$ de direction fixe) et uniformément accéléré ($\vec{a}$ constant).

COMPRENDRE
La charge du proton est positive : $\vec{F}$ et $\vec{a}$ ont le sens de $\vec{E}$. Pour un électron, de charge $-e$, l'accélération serait de sens opposé au champ.

1.4 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que $E_C(S) - E_C(O) = e\,U$.

Théorème de l'énergie cinétique, appliqué au proton entre O et S : la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces appliquées, ici le travail de la seule force électrique.

$$E_C(S) - E_C(O) = W_{OS}(\vec{F})$$

La force $\vec{F} = e\,\vec{E}$ est constante, de même direction et de même sens que le déplacement $\overrightarrow{OS}$, avec $OS = d$:

$$W_{OS}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{OS} = e\,E\,d$$

Or $E = \dfrac{U}{d}$, donc $W_{OS}(\vec{F}) = e \times \dfrac{U}{d} \times d = e\,U$.

$E_C(S) - E_C(O) = e\,U$, ce qui est la relation attendue.

COMPRENDRE
Le gain d'énergie cinétique ne dépend que de la tension, pas de la distance d. Avec $U = 2{,}00$ MV, le proton gagne 2,00 MeV.

MÉTHODE
Travail d'une force constante : $W_{AB} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos\alpha$. Ici $\alpha = 0$: le travail est positif, il est moteur.

1.5 En déduire l'expression de la vitesse v_S du proton à la sortie du premier condensateur en fonction de m_p, e et U. Déterminer sa valeur et commenter le résultat.

Données utiles $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $U = 2{,}00 \times 10^{6}$ V ; $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg

La vitesse est nulle en O : $E_C(O) = 0$. La relation de la question 1.4 devient $\frac{1}{2} m_p v_S^2 = e\,U$, donc

$$v_S = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m_p}}$$

$$v_S = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 2{,}00 \times 10^{6}}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = 2{,}0 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

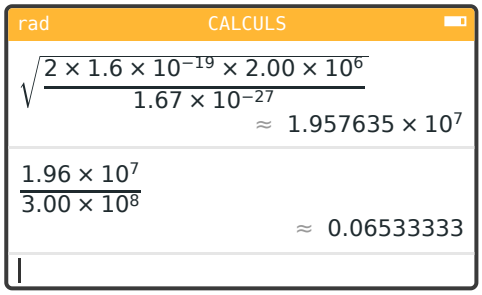
Commentaire : cette vitesse est très élevée, alors que le proton n'a parcouru que 10,0 cm. Avec $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\frac{v_S}{c} = 0{,}065$: la vitesse reste inférieure à 10 % de la célérité de la lumière, l'étude en mécanique classique est acceptable.

$v_S = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m_p}} = 2{,}0 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit environ 6,5 % de la célérité de la lumière.

PIÈGE
Laisser U en mégavolts, ou oublier la racine carrée. Une vitesse supérieure à $3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ doit alerter : elle est impossible.

COMPRENDRE
La célérité c n'est pas dans les données, c'est une valeur à connaître. « Commenter » demande un jugement appuyé sur un ordre de grandeur, pas une simple répétition du résultat.

À LA CALCULATRICE



2.1 Indiquer le sens du champ électrique dans l'intervalle 1 et dans l'intervalle 2 à l'instant $t = \frac{T}{4}$, puis représenter ces deux vecteurs sur l'annexe.

Données utiles $T = 40$ ns ; figure 4 ; tubes 1 et 3 au potentiel V_A, tube 2 au potentiel V_B

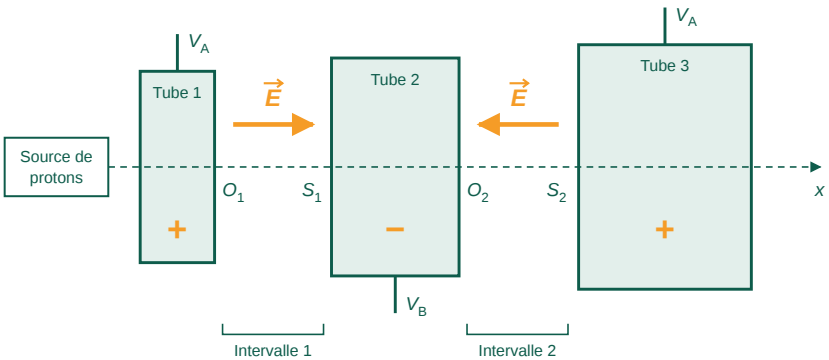
À $t = \frac{T}{4} = 10$ ns, la figure 4 donne $U_a = +2$ MV : $U_a > 0$, donc $V_A > V_B$.

Le champ électrique est dirigé du tube au potentiel le plus élevé vers le tube au potentiel le plus bas.

- Intervalle 1 : du tube 1 (V_A) vers le tube 2 (V_B), donc dans le sens de l'axe Ox.
- Intervalle 2 : du tube 3 (V_A) vers le tube 2 (V_B), donc dans le sens opposé à l'axe Ox.

À $t = \frac{T}{4}$: $\vec{E}$ dans le sens de Ox dans l'intervalle 1, en sens opposé dans l'intervalle 2.

PIÈGE
Tracer deux flèches de même sens. Les tubes sont reliés alternativement aux bornes A et B : deux intervalles voisins ont, à chaque instant, des champs de sens opposés.



2.1 · Annexe complétée à $t = T/4$: tubes 1 et 3 au potentiel le plus élevé

2.2 Mêmes questions à la date $t = \dfrac{3T}{4}$.

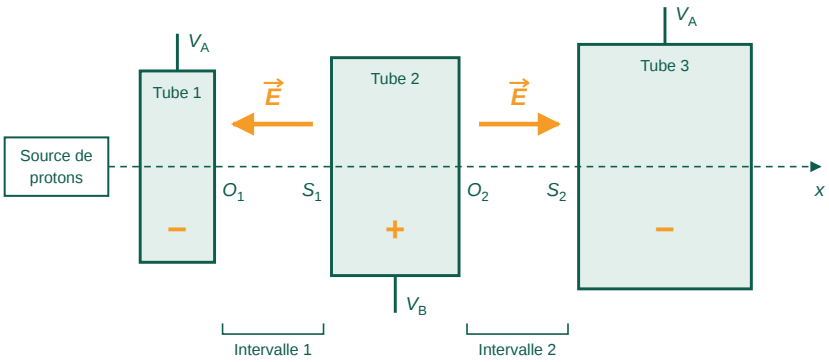
À $t = \dfrac{3T}{4} = 30$ ns, la figure 4 donne $U_a = -2$ MV : $U_a < 0$, donc $V_A < V_B$.

Le champ est toujours dirigé vers le tube au potentiel le plus bas, qui est maintenant celui relié à A.

- Intervalle 1 : du tube 2 (V_B) vers le tube 1 (V_A), donc dans le sens opposé à l'axe Ox.
- Intervalle 2 : du tube 2 (V_B) vers le tube 3 (V_A), donc dans le sens de l'axe Ox.

À $t = \dfrac{3T}{4}$: $\vec{E}$ en sens opposé à Ox dans l'intervalle 1, dans le sens de Ox dans l'intervalle 2.

COMPRENDRE
Une demi-période plus tard, la tension a changé de signe : chaque champ s'est inversé, avec la même valeur maximale.



2.2 · Même schéma à $t = 3T/4$: les deux champs ont changé de sens

2.3 Justifier que, pour être accélérés de manière optimale dans chaque intervalle, les protons doivent mettre une durée $\Delta t = \dfrac{T}{2}$ pour traverser chaque tube.

Le proton, de charge positive, est accéléré si la force $\vec{F} = e\,\vec{E}$ est dans le sens de son mouvement : le champ doit être dans le sens de l'axe Ox. L'accélération est optimale quand la tension, donc le champ, a sa valeur maximale.

Dans l'intervalle 1, c'est le cas à $t = \dfrac{T}{4}$ (question 2.1). Dans l'intervalle 2, c'est le cas à $t = \dfrac{3T}{4}$ (question 2.2).

Le proton doit donc atteindre l'intervalle 2 une demi-période après son passage dans l'intervalle 1. Entre les deux, il traverse le tube 2 (la durée de traversée d'un intervalle est négligée). Le même raisonnement vaut pour chaque tube.

$\Delta t = \dfrac{3T}{4} - \dfrac{T}{4} = \dfrac{T}{2}$: pendant la traversée d'un tube, le champ de l'intervalle suivant a le temps de s'inverser.

COMPRENDRE
Si le proton sortait du tube plus tôt ou plus tard, il trouverait un champ plus faible, voire de sens opposé, qui le freinerait. Avec $T = 40$ ns, chaque tube est traversé en 20 ns.

2.4 Expliquer qualitativement pourquoi les tubes du Linac2 sont de plus en plus longs.

Dans un tube, le champ électrique est nul : le proton s'y déplace à vitesse constante v. Un tube traversé en une durée $\frac{T}{2}$ a donc pour longueur $L = v \times \frac{T}{2}$.

À chaque intervalle, le proton est accéléré : sa vitesse est plus grande dans chaque tube que dans le précédent. La durée de traversée $\frac{T}{2}$ est la même pour tous les tubes, puisque la période de la tension est fixée.

$L = v \times \frac{T}{2}$ avec v croissante et T constante : les tubes doivent être de plus en plus longs.

PIÈGE
Écrire que le proton accélère dans les tubes. Il n'accélère que dans les intervalles ; dans un tube, sa vitesse est constante.